FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE DE MARRAKECH · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie de Marrakech

Session 2015–2016

2015

Énoncé

Q1 Soient m une constante de $\mathbb{R}$ et h la fonction définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par $h(x) = x^m - (\ln x)^2$.

- **A** Si $m > 0$ $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x) = 0$
- **B** Si $m < 0$ $\lim\limits_{x\to 0^+} h(x) = 0$
- **C** Si $m < 0$ $\lim\limits_{x\to 0^+} h(x) = -\infty$
- **D** Si $m \leq 0$ $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x) = 0$
- **E** Si $m > 0$ $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x) = +\infty$

Q2 Soit U_n la suite définie par $U_n = \dfrac{(-1)^n}{n^2}$; $n \in \mathbb{N}$ et $n \neq 0$.
La suite $(U_n)_{n\geq 1}$ est

- **A** Monotone.
- **B** Convergente.
- **C** Négative.
- **D** Décroissante et minorée.
- **E** Croissante et Majorée.

Q3 Une seule des affirmations suivantes est exacte :

- **A** La partie réelle de $(1-i)^5$ est $\sqrt{2}$.
- **B** La partie imaginaire de $(1+i)^{20}$ est 42.
- **C** $(1+i)^{20}$ est réel.
- **D** L'équation $z^4 - 1 = 0$ possède une et une seule solution dans $\mathbb{C}$.
- **E** L'équation $z^4 - 1 = 0$ possède trois solutions distinctes dans $\mathbb{R}$.

Q4 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \begin{cases} e^x & \text{, si } x < 0 \\ \cos x & \text{, si } x \geq 0 \end{cases}$

- **A** L'équation $f(x) = 0$ possède trois solutions dans l'intervalle $]-\infty; 2\pi]$.
- **B** f n'est pas continue en 0.
- **C** f est dérivable en 0.
- **D** L'équation $f(x) = 0$ possède deux solutions dans l'intervalle $]-\infty; \pi]$.
- **E** L'équation $f(x) = 0$ possède une et une seule solution dans l'intervalle $]-\infty; \pi]$.

Q5 Une seule des affirmations suivantes est exacte :

- **A** $\displaystyle\int_2^e \frac{1}{x\ln x}\,dx = -2.$
- **B** $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x\,dx = -\frac{1}{2}\ln 2.$
- **C** $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x\,dx = \ln 2.$
- **D** $\displaystyle\int_1^e \frac{\ln x}{\sqrt{x}}\,dx = 4 + 2\sqrt{e}.$
- **E** $\displaystyle\int_1^e \frac{\ln x}{\sqrt{x}}\,dx = 4 - 2\sqrt{e}.$

Q6 Soient f et g les fonctions définies respectivement sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

et

$$g(x) = \int_x^{x+1} f(t)\,dt.$$

- **A** L'image de $\mathbb{R}$ par f est $]0; 1]$.
- **B** L'image de $\mathbb{R}$ par f est $]0; +\infty]$.
- **C** La fonction g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g'(x) = f(x) - f(x+1)$.
- **D** Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g(x) < 0$.
- **E** Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $0 \leq g(x) < \dfrac{1}{2}$.

Q7 Soient n et p deux entiers naturels strictement positifs.

- **A** Si $n^2 + np + p^2$ est pair, alors n est impair et p est pair.
- **B** Si $n^2 + np + p^2$ est pair, alors n est pair et p est impair.
- **C** Si $n^2 + np + p^2$ est pair, alors np est impair.
- **D** Si $n^2 + np + p^2$ est pair, alors n et p sont pairs.
- **E** Si $n^2 + np + p^2$ est pair, alors n et p sont impairs.

Q8 Une seule des affirmations suivantes est exacte :

- **A** $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{8}} \frac{2\,dx}{\cos^2(x)} = 1 - \sqrt{2}.$
- **B** $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{8}} \frac{2\,dx}{\cos^2(x)} = 2(1 - \sqrt{2}).$
- **C** $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{2\,dx}{\cos^2(x)} = 4(\sqrt{2} - 1).$
- **D** $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{2\,dx}{\cos^2(x)} = 4.$
- **E** $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{8}} \frac{2\,dx}{\cos^2(x)} = 4(1 - \sqrt{2}).$

Q9 Soient (u_n) et (v_n) deux suites définies pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, par $u_n = \dfrac{e^n}{n^n}$ et $v_n = \ln(u_n)$.

- **A** la suite (v_n) et la suite (u_n) ont la même limite.
- **B** la suite (v_n) est strictement croissante.
- **C** la suite (u_n) est strictement croissante.
- **D** La suite (u_n) est bornée.
- **E** la suite (u_n) admet une limite et cette limite est non nulle.

Q10 On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 1$ et pour $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} = \dfrac{1}{3}u_n + n - 2$.
On définit la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par, pour tout $n \in \mathbb{N}$: $v_n = -2u_n + 3n - \dfrac{21}{2}$.

- **A** Pour tout entier naturel $n \geq 5$, $u_n \leq n - 3$.
- **B** Pour tout entier naturel $n \geq 5$, $u_n \geq n - 3$.
- **C** La limite de la suite (u_n) est finie.
- **D** La suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison $\dfrac{1}{3}$ et de premier terme $\dfrac{25}{2}$.
- **E** Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = \dfrac{25}{4}\left(\dfrac{1}{3}\right)^n + \dfrac{3}{2}n + \dfrac{21}{4}$.