FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE DE FÈS · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie de Fès

Session 2019–2020

2019

Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12	Q13	Q14
C	B	A	E	D	C	B	A	E	D	C	B	A	E

Q15	Q16
D	C

Q1 ✔ Réponse C

Dans le programme marocain, $\sqrt[3]{a}$ n'est défini que pour $a \geq 0$. Ici $-\left(x-\frac{\pi}{2}\right)^2 \geq 0$ impose $x = \frac{\pi}{2}$.

Mais pour $x = \frac{\pi}{2}$, l'argument de la tangente vaut $0 + \frac{\pi}{2}$, où $\tan$ n'est pas définie. Le domaine de définition est donc vide.

Q2 ✔ Réponse B

$f(x) = xe^{-x} + \frac{x^2}{2} - x$, donc

$$f'(x) = (1-x)e^{-x} + x - 1$$
$$f''(x) = (x-2)e^{-x} + 1$$
$$f'''(x) = (3-x)e^{-x}.$$

Q3 ✔ Réponse A

Une primitive de $(\ln t)^2$ est $t(\ln t)^2 - 2t\ln t + 2t$ (deux intégrations par parties). Donc

$$I = \left(4e^2 - 4e^2 + 2e^2\right) - 2 = 2e^2 - 2 = 2\left(e^2 - 1\right).$$

Q4 ✔ Réponse E

$g(x) + g(-x) = \ln\frac{(1+\sin x)(1-\sin x)}{\cos^2 x} = \ln\frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} = 0$: g est impaire. (Elle s'annule en 0, donc n'est ni strictement positive ni strictement négative.)

Q5 ✔ Réponse D

Pour x réel, l'équation s'écrit $(e^x - x) + i(x - e^x) = 0$, c'est-à-dire $e^x = x$. Or $e^x > x$ pour tout réel x (la fonction $e^x - x$ a pour minimum 1 en 0) : aucune solution.

Q6 ✔ Réponse C

Les tirages simultanés de 2 boules parmi 12 sont au nombre de C_{12}^2 ; les tirages unicolores sont $C_3^2 + C_4^2 + C_5^2$ (on additionne les trois couleurs, cas incompatibles). Donc $p = \frac{3+6+10}{66} = \frac{19}{66}$.

Q7 ✔ Réponse B

$e^{2019i\pi/3} = e^{673i\pi} = -1$ et $e^{2016i\pi/3} = e^{672i\pi} = 1$: le numérateur vaut $-2 + 2 = 0$. Le dénominateur vaut $1 + 1 = 2$. Le nombre est nul.

Q8 ✔ Réponse A

$\pi y'' = 0 \iff y'' = 0$: y' est constante, y est affine, $y(x) = ax + b$.

Q9 ✔ Réponse E

Si A, B, C ne sont pas alignés, $\vec{n} = \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ est non nul et la condition $\overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} = 0$ définit le plan passant par A de vecteur normal $\vec{n}$: c'est le plan (ABC).

Remarque : si A, B, C étaient alignés, $\vec{n} = \vec{0}$ et tout point de l'espace conviendrait.

Remarque : L'énoncé dit seulement « trois points distincts deux à deux » : si A, B, C sont alignés, AB ∧ AC = 0 et l'ensemble est tout l'espace (non proposé). E est la réponse visée en supposant A, B, C non alignés. À trancher par le professeur.

Q10 ✔ Réponse D

En divisant numérateur et dénominateur par $(-3)^n$:

$$v_n = \frac{\left(\frac{\pi}{3}\right)^n - \left(\frac{e}{3}\right)^n}{\left(\frac{2}{3}\right)^n - 1}.$$

Comme $\pi > 3$, le numérateur tend vers $+\infty$, et le dénominateur tend vers -1 : $v_n \to -\infty$.

Q11 ✔ Réponse C

En $+\infty$: $f(x) \to +\infty$ et $\frac{f(x)}{x} = \frac{e^x}{x\ln x} \to +\infty$ (croissances comparées). La courbe admet une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées.

Q12 ✔ Réponse B

$\frac{1}{(x-2)(x-3)} = \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-2}$. Sur $[-1, 1]$:

$$\int_{-1}^{1} \frac{dx}{x^2-5x+6} = \left[\ln\left|\frac{x-3}{x-2}\right|\right]_{-1}^{1}$$
$$= \ln 2 - \ln\frac{4}{3}$$
$$= \ln\frac{3}{2}$$
$$= \ln 3 - \ln 2.$$

Q13 ✔ Réponse A

$F(x) = \frac{G(x) - G(1)}{x-1}$ avec G une primitive de $t \mapsto e^{-t^2}$. Quand $x \to 1$, ce taux d'accroissement tend vers $G'(1) = e^{-1}$.

Q14 ✔ Réponse E

Par récurrence $0 < u_n \leq 1$, donc $u_{n+1} = \frac{u_n^3}{2} \leq \frac{u_n}{2}$ et $0 < u_n \leq \frac{1}{2^n}$. La limite est 0.

Q15 ✔ Réponse D

Avec $t = \ln x$: $h(t) = t^3 + t - 1$ est strictement croissante ($h'(t) = 3t^2 + 1 > 0$), $h(0) = -1$ et $h(1) = 1$. Elle s'annule une seule fois, pour $t \in]0, 1[$, c'est-à-dire $x = e^t \in]1, e[$.

Q16 ✔ Réponse C

Dans un repère orthonormé direct, $\vec{j} \wedge \vec{k} = \vec{i}$, puis $\vec{i} \wedge \vec{i} = \vec{0}$.