FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE DE TANGER · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

# Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie de Tanger

Session 2019–2020

**2019**

**Correction**

| Q1 | Q2 | Q3 | Q4 | Q5 | Q6 | Q7 | Q8 | Q9 | Q10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| E | B | B | B | D | E | A | D | B | D |

**Q1** ✔ Réponse E

$f$ est continue et ses limites en $-\infty$ et $+\infty$ sont infinies de signes contraires (car $a \neq 0$) : par le théorème des valeurs intermédiaires, $f$ s'annule au moins une fois (E).
Les autres dépendent des coefficients ou sont fausses : $f(x) = x^3 - x$ n'est pas injective (A fausse en général) ; $x^3$ ne coupe l'axe qu'en un point (C) ; $f$ n'est pas majorée (D) ; la courbe d'un polynôme de degré 3 a un centre de symétrie, pas un axe (B).

**Q2** ✔ Réponse B

$e^{i\pi} = -1 \in \mathbb{Z}$ : B est vraie.
- C : $\sqrt{4} = 2$ est rationnel.
- D : $\frac{2}{5} \in \left]\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right[ \cap \mathbb{Q}$.
- E : $\pi^2$ est irrationnel.
- A : $0^0$ n'est pas défini dans le cadre du programme (c'est une forme indéterminée) ; certaines conventions posent toutefois $0^0 = 1$.

**Remarque :** B est vraie. A ($0^0$ = 1) dépend de la convention : indéfini dans le programme du lycée, mais posé égal à 1 dans beaucoup de contextes (combinatoire, polynômes). À trancher par le professeur (garder B ou retirer la question).

**Q3** ✔ Réponse B

$\text{Card}(\Omega) = \binom{12}{2} = 66$ (A fausse). $X = 2$ si les deux boules portent le 2 : $P[X=2] = \dfrac{\binom{4}{2}}{66} = \dfrac{1}{11}$ (D fausse), et $P[X=1] = \dfrac{10}{11}$ (C fausse).
$E[X] = 1 \times \dfrac{10}{11} + 2 \times \dfrac{1}{11} = \dfrac{12}{11}$ : B. Enfin $[X=1]$ et $[X=2]$ sont incompatibles et de probabilités non nulles, donc pas indépendants.

**Q4** ✔ Réponse B

$g$ est définie sur $\mathbb{R}^*$ (A fausse).
$g(-x) = \dfrac{e^{-x}}{e^{-2x}-1} = \dfrac{e^x}{1-e^{2x}} = -g(x)$ : $g$ est impaire (B), donc négative pour $x < 0$ (D fausse).
C : la dérivée de $\ln\dfrac{e^x+1}{e^x-1}$ vaut $\dfrac{e^x}{e^x+1} - \dfrac{e^x}{e^x-1} = -2g(x)$, pas $g(x)$.
Remarque : $g(x) \to 0$ en $+\infty$, donc $(C_2)$ admet l'asymptote $y = 0$, c'est-à-dire l'axe des abscisses lui-même ; E est vraie elle aussi si l'on considère qu'une droite confondue avec l'axe lui est parallèle.

**Remarque :** B (g impaire) est vraie, mais E l'est aussi : l'asymptote en $+\infty$ est y = 0, confondue avec l'axe des abscisses, donc parallèle à lui au sens large. À trancher par le professeur.

**Q5** ✔ Réponse D

Somme géométrique de raison $-\frac{1}{2}$, de $k=0$ à $k=12$ ($\frac{1}{4096} = \frac{1}{2^{12}}$) :

$$S = \frac{1-\left(-\frac{1}{2}\right)^{13}}{1+\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}\left(1+\frac{1}{8192}\right) = \frac{2\times 8193}{3\times 8192} = \frac{2731}{4096}.$$

**Q6** ✔ Réponse E

$|z-3| = |z+i|$ définit la médiatrice des points d'affixes 3 et $-i$ ; avec $z = x+iy$ :
$(x-3)^2 + y^2 = x^2 + (y+1)^2 \iff 3x + y - 4 = 0$.
$|z-i| = 2$ est le cercle de centre $\Omega(0,1)$ et de rayon 2. La distance de $\Omega$ à la droite vaut $\dfrac{|0+1-4|}{\sqrt{10}} = \dfrac{3}{\sqrt{10}} < 2$ : $E$ est formé de **deux points**, cas non proposé dans A à D.

**Q7** ✔ Réponse A

Avec $\vec{n}(2;3;-1)$ et $\|\vec{n}\|^2 = 14$ : $2\times 4 + 3\times\frac{11}{2} + \frac{1}{2} - 4 = 21$. Le symétrique est

$$\begin{aligned} M' &= M - \frac{2\times 21}{14}\vec{n} \\ &= M - 3\vec{n} \\ &= \left(4-6;\ \frac{11}{2}-9;\ -\frac{1}{2}+3\right) \\ &= \left(-2;\ -\frac{7}{2};\ \frac{5}{2}\right). \end{aligned}$$

**Q8** ✔ Réponse D

$\cos 4x = \cos^2 2x - \sin^2 2x = (\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x)$ (le dénominateur ne s'annule pas sur l'intervalle). L'intégrale vaut

$$\begin{aligned} \int_{\pi/4}^{\pi/3} (\cos 2x + \sin 2x)\,dx &= \left[\frac{\sin 2x - \cos 2x}{2}\right]_{\pi/4}^{\pi/3} \\ &= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}}{2} - \frac{1}{2} \\ &= \frac{\sqrt{3}-1}{4}. \end{aligned}$$

**Q9** ✔ Réponse B

Une primitive de $(2x+1)^{-1/3}$ est $\dfrac{3}{4}(2x+1)^{2/3}$. Valeur moyenne :

$$\frac{2}{7}\cdot\frac{3}{4}\left(8^{2/3}-1\right) = \frac{2}{7}\cdot\frac{3}{4}\cdot 3 = \frac{9}{14}.$$

**Q10** ✔ Réponse D

$(D) : y = 2x - 1$, de pente 2 ; $(T)$ a donc la pente $-\dfrac{1}{2}$.
$h'(x) = 2 - e^{-x} = -\dfrac{1}{2} \iff e^{-x} = \dfrac{5}{2} \iff x = \ln\dfrac{2}{5}$.
Alors $y_P = \dfrac{5}{2} + 2\ln\dfrac{2}{5} - 1 = \dfrac{3}{2} + 2\ln\dfrac{2}{5}$.