FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE D'OUJDA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie d'Oujda

Session 2015–2016

2015

Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
D	E	C	D	C	B	E	D	D	E

Q1 ✔ Réponse D

$z = \dfrac{(\sqrt{3}-i)(1+i)}{2} = \dfrac{\sqrt{3}+1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}-1}{2}i$ (A et C fausses).

Sous forme exponentielle : $z = \dfrac{2e^{-i\pi/6}}{\sqrt{2}\,e^{-i\pi/4}} = \sqrt{2}\,e^{i\pi/12}$ (B et E fausses). En identifiant les parties imaginaires : $\sqrt{2}\sin\dfrac{\pi}{12} = \dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$, d'où $\sin\dfrac{\pi}{12} = \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$: D.

Q2 ✔ Réponse E

$\dfrac{1+i\sqrt{3}}{4} = \dfrac{1}{2}e^{i\pi/3}$, donc $u_n = \dfrac{1}{2^n}e^{in\pi/3}$.

- $u_4 = \dfrac{1}{16}e^{4i\pi/3} = -\dfrac{1}{32}\left(1+i\sqrt{3}\right)$: A a le mauvais signe.
- $|u_n| = 2^{-n} \to 0$: B et C fausses.
- u_n est réel si et seulement si $\frac{n\pi}{3} \equiv 0\ [\pi]$, c'est-à-dire $n = 3k$: D fausse.

Donc E.

Q3 ✔ Réponse C

$u_n = 2\cdot\dfrac{1-(1/3)^n}{1-1/3} = 3\left(1-\dfrac{1}{3^n}\right) \to 3$: C (A et E fausses).

$V_n = -5(\sqrt{2})^n \to -\infty$: B et D fausses.

Q4 ✔ Réponse D

$V_{n+1} = 0{,}8\,V_n + 4000$ (A et B fausses). Alors $u_{n+1} = 20000 - 0{,}8V_n - 4000 = 0{,}8(20000 - V_n) = 0{,}8\,u_n$: (u_n) est géométrique (C fausse), de premier terme $u_0 = 13000$, donc $u_n = 13000\times 0{,}8^n$: D.

Q5 ✔ Réponse C

$D_g = \mathbb{R}$ (A fausse). $g'(x) = \dfrac{1}{2}\sqrt{x^2+4} + \dfrac{x^2}{2\sqrt{x^2+4}} + x > 0$ et $g'(0) = 1$ (D fausse). Comme $g(0) = 0$: $(g^{-1})'(0) = \dfrac{1}{g'(0)} = 1$: C.

En écrivant $g(x) = \dfrac{x}{2}\left(\sqrt{x^2+4}+x\right)$ et en posant $s = \sqrt{x^2+4}+x$, on trouve $g^{-1}(y) = \dfrac{y}{\sqrt{y+1}}$ (B a un facteur 2 de trop). En $-\infty$, $\sqrt{x^2+4}+x = \dfrac{4}{\sqrt{x^2+4}-x} \sim \dfrac{2}{|x|}$, d'où $g(x) \to -1$ (E fausse).

Q6 ✔ Réponse B

- A : le côté vaut 4 cm, donc le volume 64 cm^3.
- B : le volume $\frac{4}{3}\pi R^3$ est multiplié par k^3 quand R est multiplié par k ; $k^3 = 3$ donne $k = \sqrt[3]{3}$: **vraie**.
- C : $(x+y)^2 = 208 + 116 = 324$, donc $x+y = \pm 18$.
- D : $990 = 9\times 10\times 11$ et $9+10 = 19$.

Q7 ✔ Réponse E

$\dfrac{f(x)}{x} = 2 + 2\cdot\dfrac{\sin 2x}{2x} \to 2+2 = 4$: E.

f est impaire (A fausse), donc O est centre de symétrie (B fausse). $f(x) - (2x+1) = \sin 2x - 1 \le 0$ (C fausse). f n'est pas périodique (elle tend vers $+\infty$).

Q8 ✔ Réponse D

$J_n + iI_n = \displaystyle\int_0^{\pi/2} e^{(i-n)x}\,dx = \dfrac{ie^{-n\pi/2}-1}{i-n}$. En multipliant par $\dfrac{-n-i}{-n-i}$:

$$J_n + iI_n = \frac{n + e^{-n\pi/2} + i\left(1 - ne^{-n\pi/2}\right)}{n^2+1}.$$

Donc $I_n = \dfrac{1-ne^{-n\pi/2}}{n^2+1}$ (D), $J_n = \dfrac{n+e^{-n\pi/2}}{n^2+1}$ (E fausse) et $J_n - nI_n = e^{-n\pi/2}$ (C fausse).

Pour f ($x \le 0$, $t = 1-x \ge 1$) : $f = \dfrac{2\sqrt{\ln t}}{t} \to 0$ en $-\infty$ (A fausse), et la dérivée s'annule pour $\ln t = \frac{1}{2}$, soit $x = 1-\sqrt{e}$, pas $-\sqrt{e}$ (B fausse).

Q9 ✔ Réponse D

$I = \dfrac{1}{2}\ln(1+2\sin a)$ (A et B fausses).

Avec $u = \sin x$:

$J = \displaystyle\int_0^{\sin a} \frac{2u}{1+2u}\,du = \int_0^{\sin a}\left(1 - \frac{1}{1+2u}\right)du =$

$\sin a - \dfrac{1}{2}\ln(1+2\sin a) = \sin a + \ln\dfrac{1}{\sqrt{1+2\sin a}}$: D.

Q10 ✔ Réponse E

- $I_1 = \left[-(x+1)e^{-x}\right]_0^a = 1 - \dfrac{a+1}{e^a}$: A a le mauvais signe.
- Pour $a = 1$: sur $[0,1]$, $x^{n+1} \le x^n$, donc $I_{n+1} \le I_n$: la suite est décroissante (B fausse), et $0 \le I_n \le \int_0^1 x^n\,dx = \frac{1}{n+1}$, donc elle tend vers 0 (C fausse).
- Par parties : $I_n = \left[-x^n e^{-x}\right]_0^a + nI_{n-1} = nI_{n-1} - a^n e^{-a}$: D a le mauvais signe.

Donc E.