FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE D'OUJDA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie d'Oujda

Session 2011–2012

2011

Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
C	D	D	C	B	E	B	A	D	B

Q1 ✔ Réponse C

$z = 1 + e^{i\pi/6} = e^{i\pi/12}\left(e^{-i\pi/12} + e^{i\pi/12}\right) = 2\cos\dfrac{\pi}{12}\,e^{i\pi/12}$.

Donc $z^{12} = \left(2\cos\dfrac{\pi}{12}\right)^{12} e^{i\pi} = -\left(2\cos\dfrac{\pi}{12}\right)^{12}$.

Q2 ✔ Réponse D

$v_{n+1} = \dfrac{2}{5}u_{n+1} - \dfrac{1}{25}u_n - \dfrac{1}{5}u_{n+1} = \dfrac{1}{5}\left(u_{n+1} - \dfrac{1}{5}u_n\right) = \dfrac{1}{5}v_n$:

(v_n) est géométrique de raison $\frac{1}{5}$, avec $v_0 = 1$, donc $v_n = \dfrac{1}{5^n}$ (A, B, C fausses).

$$S_n = \frac{1 - \left(\frac{1}{5}\right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{5}} = \frac{5}{4}\left(1 - \frac{1}{5^{n+1}}\right) = \frac{1}{4}\left(5 - \frac{1}{5^n}\right).$$

Q3 ✔ Réponse D

f est définie sur $\mathbb{R}$ (A fausse).

$f(x) + f(-x) = 2 - \dfrac{2}{e^x+1} - \dfrac{2e^x}{e^x+1} = 0$: f est impaire (B fausse).

En $+\infty$, $\dfrac{2}{e^x+1} \to 0$: la droite $y = 1 - \dfrac{1}{2}x$ est asymptote (D).

$f'(x) = -\dfrac{1}{2} + \dfrac{2e^x}{(e^x+1)^2} \le 0$, car $(e^x+1)^2 \ge 4e^x$: f est décroissante (E fausse).

Q4 ✔ Réponse C

$\dfrac{x}{2-x} > 0 \iff 0 < x < 2$ (A fausse).

$f(2-x) = \ln\dfrac{2-x}{x} = -f(x)$: $A(1,0)$ est centre de symétrie (C).

- B : $f'(x) = \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{2-x} = \dfrac{2}{x(2-x)}$.
- D : $y = \ln\dfrac{x}{2-x} \iff x = \dfrac{2e^y}{1+e^y}$ (il manque le facteur 2).
- E : quand $x \to 2^-$, $\dfrac{x}{2-x} \to +\infty$, donc $f \to +\infty$.

Q5 ✔ Réponse B

$f(0) = 0$ et $f'(x) = \dfrac{(x+e^{-x}) - x(1-e^{-x})}{(x+e^{-x})^2} = \dfrac{(1+x)e^{-x}}{(x+e^{-x})^2}$, d'où $f'(0) = 1$. Tangente : $y = x$.

Q6 ✔ Réponse E

Par parties avec $u = \ln(1+\cos x)$ et $v = \sin x$: le crochet $[\sin x \ln(1+\cos x)]_0^{\pi/2}$ vaut 0, et

$$J = \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 x}{1+\cos x}\,dx = \int_0^{\pi/2} (1-\cos x)\,dx = \frac{\pi}{2} - 1.$$

Q7 ✔ Réponse B

$P = \dfrac{\binom{3}{3} + \binom{4}{3}}{\binom{7}{3}} = \dfrac{1+4}{35} = \dfrac{1}{7}$.

Q8 ✔ Réponse A

$\ln(x^2 - 2x + 2) = 2\ln x + \ln\left(1 - \frac{2}{x} + \frac{2}{x^2}\right)$, et $\dfrac{\ln x}{x} \to 0$: la limite est 0.

Q9 ✔ Réponse D

Sur $]-1, +\infty[$: $f'(x) = \dfrac{1}{(x+1)^2} - \dfrac{1}{x+1}$ et $f''(x) = -\dfrac{2}{(x+1)^3} + \dfrac{1}{(x+1)^2} = \dfrac{x-1}{(x+1)^3}$, qui s'annule en changeant de signe en $x = 1$.

Q10 ✔ Réponse B

$y'' + \dfrac{25}{4}y = 0$: $f(x) = a\cos\dfrac{5x}{2} + b\sin\dfrac{5x}{2}$, et $f(0) = a = 3$.

$f'(x) = \dfrac{5}{2}\left(-a\sin\dfrac{5x}{2} + b\cos\dfrac{5x}{2}\right)$; en $\frac{\pi}{2}$,

$\sin\frac{5\pi}{4} = \cos\frac{5\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, donc $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \dfrac{5}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2}(a-b) = 0$ et $b = 3$.