FACULTÉS DE MÉDECINE, DE PHARMACIE ET DE MÉDECINE DENTAIRE · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès en 1re année · FMPD Maroc

Année universitaire 2023–2024 · 22 juillet 2023

2023 Énoncé

Q1 Dans l'ensemble $\mathbb{C}$, si $z = \sqrt{5}\,e^{-\frac{i\pi}{8}}$, alors :

A $z = \dfrac{\sqrt{10+5\sqrt{2}}}{2} - i\dfrac{\sqrt{10-5\sqrt{2}}}{2}$

B $z = \dfrac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} - i\dfrac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$

C $z = \dfrac{\sqrt{10+5\sqrt{2}}}{2} + i\dfrac{\sqrt{10-5\sqrt{2}}}{2}$

D $z = \dfrac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} + i\dfrac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$

E $z = \dfrac{\sqrt{10+5\sqrt{2}}}{2} - i\dfrac{\sqrt{10+5\sqrt{2}}}{2}$

Q2 Le nombre complexe $z = \left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\left(1 - i\sqrt{3}\right)\right)^{18}$ est égal à :

A $z = -512$ B $z = \dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{1}{2}i$ C $z = 512$ D $z = 251$ E $z = \dfrac{1}{2} - i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Q3 Pour $z \in \mathbb{C} \setminus \{1\}$, l'ensemble des points M d'affixes z tels que $\dfrac{z+1}{z-1} \in i\mathbb{R}$ est :

A La droite (Ox) privée du point $(1,0)$

B La droite (Oy) privée du point $(0,1)$

C Le cercle de centre O et de rayon 1

D La droite (Ox)

E Le cercle de centre O et de rayon 1 privé du point $(1,0)$

Q4 $(U_n)_{n\geq 2}$ est la suite définie par

$$U_n = \left(1 - \tfrac{1}{2^2}\right) \times \left(1 - \tfrac{1}{3^2}\right) \times \cdots \times \left(1 - \tfrac{1}{n^2}\right).$$

$\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$ est égale à :

A 1 B 0 C $+\infty$ D $\dfrac{1}{2}$ E la limite n'existe pas

Q5 $(U_n)_{n\geq 1}$ et $(V_n)_{n\geq 1}$ sont deux suites définies par :

$$U_n = \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2^2} + \tfrac{1}{2^3} + \cdots + \tfrac{1}{2^n}\ ;$$

$$\ln(V_n) = U_n \ln 2.$$

A $\lim U_n = 1$ et $\lim V_n = \ln 2$

B $\lim U_n = \dfrac{1}{2}$ et $\lim V_n = \ln 2$

C $\lim U_n = 2$ et $\lim V_n = 1$

D $\lim U_n = \dfrac{1}{2}$ et $\lim V_n = 2$

E $\lim U_n = 1$ et $\lim V_n = 2$

Q6 Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}^{+*}$ par : $f(x) = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+2\sqrt{x}}}$. La limite $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ est égale à :

A $+\infty$ B 0 C 1 D $\dfrac{1}{2}$ E f n'admet pas de limite en 0^+

Q7 Soit g une fonction définie sur $\mathbb{R}^{+*}$: $g(x) = \dfrac{(2x)^x}{x^{2x}}$, pour tout $x > 0$. La limite $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ est égale à :

A $+\infty$ B 1 C 2 D 0 E g n'admet pas de limite en $+\infty$

Q8 f est une fonction réelle, sachant que $f(1) = 3$ et $f'(1) = -3$. La courbe de la fonction f admet au point $(1,3)$ une tangente d'équation :

A $y = 3x - 2$ B $y = 3x - 6$ C $y = -3x + 6$ D $y = 3x$ E $y = -3x + 2$

Q9 Soient f et g deux fonctions réelles telles que : $f(x) = \ln(x-1)$ et $g(x) = \sqrt{x+1}$. Le domaine de définition de $g \circ f$ est :

A $[-1, +\infty[$ B $]1, +\infty[$ C $\left[1 + \dfrac{1}{e}, +\infty\right[$ D $]e, +\infty[$ E $]-e, +\infty[$

Q10 L'intégrale $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\sin x \tan x}\,\mathrm{d}x$ est égale à :

A $\dfrac{1}{2} - \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ B $2 - \sqrt{2}$ C $\sqrt{2} - 2$ D $\dfrac{\sqrt{2}}{2} - \dfrac{1}{2}$ E $1 - \sqrt{2}$

Q11 L'intégrale $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{1 + \sin^2 x}\,\mathrm{d}x$ est égale à :

A 0 B $\ln 2 + 1$ C $\ln 2$ D 1 E $-\ln 2$

Q12 Soient (P) et (P') deux plans d'équations respectives $P : x - y - z + 2 = 0$ et $P' : x + z - 2 = 0$, et (Δ) la droite telle que :

$$(\Delta) : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

A $(\Delta) \subset P$ B $(\Delta) \perp P$ C $(\Delta) \cap P = \varnothing$ D $(\Delta) \cap P' = \varnothing$ E $(\Delta) \perp P'$

Q13 Soit

$$f(x) = \begin{cases} x + x^2 \sin\frac{1}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}.$$

A f n'est pas dérivable en 0

B $f'(0) = 0$

C $f'(0) = 1$

D Pour $x \neq 0$,
$$f'(x) = 1 + 2x\sin\frac{1}{x} + \cos\frac{1}{x}$$

E f est dérivable en 0 et $f'(0) = 2$

Q14 Soit une urne qui contient 5 boules bleues, 4 boules blanches et 3 boules noires, toutes indiscernables au toucher. On tire simultanément 3 boules au hasard de l'urne. On répète cette expérience n fois de suite $(n \geq 5)$ en remettant dans l'urne les boules tirées après chaque tirage. Quelle est la probabilité d'obtenir 3 boules de couleurs 2 à 2 distinctes $(n-1)$ fois exactement ?

A $\dfrac{8 \times 3^n}{11^n}$ B $\dfrac{8n \times 3^n}{11^n}$ C $\dfrac{8n \times 3^{n-1}}{11^n}$ D $\dfrac{8^n \times 3^{n-1}}{11^n}$ E $\dfrac{8 \times 3^n}{11^{n-1}}$