FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE D'AGADIR · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie d'Agadir

Session du 21 juillet 2018

2018

Correction

Q1.1	Q1.2	Q1.3	Q2.1	Q2.2	Q2.3	Q2.4	Q3.1	Q3.2	Q3.3
A	B	–	D	A	C	B	D	C	C

Q1.1 ✔ Réponse A

$v_{n+1} = u_{n+1} - 3 = \frac{1}{2}u_n - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}(u_n - 3) = \frac{1}{2}v_n$: la raison est $\frac{1}{2}$.

Q1.2 ✔ Réponse B

$v_0 = u_0 - 3 = -1$, donc $v_n = -\left(\frac{1}{2}\right)^n$ et

$u_n = v_n + 3 = -\left(\frac{1}{2}\right)^n + 3$.

Q1.3 ✔ Réponse –

(v_n) est géométrique de raison $\frac{1}{2}$ et $v_0 = -1$, donc $s_n = -\frac{1-(1/2)^{n+1}}{1-1/2} \to -2$. Aucune des réponses proposées n'est juste (limite -2).

Q2.1 ✔ Réponse D

Avec $h = \frac{1}{x} \to 0^+$: $f(x) = \frac{\ln(1+h)}{h^2} = \frac{\ln(1+h)}{h} \cdot \frac{1}{h}$. Le premier facteur tend vers 1 et le second vers $+\infty$: $f(x) \to +\infty$.

Q2.2 ✔ Réponse A

$\ln\left(\frac{1}{x}+1\right) = \ln(x+1) - \ln x$ a pour dérivée $\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} = -\frac{1}{x(x+1)}$. Donc

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2x\ln\left(\frac{1}{x}+1\right) - \frac{x^2}{x(x+1)} \\ &= x\left(2\ln\left(\frac{1}{x}+1\right) - \frac{1}{x+1}\right) \\ &= xg(x). \end{aligned}$$

Q2.3 ✔ Réponse C

$g(\alpha) = 0$ donne $\ln\left(\frac{1}{\alpha}+1\right) = \frac{1}{2(\alpha+1)}$, donc $f(\alpha) = \alpha^2 \times \frac{1}{2(\alpha+1)} = \frac{\alpha^2}{2(\alpha+1)}$.

Q2.4 ✔ Réponse B

Par parties ($u = \ln x$, $v = \frac{x^3}{3}$) :

$$\begin{aligned} \int_1^2 x^2 \ln x\, dx &= \left[\frac{x^3}{3}\ln x - \frac{x^3}{9}\right]_1^2 \\ &= \frac{8}{3}\ln 2 - \frac{8}{9} + \frac{1}{9} \\ &= \frac{8}{3}\ln 2 - \frac{7}{9} \approx 1{,}07. \end{aligned}$$

La proposition B, imprimée $\frac{8}{2}\ln 2 - \frac{7}{9}$, correspond à ce résultat avec une coquille ($\frac{8}{2}$ au lieu de $\frac{8}{3}$).

Remarque : Le résultat exact est (8/3) ln 2 − 7/9 ; la proposition B est imprimée « 8/2 ln 2 − 7/9 », ce qui est faux tel quel (coquille probable). À trancher par le professeur (corriger B en 8/3 ou retirer la question).

Q3.1 ✔ Réponse D

Probabilités totales : $P(B) = \frac{1}{2}\times\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\times\frac{3}{4} = \frac{1}{4} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$.

Q3.2 ✔ Réponse C

Formule de Bayes : $P_B(U_1) = \frac{\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}}{\frac{5}{8}} = \frac{1/4}{5/8} = \frac{2}{5}$.

Q3.3 ✔ Réponse C

U_3 contient 4 boules blanches et 2 noires.

$P = \frac{\binom{4}{2} + \binom{2}{2}}{\binom{6}{2}} = \frac{6+1}{15} = \frac{7}{15}$.