FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE D'OUJDA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie d'Oujda

Session 2016–2017

2016 Énoncé

Q1 Soit $n \in \mathbb{N}^*$. On considère la suite (V_n) définie par :

$$V_n = \sin\left(\frac{\pi}{n}\right) + \sin\left(\frac{2\pi}{n}\right) + \cdots + \sin\left(\frac{n-1}{n}\pi\right).$$

On considère le nombre complexe z tel que : $z = \cos\left(\frac{\pi}{n}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{n}\right)$.

- **A** $V = 1 + z + z^2 + \cdots + z^{n-1} = 1 + i\tan\left(\frac{\pi}{2n}\right)$
- **B** $V = 1 + z + z^2 + \cdots + z^{n-1} = 1 + i\cos\left(\frac{\pi}{2n}\right)$
- **C** $V_n = \dfrac{1}{\tan\left(\frac{\pi}{2n}\right)}$
- **D** $V_n = \tan\left(\frac{\pi}{2n}\right)$
- **E** $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{V_n}{n} = 0$

Q2 Soit $S_n = \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{1}{k(k+1)}$. On pose $S = \sum\limits_{n\geq 1} \dfrac{1}{n(n+1)}$.

- **A** $S_n = 1 + \dfrac{1}{n+1}$
- **B** S est divergente
- **C** S est convergente et sa somme est égale à 1
- **D** S est convergente et sa somme est égale à n
- **E** Toutes les réponses proposées sont fausses

Q3 On considère la suite numérique définie par : $u_0 = e^2 - 1$ et $u_{n+1} = (1 + u_n)e^{-2} - 1$ avec n un entier naturel. On pose $V_n = 3(1 + u_n)$.

- **A** (u_n) est croissante
- **B** (V_n) est une suite arithmétique
- **C** $u_n = e^{2n+2} - 1$
- **D** $\lim\limits_{n\to+\infty} V_n = -1$
- **E** $\ln V_0 + \ln V_1 + \cdots + \ln V_n = (n+1)(2 - n + \ln 3)$

Q4 On considère la fonction f : $f(x) = x - \dfrac{1 - 2\ln(1+x)}{x+1}$ et C_f la courbe qui la représente dans un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

- **A** Le domaine de définition de f est $[-1; +\infty[$
- **B** $\lim\limits_{x\to-1^+} f(x) = +\infty$
- **C** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +1$
- **D** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -1$
- **E** $f'(x) = \dfrac{x^2 + 2x + 4 - 2\ln(x+1)}{(x+1)^2}$

Q5 On prend les mêmes données de la question précédente.

- **A** La solution de l'équation $f(x) = x$ est $x = 1 - \sqrt{e}$
- **B** Dans le domaine $]-1; -1+\sqrt{e}]$; $f(x) - x \geq 0$
- **C** Dans le domaine $[\sqrt{e} - 1; +\infty[$; $f(x) - x \leq 0$
- **D** La droite d'équation $y = x + \dfrac{2}{\sqrt{e^3}}$ est tangente à la courbe C_f au point d'abscisse $x_0 = \sqrt{e^3} - 1$
- **E** Toutes les réponses proposées sont fausses

Q6 Dans un repère orthonormé direct $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$, on considère les points : $A(-1, 2, 0)$, $B(3, 0, 4)$ et $C(-2, 1, 2)$.

- **A** La surface du triangle ABC est $5\sqrt{2}$
- **B** La surface du triangle ABC est $5\sqrt{3}$
- **C** La hauteur passant par le point A dans le triangle ABC est $\sqrt{5}$
- **D** La hauteur passant par A dans le triangle ABC est $\sqrt{6}$
- **E** Les points A, B et C sont alignés

Q7 Choisir la réponse juste :

- **A** Le périmètre d'un cercle de rayon R est πR
- **B** Le nombre complexe $e^{i\frac{\pi}{4}} + e^{i\frac{3\pi}{4}}$ est égal à $i\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
- **C** On peut choisir un jury de 5 personnes parmi 9 personnes de 256 façons possibles
- **D** L'hectare est une unité de longueur
- **E** Toutes les propositions sont fausses

Q8 Soit $I = 2\displaystyle\int_0^{-a} \left(\tan^3(x) + \tan x\right) \mathrm{d}x$ et $J = \displaystyle\int_0^{-a} \cos^3(2t)\,\mathrm{d}t$.

- **A** $I = 1 - \dfrac{1}{\cos^2 a}$
- **B** $I = 2 - \dfrac{1}{\cos^2 a}$
- **C** $J = \sin a \cdot \left(\dfrac{\cos a \, \sin^2 2a}{3} + \cos a\right)$
- **D** $J = \dfrac{\sin a}{2} \cdot \left(\dfrac{\cos a \, \sin^2 2a}{3} + \cos a\right)$
- **E** Toutes les réponses proposées sont fausses

Q9 Soit $I_n = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^n \cos x \,\mathrm{d}x$ avec $n \in \mathbb{N}$.

- **A** $I_0 = -1$
- **B** $I_1 = \dfrac{\pi}{2}$
- **C** $I_{n+2} = \left(\dfrac{\pi}{2}\right)^{n+1} + (n+1)I_n$
- **D** $I_{n+2} = \left(\dfrac{\pi}{2}\right)^{n+2} - (n+1)(n+2)I_n$
- **E** $I_2 = 2 - \dfrac{\pi^2}{4}$

Q10 Choisir l'affirmation juste :

- **A** $\cos^2\dfrac{3\pi}{12} + \cos^2\dfrac{5\pi}{12} + \cos^2\dfrac{9\pi}{12} + \cos^2\dfrac{11\pi}{12} = 3$
- **B** Le point $I(2, 0)$ est le centre de symétrie de la courbe représentant la fonction : $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$
- **C** $\sqrt{1 - \sin 2x} = \cos 2x$
- **D** La période de la fonction $f(x) = 1 - 8\cos x - 4\cos 2x$ est π
- **E** La propriété suivante est fausse : $(g \circ f)' = f' \cdot g'(f)$