FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE D'OUJDA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie d'Oujda

Session 2013–2014

2013

Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
C	C	E	B	C	D	B	E	E	–

Q1 ✔ Réponse C

C : $\frac{1}{\bar{z}} = \frac{z}{|z|^2}$ est un multiple réel positif de z, donc O, M, N sont alignés.
- A : avec $z = x + iy$, $\mathfrak{Im}(z^2) = 2xy$, différent de $-y^2$ en général.
- B : $|2i - \bar{z}| = |z + 2i|$ et $|2 + iz| = |z - 2i|$; l'égalité donne $\mathfrak{Im}(z) = 0$.
- D : $1 - i\bar{z} = \overline{1 + iz}$, donc l'égalité est vraie pour tout z (par exemple $z = 1$).
- E : $(1+i)^6 = (2i)^3 = -8i$.

Q2 ✔ Réponse C

$p(-4) = -128 + 224 - 164 + 68 = 0$ (A fausse) et $p(z) = (z+4)(2z^2 + 6z + 17)$. Les racines sont $z_1 = -4$ et $z_{2,3} = -\frac{3}{2} \pm \frac{5}{2}i$; $z_2 + z_3 = -3$ (B fausse).
$\frac{z_2 - z_1}{z_3 - z_1} = \frac{\frac{5}{2} + \frac{5}{2}i}{\frac{5}{2} - \frac{5}{2}i} = \frac{1+i}{1-i} = i$: $AB = AC$ et $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}) = \frac{\pi}{2}$, le triangle est isocèle rectangle en A (C). $|z_2 - z_1| = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ (D fausse).
Si A est le centre du carré $BCMN$, M est le symétrique de B : $z_M = 2z_1 - z_2 = -\frac{13}{2} - \frac{5}{2}i$ (E fausse).

Q3 ✔ Réponse E

- A : $2 \times 3 - 6 = 0$, donc $A \in (P)$.
- B : $\overrightarrow{AD}(2;-3;1)$ est exactement le vecteur normal de (P).
- C : le plan parallèle passant par D a pour équation $2x - 3y + z + d = 0$ avec $10 + 9 + 1 + d = 0$, soit $d = -20$.
- D : $3 + 0 + 0 - 3 = 0$, donc $A \in (R)$.
- E : A appartient aux deux plans, et $(2;-3;1) \wedge (1;1;1) = (-4;-1;5)$, colinéaire à $\vec{u}(4;1;-5)$: **vraie**.

Q4 ✔ Réponse B

B : $y = \sqrt{9 - x^2}$ décrit le demi-cercle supérieur de centre O et de rayon 3 : l'intégrale est l'aire du demi-disque.
- A : $\int_0^3 (|x-2| + 1)\,dx = 2 + \frac{1}{2} + 3 = \frac{11}{2}$.
- C : l'intégrale vaut $\frac{1}{2k+1}$.
- D : l'intégrale vaut $\left[\frac{e^{x^2}}{2} - \tan x\right]_0^{\pi/4} = \frac{1}{2}\left(e^{\pi^2/16} - 3\right)$ (l'exposant est $\frac{\pi^2}{16}$).
- E : $\int_0^{\pi} e^{(2i-1)x}\,dx = \frac{(1 - e^{-\pi})(1+2i)}{5}$, donc l'intégrale avec $\sin 2x$ vaut le **double** de celle avec $\cos 2x$.

Q5 ✔ Réponse C

$f'(x) = 1 + 6\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x-1}\right) = 1 - \frac{6}{x(x-1)}$.
En -3 : $f'(-3) = 1 - \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$ et $f(-3) = 2 + 6\ln\frac{3}{4}$, d'où la tangente $y = \frac{1}{2}(x+3) + 2 + 6\ln\frac{3}{4} = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2} + 6\ln\frac{3}{4}$: C.
- A : $\ln\frac{x}{x-1} \to 0$ en $-\infty$, l'asymptote est $y = x + 5$.
- B : $f'(-5) = 1 - \frac{6}{30} = \frac{4}{5}$.
- D : $h'(x) = x + 5 + 6\ln\frac{x}{x-1} - \frac{6}{x-1} \neq f(x)$.
- E : $\frac{x}{x-1} \to 0^+$ quand $x \to 0^-$, donc $f(x) \to -\infty$.

Q6 ✔ Réponse D

$v_{n+1} = u_{n+1} - 2 = \frac{1}{2}u_n - 1 = \frac{1}{2}v_n$: (v_n) est géométrique de raison $\frac{1}{2}$ (C fausse), avec $v_0 = -4$. Donc $v_n = -\frac{4}{2^n} = -\frac{1}{2^{n-2}}$ (D).
Alors $u_n = 2 - \frac{4}{2^n}$ (E a le mauvais signe) : la suite est croissante (A fausse) et tend vers 2 (B fausse).

Q7 ✔ Réponse B

B est la formule classique (récurrence : $\frac{n^2(n+1)^2}{4} + (n+1)^3 = \frac{(n+1)^2(n+2)^2}{4}$).
- A : avec $\frac{1}{k(k+1)(k+2)} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{k(k+1)} - \frac{1}{(k+1)(k+2)}\right)$, la somme vaut $\frac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$ (il manque le facteur n ; pour $n = 2$: $\frac{5}{24} \neq \frac{5}{48}$).
- C : la somme vaut $\frac{1}{90}\left(1 - \frac{1}{10^n}\right)$.
- D : $S_n = \frac{n+1}{2n} \to \frac{1}{2}$.
- E : pour $n = 2$, $1! = 1 < 2! = 2$.

Q8 ✔ Réponse E

Pour $x > 2$: $|f(x)| \leq \frac{1}{x-2} \to 0$, donc $f(x) \to 0$: E.
$f'(x) = \frac{-\sin x(x + 2\sin x) - \cos x(1 + 2\cos x)}{(x + 2\sin x)^2} = -\frac{x\sin x + \cos x + 2}{(x + 2\sin x)^2}$: ni A ni B (B a le mauvais signe).

Q9 ✔ Réponse E

Avec $t = \ln x$: $1 + t + t^2 + t^3 = (1+t)(1+t^2)$, du signe de $1 + t$.
L'inéquation équivaut à $\ln x > -1$, soit $x > \frac{1}{e}$.

Q10 ✔ Réponse –

- A : faux, $\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$.
- B : faux, le mot « poumon » contient deux fois la lettre o : $\frac{6!}{2!} = 360$ mots.
- C : faux, le produit vectoriel est un vecteur.
- D : faux, $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\|\|\vec{v}\|\cos\theta$ peut être négatif.
- E : faux, $\tan(\pi - x) = -\tan x$ donne $\tan\frac{4\pi}{5} = -\tan\frac{\pi}{5}$ et $\tan\frac{3\pi}{5} = -\tan\frac{2\pi}{5}$: la somme vaut 0.

Aucune proposition n'est juste (erreur du sujet).