FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE D'OUJDA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie d'Oujda

Session 2019–2020

2019

Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
E	D	B	C	E	A	E	C	D	A

Q1 ✔ Réponse E

(Δ) passe par $A(0,1,-1)$ et a pour vecteur directeur $\vec{u}(1,1,1)$; (P) a pour vecteur normal $\vec{n}(2,-1,1)$.

- $\vec{u}\cdot\vec{n}=2\neq 0$: (Δ) n'est ni contenue dans (P) ni parallèle à (P) ; $\vec{u}$ et $\vec{n}$ ne sont pas colinéaires : pas orthogonaux.
- $d(G,(P))=\dfrac{|2-2-1-1|}{\sqrt{6}}=\dfrac{2}{\sqrt{6}}\neq 3$.
- $\overrightarrow{AG}(1,1,0)$ et $\overrightarrow{AG}\wedge\vec{u}=(1,-1,0)$, donc

$d(G,(\Delta))=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\dfrac{2}{3}}$: E.

Q2 ✔ Réponse D

Par récurrence : $u_1=\dfrac{2^0}{0!}=1$, et si $u_n=\dfrac{2^{n-1}}{(n-1)!}$ alors

$u_{n+1}=\dfrac{2}{n}\cdot\dfrac{2^{n-1}}{(n-1)!}=\dfrac{2^n}{n!}$: D est vraie.

A est fausse (la « raison » $\frac{2}{n}$ dépend de n), B aussi ($u_4=\frac{4}{3}<u_3=2$), et C aussi : $u_n=\dfrac{2^{n-1}}{(n-1)!}\to 0$.

Q3 ✔ Réponse B

Les termes forment une suite arithmétique de raison 11 : de 327 à 767 il y a $\dfrac{767-327}{11}+1=41$ termes. Donc

$$S=\frac{41\times(327+767)}{2}=41\times 547=22427,$$

nombre impair : seule B est vraie.

Q4 ✔ Réponse C

$z=1-e^{i\pi/4}=e^{i\pi/8}\left(e^{-i\pi/8}-e^{i\pi/8}\right)=-2i\sin\dfrac{\pi}{8}\,e^{i\pi/8}=2\sin\dfrac{\pi}{8}\,e^{-3i\pi/8}$.

Donc $|z|=2\sin\dfrac{\pi}{8}>0$, alors que $2\cos\dfrac{5\pi}{8}=-2\sin\dfrac{\pi}{8}<0$ (B fausse), et $\arg z\equiv-\dfrac{3\pi}{8}$ (E fausse).

$z^8=\left(2\sin\frac{\pi}{8}\right)^8 e^{-3i\pi}=-\left(2\sin\frac{\pi}{8}\right)^8=-\left(2\cos\frac{5\pi}{8}\right)^8$ (puissance paire) : C. Enfin $z^2=1-\sqrt{2}+i(1-\sqrt{2})\neq 1+i$.

Q5 ✔ Réponse E

$u=e^{2i\pi/7}$ vérifie $u^7=1$ et $u\neq 1$, donc

$1+u+\cdots+u^6=\dfrac{1-u^7}{1-u}=0$: B et C sont fausses.

$|1+u|=2\cos\dfrac{\pi}{7}\neq 2=|2\bar{u}|$: A est fausse. Enfin

$\dfrac{1-u}{1+u}=\dfrac{-2i\sin\frac{\pi}{7}}{2\cos\frac{\pi}{7}}=-i\tan\dfrac{\pi}{7}$ est imaginaire pur non nul : D est fausse. Donc E.

Q6 ✔ Réponse A

À chaque tirage, chaque couleur a la probabilité $\frac{1}{3}$. On retire les cas où une couleur au moins manque (inclusion-exclusion) :

$$P=1-3\left(\frac{2}{3}\right)^4+3\left(\frac{1}{3}\right)^4=1-\frac{48}{81}+\frac{3}{81}=\frac{36}{81}=\frac{4}{9}.$$

Q7 ✔ Réponse E

L'équation caractéristique $r^2-6r+9=0$ a la racine double 3 : $y=(ax+b)e^{3x}$.

$y(0)=b=3$ et $y'(x)=(a+3ax+3b)e^{3x}$, donc

$y'(0)=a+9=10$ et $a=1$: $y=(x+3)e^{3x}$.

Q8 ✔ Réponse C

- $I=\left[\dfrac{(2x-1)^5}{10}\right]_{1/2}^{1}=\dfrac{1}{10}$.
- Avec $u=2+\ln x$: $J=\displaystyle\int_2^3\frac{2}{u^3}\,du=\left[-\frac{1}{u^2}\right]_2^3=\frac{1}{4}-\frac{1}{9}=\frac{5}{36}$.
- $\cos x\sin x\cos 2x=\frac{1}{2}\sin 2x\cos 2x=\frac{1}{4}\sin 4x$, donc

$K=\left[-\dfrac{\cos 4x}{16}\right]_0^{\pi}=0$: C.

Q9 ✔ Réponse D

$g(x)=(1-x)(1-e^x)\geq 0$ quand les deux facteurs ont le même signe : $x\leq 0$ ou $x\geq 1$. Donc $D_f=]-\infty;0]\cup[1;+\infty[$ (A et B fausses).

$g'(x)=-(1-e^x)-(1-x)e^x=xe^x-1<0$ pour $x<0$: g, donc $f=\sqrt{g}$, est décroissante sur $]-\infty;0[$ (D).

En 1 : $g(1)=0$ et $g'(1)=e-1>0$, donc

$\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}=\dfrac{\sqrt{g(x)}}{x-1}\to+\infty$ quand $x\to 1^+$: pas dérivable (E fausse).

Q10 ✔ Réponse A

$D_f=]0,e[\cup]e,+\infty[$. En $+\infty$: $\dfrac{f(x)}{x}=\dfrac{e^x-1}{x(\ln x-1)}\to+\infty$ (croissances comparées), et $f(x)\to+\infty$: branche parabolique de direction (Oy) (A).

Sur $]0,e[$, $1-e^x<0$ et $1-\ln x>0$: $f<0$ (B fausse). Enfin

$$f'(1)=\frac{-e(1-\ln 1)+(1-e)\cdot 1}{(1-\ln 1)^2}=1-2e,$$

ni 1 ni 0 : C et D sont fausses.