FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE D'OUJDA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie d'Oujda

Session 2017–2018

2017

Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
A	C	C	D	B	D	E	D	B	E

Q1 ✔ Réponse A

Avec $\omega = e^{i\pi/5}$: $z = \sum_{k=0}^{9} \omega^k = \dfrac{1-\omega^{10}}{1-\omega} = \dfrac{1-e^{2i\pi}}{1-\omega} = 0$ (car $\omega \neq 1$).

Q2 ✔ Réponse C

$x^2-2x+2 = (x-1)^2+1 > 0$: $D_f = \mathbb{R}$ (A fausse). $f(x) \to +\infty$ en $+\infty$ (B fausse), mais $\dfrac{f(x)}{x} = \dfrac{2\ln(x^2-2x+2)}{x} \to 0$ (croissances comparées) : C.

$f'(x) = \dfrac{4(x-1)}{(x-1)^2+1}$ et $f''(x) = \dfrac{4\left(1-(x-1)^2\right)}{\left((x-1)^2+1\right)^2} = \dfrac{4x(2-x)}{\left((x-1)^2+1\right)^2}$ (D fausse). Enfin $f(0) = 2\ln 2$ (E fausse).

Q3 ✔ Réponse C

$I + iJ = 5\displaystyle\int_0^1 e^{(1+2i)t}\,dt = \dfrac{5\left(e^{1+2i}-1\right)}{1+2i} = \left(e^{1+2i}-1\right)(1-2i)$.

Avec $e^{1+2i}-1 = (e\cos 2 - 1) + ie\sin 2$:

$$I = e\cos 2 - 1 + 2e\sin 2, \qquad J = e\sin 2 - 2e\cos 2 + 2.$$

C est vraie. On vérifie que les autres sont fausses : $2J - I = 5 - 5e\cos 2$ et $2I + J = 5e\sin 2$.

Q4 ✔ Réponse D

$e^{f(a)}$ existe et est strictement positif, donc $\dfrac{1}{e^{f(a)}}$ est toujours défini : D.

Les autres ne sont pas automatiques : f peut être discontinue en a, et si $f(a) \leq 0$ (ou $f(a) = 0$), $\ln f$ (ou $\frac{1}{f}$) n'est pas défini en a.

Q5 ✔ Réponse B

$z_C = \bar{z}_B = -\dfrac{1}{2} - \dfrac{\sqrt{3}}{2}i$ (A et E fausses). 1, $e^{2i\pi/3}$ et $e^{-2i\pi/3}$ sont les racines cubiques de l'unité : ABC est équilatéral, de côté $|z_B - z_A| = \left|-\dfrac{3}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}i\right| = \sqrt{3}$ (C fausse).

Remarque : un triangle équilatéral est aussi isocèle, donc D est vraie elle aussi.

Remarque : B (triangle équilatéral) est la réponse visée, mais D (triangle isocèle) est vraie aussi puisqu'un triangle équilatéral est isocèle. À trancher par le professeur (garder B ou retirer la question).

Q6 ✔ Réponse D

$x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z+3 = (x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2-3$: l'ensemble est la sphère de centre $(1,-2,-1)$ et de rayon $\sqrt{3}$ (D, et E fausse).

A est fausse : la fonction proposée vaut 3 en 0 (la bonne solution est $\frac{2}{3}e^{4x} + \frac{1}{3}e^{-2x}$). B et C sont fausses : $(e^{i\theta})^m = \cos(m\theta) + i\sin(m\theta)$.

Q7 ✔ Réponse E

$f_n(x) = \dfrac{nx}{e^{nx}} \to 0$ en $+\infty$: A, B et C sont fausses.

$f_n'(x) = ne^{-nx} - n^2xe^{-nx} = ne^{-nx}(1-nx)$: D a le signe inversé. Donc E.

Q8 ✔ Réponse D

$f_n'(x) = ne^{-nx}(1-nx)$ est positive puis négative : maximum en $x = \dfrac{1}{n}$, de valeur $f_n\left(\frac{1}{n}\right) = e^{-1} = \dfrac{1}{e}$. L'asymptote en $+\infty$ est $y = 0$ (A et B fausses).

Q9 ✔ Réponse B

$f_2(x) - f_1(x) = 2xe^{-2x} - xe^{-x} = xe^{-2x}\left(2 - e^{x}\right)$.

Les courbes se coupent en $x = 0$ et $x = \ln 2$ (A, C, E fausses). Sur $]0, \ln 2[$, $2 - e^x > 0$: C_2 est au-dessus (D fausse) ; sur $]\ln 2, +\infty[$, $2 - e^x < 0$: C_2 est en dessous de C_1 (B).

Q10 ✔ Réponse E

$f_1(x) = xe^{-x} \geq 0$ et une primitive est $-(x+1)e^{-x}$:

$$\int_0^{\ln 2} xe^{-x}\,dx = 1 - \frac{\ln 2 + 1}{2} = \frac{1 - \ln 2}{2} \approx 0{,}153.$$

Cette valeur n'est pas proposée ($\frac{1}{2}(\ln 2 - 1)$ est son opposé) : E.