FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE D'OUJDA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie d'Oujda

Session 2014–2015

2014

Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
E	D	C	E	C	C	D	B	A	C

Q1 ✔ Réponse E

- $S = 2 \cdot \dfrac{n(n+1)}{2} - n = n^2$ (A fausse).
- $u_n = \left(\dfrac{5}{2}\right)^n \cdot \dfrac{1+(-3/5)^n}{1+3(-1/2)^n} \to +\infty$ (B et C fausses).
- $v_n = \dfrac{1+\frac{\sin n}{n}}{1-\frac{\sin n}{n}} \to 1$ (D fausse).
- Chacun des n termes de w_n est compris entre $\dfrac{n}{n^2+n}$ et $\dfrac{n}{n^2+1}$, donc $\dfrac{n^2}{n^2+n} \le w_n \le \dfrac{n^2}{n^2+1}$; les deux bornes tendent vers 1 : E.

Q2 ✔ Réponse D

$|z_N| = |z_M| = 4$: A et C sont fausses, et $\dfrac{1}{\bar{z}_N}$ a pour module $\dfrac{1}{4}$ (B fausse).
$\dfrac{z_P - z_M}{z_P - z_N} = \dfrac{-3-i\sqrt{3}}{-3+3i\sqrt{3}} = \dfrac{(-3-i\sqrt{3})(-3-3i\sqrt{3})}{36} = \dfrac{12i\sqrt{3}}{36} = \dfrac{i\sqrt{3}}{3}$, imaginaire pur : $(MP) \perp (NP)$ (D).

Q3 ✔ Réponse C

En dérivant $f(-x) = f(x)$: f' est impaire ; en dérivant $f(x+T) = f(x)$: f' est T-périodique (A et B fausses). Donc $f'(kT) = f'(0) = 0$ (une fonction impaire s'annule en 0) : C.
Par périodicité puis parité : $\displaystyle\int_T^{2T} f = \int_{-T/2}^{T/2} f = 2\int_0^{T/2} f$, et non la moitié (D fausse).

Q4 ✔ Réponse E

$f(x) = \dfrac{e}{e^x+1}$ est définie et strictement décroissante sur $\mathbb{R}$ (A et B fausses), de limite e en $-\infty$ (C fausse).
$f(x) = e^{-x} \iff e = 1+e^{-x} \iff x = -\ln(e-1)$: il y a une solution (D fausse).
$f(0) = \dfrac{e}{2}$ et $f'(x) = -\dfrac{e\,e^x}{(e^x+1)^2}$, $f'(0) = -\dfrac{e}{4}$. La tangente $y = \dfrac{e}{2} - \dfrac{e}{4}x$ coupe l'axe des abscisses en $x = 2$: E.

Q5 ✔ Réponse C

Sur $[0;1]$, $2x - x^2 = x(2-x) \ge 0$, donc
$S = \displaystyle\int_0^1 (2x-x^2)\,dx = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.

Q6 ✔ Réponse C

$v_{n+1} = 1{,}05\,v_n + 0{,}5$ (A fausse). Alors
$u_{n+1} = 1{,}05v_n + 10{,}5 = 1{,}05\,u_n$: (u_n) est géométrique de raison 1,05 (B fausse) et $u_n = 42 \times 1{,}05^n$.
$v_n > 158 \iff 1{,}05^n > 4 \iff n > \dfrac{\ln 4}{\ln 1{,}05} \approx 28{,}4$: il faut 29 ans (C).

Q7 ✔ Réponse D

D : $u(x) = 4x(x-5)$ s'annule en 5 avec $u'(5) = 20 \neq 0$. Les dérivées à droite et à gauche de $h = |u|$ en 5 valent 20 et -20 : h n'est pas dérivable en 5.
- A : l'axe de symétrie de la parabole est $x = -1$.
- B : une courbe peut couper son asymptote (par exemple $x + \frac{\sin x}{x}$).
- C : par exemple $g(x) = e^{2x}$ vérifie $g' = 2g$ pour tout x.
- E : f est continue sur $\mathbb{R}$, donc admet des primitives.

Q8 ✔ Réponse B

Dans le repère $\left(A; \frac{1}{a}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{a}\overrightarrow{AD}, \frac{1}{a}\overrightarrow{AE}\right)$: $B(a,0,0)$, $D(0,a,0)$, $E(0,0,a)$, $G(a,a,a)$.
- $\overrightarrow{AG}(a,a,a)$, $\overrightarrow{BD}(-a,a,0)$, $\overrightarrow{BE}(-a,0,a)$: $\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{BE} = 0$, donc $\overrightarrow{AG}$ est normal au plan (BDE) (B) ; C est fausse ($0 \neq a^2$).
- A : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{EA} = (a,a,-a) \neq \overrightarrow{AG}$.
- D : $\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{DE} = (a,a,a)\cdot(0,-a,a) = 0$: elles sont orthogonales.
- E : $\overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{BA} = (0,a,0) \wedge (-a,0,0) = (0,0,a^2) \neq \overrightarrow{BG} = (0,a,a)$.

Q9 ✔ Réponse A

$P(C \cap D) = 0{,}18 \times 0{,}08 = 0{,}0144$ (B et C fausses) et $P(\bar{C} \cap D) = 0{,}82 \times 0{,}07 = 0{,}0574$.
Formule des probabilités totales : $P(D) = 0{,}0144 + 0{,}0574 = 0{,}0718 = 7{,}18 \cdot 10^{-2}$ (A). Enfin $P_D(\bar{C}) = \dfrac{0{,}0574}{0{,}0718} \approx 0{,}80$ (D fausse).

Q10 ✔ Réponse C

Par parties ($u = \ln t$, $v' = t^n$) :

$$\int_a^1 t^n \ln t\,dt = \left[\frac{t^{n+1}}{n+1}\ln t\right]_a^1 - \int_a^1 \frac{t^n}{n+1}\,dt = -\frac{a^{n+1}\ln a}{n+1} - \frac{1-a^{n+1}}{(n+1)^2}.$$

En multipliant par $n+1$: $I_n = \dfrac{a^{n+1}-1}{n+1} - a^{n+1}\ln a$ (C). Pour $a = \frac{1}{2}$, $I_n \to 0$ (E fausse).