FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE D'OUJDA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie d'Oujda

Session 2013–2014

2013

Énoncé

Q1 Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. z est un nombre complexe.

- **A** $\mathrm{Im}\left(z^2\right) = -\left(\mathrm{Im}(z)\right)^2$
- **B** Si $|2i - \overline{z}| = |2 + iz|$, alors $\mathrm{Im}(z) = 1$
- **C** Pour tout nombre complexe non nul z, les points M d'affixe z, N d'affixe $\frac{1}{\overline{z}}$ et le point O sont alignés
- **D** Si $|1 + iz| = |1 - i\overline{z}|$, alors $\mathrm{Re}(z) = 0$
- **E** Pour $z = 1 + i$, alors $z^6 = -4i$

Q2 Pour $z \in \mathbb{C}$, on pose $p(z) = 2z^3 + 14z^2 + 41z + 68$. On note z_1, z_2 et z_3 les solutions de l'équation $p(z) = 0$ avec $z_1 \in \mathbb{R}$ et $\mathrm{Im}(z_2) > 0$. Les points A, B et C sont respectivement les images de z_1, z_2 et z_3 dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

- **A** $p(z)$ n'est pas divisible par $(z + 4)$
- **B** $z_2 + z_3 = 0$
- **C** Le triangle ABC est isocèle et rectangle en A
- **D** $|z_2 - z_1| = 2$
- **E** Les affixes des points M et N tels que $BCMN$ est un carré de centre A sont respectivement $z_M = -13 - 5i$ et $z_N = -13 + 5i$

Q3 L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$. Soit (P) le plan d'équation $2x - 3y + z - 6 = 0$.

- **A** Le plan (P) ne passe pas par le point $A(3; 0; 0)$
- **B** On considère le point $D(5; -3; 1)$. Le vecteur $\overrightarrow{AD}$ n'est pas normal au plan (P)
- **C** Une équation cartésienne du plan (P') passant par D et parallèle à (P) est $2x - 3y + z + 20 = 0$
- **D** Les points A et D n'appartiennent pas au plan (R) d'équation $x + y + z - 3 = 0$
- **E** Les plans (P) et (R) sont sécants suivant une droite (Δ) passant par A. La droite (Δ) admet pour vecteur directeur $\vec{u}(4; 1; -5)$

Q4 Choisir la réponse juste :

- **A** On considère la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = |x - 2| + 1$: $\displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{11}{4}$
- **B** $I = \displaystyle\int_{-3}^{3} \sqrt{9 - x^2}\,\mathrm{d}x$; I représente l'aire d'un demi-disque de rayon 3
- **C** $\displaystyle\int_0^1 x^{2k}\,\mathrm{d}x = 2k + 1$ avec $k \in \mathbb{N}^*$
- **D** $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(xe^{x^2} - \frac{1}{\cos^2 x}\right)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\left(e^{\frac{\pi}{4}} - 3\right)$
- **E** $\displaystyle\int_0^{\pi} e^{-x}\sin(2x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int_0^{\pi} e^{-x}\cos(2x)\,\mathrm{d}x$

Q5 Soit la fonction numérique définie sur $]-\infty, 0[$ par : $f(x) = x + 5 + 6\ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$. Soit C_f la courbe représentant f dans un repère orthonormé.

- **A** La droite d'équation $y = -x + 4$ est asymptote oblique au voisinage de $-\infty$
- **B** La dérivée de la fonction au point $x = -5$ est $f'(-5) = 7$
- **C** La droite d'équation $y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2} + 6\ln\frac{3}{4}$ est tangente à la courbe C_f au point M d'abscisse $x_M = -3$
- **D** La fonction $h(x) = \frac{x^2}{2} + 5x + 6x\ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$ est la primitive de f
- **E** $\displaystyle\lim_{x\to 0^-} f(x) = +\infty$

Q6 (u_n) et (v_n) sont deux suites numériques définies par :

$$\begin{cases} u_0 = -2 \\ u_{n+1} = 1 + \frac{1}{2}u_n \ ; \ (n \in \mathbb{N}) \end{cases}$$ et $v_n = u_n - 2$.

- **A** (u_n) est décroissante
- **B** $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} u_n = \frac{1}{2}$
- **C** (v_n) est une suite arithmétique de raison $\frac{1}{2}$
- **D** $v_n = -\frac{1}{2^{n-2}}$
- **E** $u_n = 2 + 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$

Q7 Choisir la réponse juste :

- **A** $\frac{1}{1\times 2\times 3} + \frac{1}{2\times 3\times 4} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{n+3}{4(n+1)(n+2)}$ avec $n \in \mathbb{N}^*$
- **B** $1^3 + 2^3 + \cdots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$ avec $n \in \mathbb{N}^*$
- **C** $\displaystyle\sum_{k=2}^{n+1} \frac{1}{10^k} = \frac{1}{90}\left(1 + \frac{1}{10^n}\right)$ avec $n \in \mathbb{N}^*$
- **D** On pose $S_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{k}{n^2}$ avec $n \in \mathbb{N}^*$: $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} S_n = 0$
- **E** $1! + 2! + \cdots + (n-1)! \geq n!$ avec n entier et $n \geq 2$

Q8 On considère la fonction $f(x) = \dfrac{\cos x}{x + 2\sin x}$.

- **A** La dérivée de f est : $f'(x) = \dfrac{x\sin x + \cos x - 2}{(x + 2\sin x)^2}$
- **B** La dérivée de f est : $f'(x) = \dfrac{x\sin x + \cos x + 2}{(x + 2\sin x)^2}$
- **C** $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$
- **D** $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x) = \frac{1}{2}$
- **E** $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$

Q9 La solution de l'inéquation $1 + \ln x + \ln^2 x + \ln^3 x > 0$ est :

- **A** $]0, e^{-1}[$
- **B** $]0, +\infty[$
- **C** $]-\infty, e^{-1}[$
- **D** $]e, +\infty[$
- **E** $\left]\frac{1}{e}, +\infty\right[$

Q10 Choisir la réponse juste :

- **A** $\tan(a + b) = \dfrac{\tan a - \tan b}{1 - \tan a \tan b}$
- **B** Le nombre de mots de six (6) lettres, qui ont un sens ou non, qu'on puisse écrire en utilisant toutes les lettres du mot « poumon » est 720
- **C** Le produit vectoriel de deux vecteurs est une valeur algébrique
- **D** Le produit scalaire de deux vecteurs est un nombre qui est toujours positif
- **E** $\tan\frac{\pi}{5} + \tan\frac{2\pi}{5} + \tan\frac{3\pi}{5} + \tan\frac{4\pi}{5} = 1$