FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE DE TANGER · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie de Tanger

Session 2018–2019

2018

Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12	Q13	Q14
E	C	B	D	D	A	C	D	B	E	A	D	B	D

Q15	Q16
D	C

Q1 ✔ Réponse **E**

Soit $g(x) = x\ln(1+x^2) - 1$. Pour $x \leq 0$, $x\ln(1+x^2) \leq 0$ donc $g(x) < 0$: pas de solution.
Sur $]0, +\infty[$, x et $\ln(1+x^2)$ sont positifs et croissants, donc g est strictement croissante, de -1 (en 0) à $+\infty$: elle s'annule exactement une fois.

Q2 ✔ Réponse **C**

$x^2 + x + 1 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$ ne dépend que de $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2$: $f(-1-x) = f(x)$, la droite $x = -\frac{1}{2}$ est axe de symétrie (C).
En $+\infty$: $\dfrac{f(x)}{x} \to 1$ (B fausse) et $f(x) - \left(x + \frac{1}{2}\right) \to 0$: l'asymptote est $y = x + \frac{1}{2}$ (A et E fausses). D est fausse ($f > 0$ partout, alors qu'un centre $(-1; 2)$ imposerait $f(-1-t) + f(-1+t) = 4$; pour $t = 0$, $2f(-1) = 2 \neq 4$).

Q3 ✔ Réponse **B**

$x^2 - 3x + 2 = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$, donc $f(3-x) = f(x)$: la droite $x = \frac{3}{2}$ est axe de symétrie (B).
$f(-1) = 6 \neq f(1) = 0$ (A fausse) ; $f \to +\infty$ comme x^2 (pas d'asymptote oblique, pas de centre) ; f n'est pas dérivable en 1 et 2, et vaut $-(2x-3)$ sur $]1, 2[$ (E fausse).

Q4 ✔ Réponse **D**

Deux intégrations par parties donnent la primitive $(x^2 - 2x + 2)e^x$. Donc $I = (1 - 2 + 2)e - 2 = e - 2$.

Q5 ✔ Réponse **D**

$r^2 - 2r + 2 = 0$ a pour racines $1 \pm i$: $f(x) = e^x(a\cos x + b\sin x)$.
La tangente en 0 donne $f(0) = 3$ et $f'(0) = -1$.
$f(0) = a = 3$ et $f'(x) = e^x\left((a+b)\cos x + (b-a)\sin x\right)$, donc $f'(0) = a + b = -1$ et $b = -4$: $f(x) = e^x(3\cos x - 4\sin x)$.

Q6 ✔ Réponse **A**

$u_2 = \dfrac{1/2}{3/2} = \dfrac{1}{3}$, puis $u_3 = \dfrac{2/3}{4/3} = \dfrac{1}{2} = u_1$: la suite alterne $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \ldots$ et n'a pas de limite (A).
B donne $u_2 = \frac{1}{4}$ et D donne $u_3 = \frac{1}{4}$: fausses. C et E sont fausses aussi.

Q7 ✔ Réponse **C**

$n\ln\left(1 + \dfrac{1}{n}\right) \to 1$, donc $u_n \to e$. (La suite est d'ailleurs croissante : $u_1 = 2$, $u_2 = 2{,}25\ldots$)

Q8 ✔ Réponse **D**

$1 - i\sqrt{3} = 2e^{-i\pi/3}$, donc $(1 - i\sqrt{3})^5 = 32e^{-5i\pi/3} = 32e^{i\pi/3}$.
$-\sqrt{3} + i = 2e^{5i\pi/6}$, donc $(-\sqrt{3} + i)^6 = 64e^{5i\pi} = -64$.
$Z = -\dfrac{1}{2}e^{i\pi/3} = -\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{2} + i\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\dfrac{1}{4}\left(1 + i\sqrt{3}\right)$.

Q9 ✔ Réponse **B**

$|1 - e^{i\theta}| = 2\left|\sin\dfrac{\theta}{2}\right|$. Le module vaut $\dfrac{\sin\frac{3\pi}{5}}{\sin\frac{2\pi}{5}} = 1$, car $\sin\dfrac{3\pi}{5} = \sin\left(\pi - \dfrac{2\pi}{5}\right) = \sin\dfrac{2\pi}{5}$.

Q10 ✔ Réponse **E**

$S : x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$, centre $(0, 1, 1)$, rayon 2. La distance du centre au plan $x = -2$ vaut 2 : le plan est tangent, l'intersection est un point, $(-2, 1, 1)$.

Q11 ✔ Réponse **A**

S_1 : centre $(0, 1, 0)$, rayon 3 ; S_2 : centre $(0, 2, 0)$, rayon 1. La distance des centres vaut $1 < 3 - 1 = 2$: S_2 est strictement à l'intérieur de S_1, elles ne se coupent pas.
(En soustrayant les équations : $2y - 11 = 0$, soit $y = \frac{11}{2}$, plan qui ne rencontre pas S_2.)

Q12 ✔ Réponse **D**

$(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1 + 4 + 9 - 14 = 0$: seul le point $(1; 2; 3)$ convient.

Q13 ✔ Réponse **B**

55 % parlent au moins une des deux langues.
$P(F \cap A) = P(F) + P(A) - P(F \cup A) = 50 + 20 - 55 = 15$ %.

Q14 ✔ Réponse **D**

Les contraires d'événements indépendants sont indépendants : $P = (1 - 0{,}5)(1 - 0{,}2) = 0{,}5 \times 0{,}8 = 0{,}4$.

Q15 ✔ Réponse **D**

$P = \dfrac{5 \times 4 \times 3 + 3 \times 2 \times 1}{8 \times 7 \times 6} = \dfrac{66}{336} = \dfrac{11}{56}$.

Q16 ✔ Réponse **C**

$P(E) = 0{,}7 \times 0{,}05 + 0{,}3 \times 0{,}01 = 0{,}038$. Formule de Bayes : $P_E(H2) = \dfrac{0{,}003}{0{,}038} = \dfrac{3}{38}$.