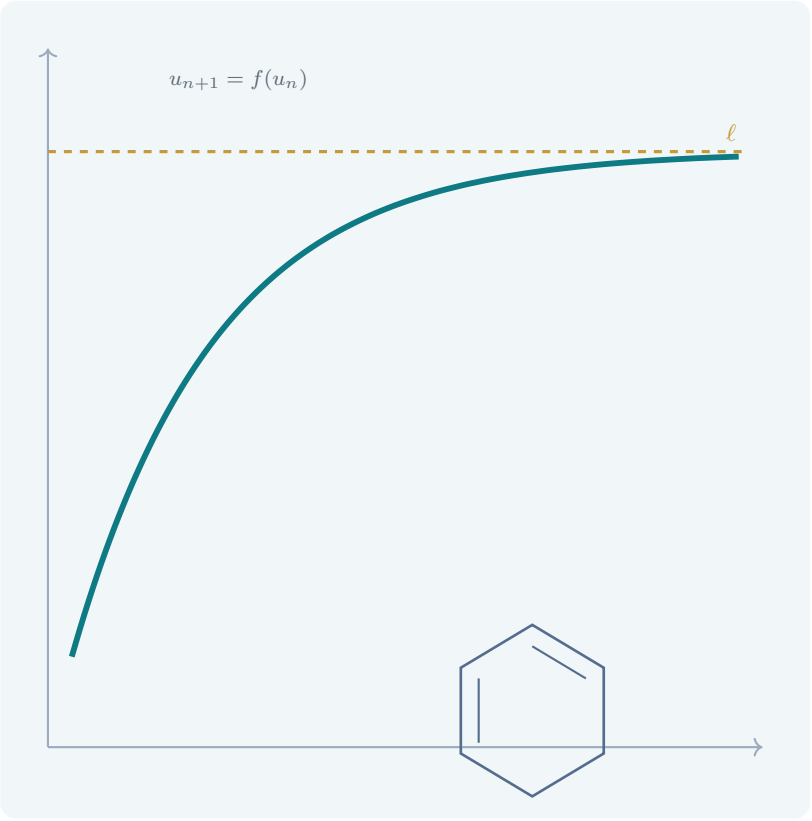
Prof. Taher Bouyguir

Professeur de mathématiques
Secondaire qualifiant

Prof Taher
Prof Taher Bouyguir
Taher Bouyguir
Contact WhatsApp
Telegram
mr.bouyguir@gmail.com
www.proftaher.com

RECUEIL DE CONCOURS

Concours d'accès à l'École Nationale Supérieure de Chimie de Kénitra



Concours ENSCK

Énoncés et corrections · 2019–2025

Sommaire

I École Nationale Supérieure de Chimie de Kénitra (ENSCK) 3

1 ENSCK 2025 – Énoncé 3
2 ENSCK 2025 – Correction 4
3 ENSCK 2024 – Énoncé 6
4 ENSCK 2024 – Correction 7
5 ENSCK 2023 – Énoncé 8
6 ENSCK 2023 – Correction 9
7 ENSCK 2022 – Énoncé 10
8 ENSCK 2022 – Correction 11
9 ENSCK 2021 – Énoncé 12
10 ENSCK 2021 – Correction 13
11 ENSCK 2020 – Énoncé 14
12 ENSCK 2020 – Correction 15
13 ENSCK 2019 – Énoncé 16
14 ENSCK 2019 – Correction 17

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE CHIMIE DE KÉNITRA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès en 1re année · ENSCK Maroc

Session du 25 juillet 2025 · Cocher la bonne réponse parmi a, b, c, d

2025 Énoncé

Q41 Soit z un nombre complexe tel que $|z| = 1$. $\mathrm{Re}\left(\dfrac{1+iz}{1-iz}\right) =$

A 1 B 0 C $\mathrm{Re}(z)$ D $1 - \mathrm{Re}(z)$

Q42 Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. L'ensemble des points d'affixe z tels que $z + \dfrac{1}{z} \in \mathbb{R}$ est

A l'axe des abscisses privé du point O
B l'axe des abscisses privé du point $A(1)$ union le cercle de centre O et de rayon 1
C le cercle de centre O et de rayon 1 privé des points O et $A(1)$
D l'axe des abscisses privé du point O union le cercle de centre O et de rayon 1

Q43 Soit $a \in]0, +\infty[$ et f la fonction définie par $f(x) = 1 + x \ln\sqrt{1 + \dfrac{a}{x}}$. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) =$

A $1 + \dfrac{a}{2}$ B $1 + a$ C $+\infty$ D 0

Q44 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(x) e^x \, dx =$

A $\dfrac{1 + e^{\frac{\pi}{2}}}{2}$ B $\dfrac{1 - e^{\frac{\pi}{2}}}{2}$
C $1 + e^{\frac{\pi}{2}}$ D $1 - e^{\frac{\pi}{2}}$

Q45 Soit la fonction donnée par

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\dfrac{1}{x}\right) & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

A f n'est pas continue en 0
B f n'est pas dérivable en 0
C f' n'est pas continue en 0
D f' est continue en 0

Q46 Dans l'espace affine rapporté au repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$ on considère la sphère S d'équation cartésienne $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + y + 1 = 0$ et le plan P d'équation $\sqrt{2}x - y - z - \alpha = 0$. P est tangent à S si

A $\alpha = -\dfrac{1}{2} + \sqrt{2}$ ou $\alpha = \dfrac{3}{2} + \sqrt{2}$
B $\alpha = \dfrac{1}{2} + \sqrt{2}$ ou $\alpha = -\dfrac{3}{2} + \sqrt{2}$
C $\alpha = -\dfrac{1}{2} + \sqrt{2}$ ou $\alpha = -\dfrac{3}{2} + \sqrt{2}$
D $\alpha = -\dfrac{1}{2} - \sqrt{2}$ ou $\alpha = \dfrac{3}{2} + \sqrt{2}$

Q47 $\displaystyle\int_1^2 \frac{dx}{x(x^2+1)} =$

A $\dfrac{1}{2}\ln\left(\dfrac{4}{5}\right)$ B $\dfrac{1}{2}\ln\left(\dfrac{8}{5}\right)$
C $\ln\left(\dfrac{8}{5}\right)$ D $\dfrac{1}{2}\ln\left(\dfrac{8}{\sqrt{5}}\right)$

Q48 Soit $A_n = (1-x)^n(1+x)^n$ et $B_n = \left(1 - \dfrac{x}{n}\right)^n \left(1 + \dfrac{x}{n}\right)^n$ avec $x \in]0, 1[$.

A $\lim\limits_{n\to+\infty} A_n = e^{-x}$
B $\lim\limits_{n\to+\infty} A_n = 1$
C $\lim\limits_{n\to+\infty} B_n = e^{-x}$
D $\lim\limits_{n\to+\infty} B_n = 1$

Soit l'équation $(E_m) : z^2 - 4z + m = 0$, $m \in \mathbb{R}$ admettant deux solutions complexes non réelles. On note z_0 l'une de ses deux racines. Soit $\alpha = 2 + i$.

Q49

A $\alpha^5 = 38 + 41i$
B $m \leq 4$
C $m = |z_0|^2$
D $\dfrac{2}{z_0}$ est une racine de (E_m)

Q50 Si α est racine de (E_m) alors $m =$

A $(2+i)^2$ B $\mathrm{Im}(2+i)^2$ C 5 D $\sqrt{5}$

Q51 Le linéarisé de l'expression $\sin^2 x \cos 3x$ est

A $\dfrac{1}{2}\cos 3x - \dfrac{1}{4}\cos 5x + \dfrac{1}{4}\cos x$
B $\dfrac{1}{2}\cos 3x + \dfrac{1}{4}\cos 5x + \dfrac{1}{4}\cos x$
C $\dfrac{1}{2}\cos 3x + \dfrac{1}{4}\cos 5x - \dfrac{1}{4}\cos x$
D $\dfrac{1}{2}\cos 3x - \dfrac{1}{4}\cos 5x - \dfrac{1}{4}\cos x$

On considère la suite numérique (u_n) définie par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = \dfrac{1}{2}\left(u_n + \dfrac{2}{u_n}\right)$, $\forall n \in \mathbb{N}$.

Q52

A (u_n) est croissante
B (u_n) est décroissante
C (u_n) est minorée par 2
D $u_n \geq 2 \ \forall n \in \mathbb{N}$

Q53 Posons $v_n = u_n - \sqrt{2}$. $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n =$

A $+\infty$ B 0 C $\sqrt{2}$ D $-\sqrt{2}$

Q54 Soit la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = x\ln x + \dfrac{1}{x}$

A $\lim\limits_{x\to0^+} f(x) = -\infty$
B $f'(x) = \ln x + 1 + \dfrac{1}{x^2}$ $\forall x \in]0, +\infty[$
C $\mathcal{C}_f$ admet une asymptote oblique en $+\infty$
D La tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse $x = 1$ est horizontale

Q55 On considère les deux suites $(u_n)_{n\geq0}$ et $(v_n)_{n\geq0}$ définies par $u_0 = 9$, $u_{n+1} = \sqrt{u_n}$ $\forall n \in \mathbb{N}$ et $v_n = \ln u_n$ $\forall n \in \mathbb{N}$. On note $S = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ et $P = u_0 u_1 \ldots u_n$.

A (v_n) est une suite arithmétique de raison $-\ln 3$
B $\forall n \in \mathbb{N}$ $v_n = \dfrac{1}{2^n}\ln 3$
C $\forall n \in \mathbb{N}$ $S = 4\left(1 - \dfrac{1}{2^{n+1}}\right)\ln 3$
D $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$

Q56 Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé on considère la transformation f qui à tout point M d'affixe z on associe le point M' d'affixe z' telle que M' est l'image de M par une rotation de centre A d'affixe $1 + i$ et d'angle $\dfrac{\pi}{2}$ suivie d'une translation de vecteur d'affixe $2 - i$. $z' =$

A $i(z + (1+i)) + (1+i) + (2-i)$
B $iz + (4 - i)$
C $z + (2 - i)$
D $-iz + (1 - i)$

Q57 $\displaystyle\int_0^{2\pi} |\sin x| \, dx =$

A 1 B 2 C 4 D 0

Q58 Soient $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix}2\\-1\\2\end{pmatrix}$ deux vecteurs. Le produit vectoriel de $\vec{u}$ et $\vec{v}$ est égal à

A $\begin{pmatrix}3\\-4\\-5\end{pmatrix}$ B $\begin{pmatrix}3\\4\\-5\end{pmatrix}$
C $\begin{pmatrix}3\\-4\\5\end{pmatrix}$ D $\begin{pmatrix}3\\4\\5\end{pmatrix}$

Q59 Dans une ville 30% des habitants utilisent le bus, 50% utilisent la voiture et le reste utilise la marche à pied pour aller au travail. On observe que 90% des usagers de bus et 60% des automobilistes et 100% des piétons sont à l'heure. On choisit un habitant X au hasard.

A La probabilité que X soit à l'heure est $0{,}66$
B La probabilité que X soit venu en voiture est $0{,}6$
C La probabilité que X soit venu en voiture et en retard est $0{,}15$
D La probabilité que X soit venu en bus et à l'heure est $0{,}27$

Q60 Une urne contient n boules rouges et m boules vertes. On en tire deux, l'une après l'autre (sans remise). La probabilité pour que la seconde boule tirée soit rouge est

A $\dfrac{n}{n+m}$
B $\dfrac{n-1}{n+m-1}$
C $\dfrac{n^2}{(n+m)^2}$
D $\dfrac{n^2}{(n+m)(n+m-1)}$

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE CHIMIE DE KÉNITRA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès en 1re année · ENSCK Maroc

Session du 25 juillet 2025

2025 — Correction

Q41	Q42	Q43	Q44	Q45	Q46	Q47	Q48	Q49	Q50	Q51	Q52	Q53	Q54
B	D	A	A	C	A	B	D	C	C	D	B	B	D

Q55	Q56	Q57	Q58	Q59	Q60
C	B	C	A	D	A

Q41 ✔ Réponse B

Avec $w = iz$, $|w| = 1$ et $\overline{w} = \dfrac{1}{w}$:

$$\overline{\left(\frac{1+w}{1-w}\right)} = \frac{1+\frac{1}{w}}{1-\frac{1}{w}} = \frac{w+1}{w-1} = -\frac{1+w}{1-w}.$$

Le nombre est imaginaire pur : sa partie réelle est 0.

Q42 ✔ Réponse D

Avec $z = re^{i\theta}$: $z + \dfrac{1}{z} = \left(r + \dfrac{1}{r}\right)\cos\theta + i\left(r - \dfrac{1}{r}\right)\sin\theta$. Réel $\iff \sin\theta = 0$ ou $r = 1$: l'axe réel privé de O, union le cercle unité.

Q43 ✔ Réponse A

$x \ln\sqrt{1+\frac{a}{x}} = \dfrac{x}{2}\ln\left(1+\dfrac{a}{x}\right) \to \dfrac{a}{2}$, donc $f(x) \to 1 + \dfrac{a}{2}$.

Q44 ✔ Réponse A

Une primitive de $e^x \sin x$ est $\dfrac{e^x(\sin x - \cos x)}{2}$:

$$\left[\frac{e^x(\sin x - \cos x)}{2}\right]_0^{\pi/2} = \frac{e^{\pi/2}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{1+e^{\pi/2}}{2}.$$

Q45 ✔ Réponse C

$|f(x)| \le x^2$: f est continue en 0, et $\dfrac{f(x)}{x} = x\sin\dfrac{1}{x} \to 0$: $f'(0) = 0$. Pour $x \neq 0$, $f'(x) = 2x\sin\dfrac{1}{x} - \cos\dfrac{1}{x}$ n'a pas de limite en 0 : f' n'est pas continue en 0.

Q46 ✔ Réponse A

$S : (x-1)^2 + \left(y+\frac{1}{2}\right)^2 + z^2 = \frac{1}{4}$, centre $\Omega\left(1, -\frac{1}{2}, 0\right)$, $R = \frac{1}{2}$. $\|\vec{n}\| = \sqrt{2+1+1} = 2$ et $d(\Omega, P) = \dfrac{|\sqrt{2}+\frac{1}{2}-\alpha|}{2} = \dfrac{1}{2}$, d'où $\alpha = \sqrt{2} - \frac{1}{2}$ ou $\alpha = \sqrt{2} + \frac{3}{2}$.

Q47 ✔ Réponse B

$$\frac{1}{x(x^2+1)} = \frac{1}{x} - \frac{x}{x^2+1} :$$

$$\left[\ln x - \tfrac{1}{2}\ln(x^2+1)\right]_1^2 = \ln 2 - \tfrac{1}{2}\ln\tfrac{5}{2} = \tfrac{1}{2}\ln\tfrac{8}{5}.$$

Q48 ✔ Réponse D

$A_n = (1-x^2)^n \to 0$ (A, B faux). $B_n = \left(1 - \dfrac{x^2}{n^2}\right)^n$ et $n\ln\left(1-\dfrac{x^2}{n^2}\right) \sim -\dfrac{x^2}{n} \to 0$: $B_n \to 1$.

Q49 ✔ Réponse C

Racines non réelles : $\Delta = 16 - 4m < 0$, $m > 4$ (B faux). Elles sont conjuguées, de produit $m = z_0\overline{z_0} = |z_0|^2$. ($\alpha^5 = -38 + 41i$, A faux ; $\frac{2}{z_0} = \frac{2\overline{z_0}}{m}$ n'est racine que si $m = 2$.)

Q50 ✔ Réponse C

$m = |\alpha|^2 = 4 + 1 = 5$.

Q51 ✔ Réponse D

$$\sin^2 x \cos 3x = \frac{1-\cos 2x}{2}\cos 3x = \frac{1}{2}\cos 3x - \frac{1}{4}(\cos 5x + \cos x).$$

Q52 ✔ Réponse B

$u_{n+1} - \sqrt{2} = \dfrac{(u_n - \sqrt{2})^2}{2u_n} \ge 0$, donc $u_n \ge \sqrt{2}$, et $u_{n+1} - u_n = \dfrac{2-u_n^2}{2u_n} \le 0$: décroissante. ($u_1 = 1{,}5 < 2$: C et D faux.)

Q53 ✔ Réponse B

(u_n) décroissante minorée converge vers $\ell = \frac{1}{2}\left(\ell + \frac{2}{\ell}\right)$, soit $\ell = \sqrt{2}$: $v_n \to 0$.

Q54 ✔ Réponse D

$f'(x) = \ln x + 1 - \dfrac{1}{x^2}$ (B faux) et $f'(1) = 0$: tangente horizontale. En 0^+, $x\ln x \to 0$ et $\frac{1}{x} \to +\infty$ (A faux) ; $\frac{f(x)}{x} \to +\infty$: pas d'asymptote oblique.

Q55 ✔ Réponse C

$v_{n+1} = \frac{1}{2}v_n$: géométrique de raison $\frac{1}{2}$, $v_0 = 2\ln 3$, $v_n = \dfrac{2\ln 3}{2^n}$. Donc

$$S = 2\ln 3 \cdot \frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}}{1-\frac{1}{2}} = 4\left(1 - \frac{1}{2^{n+1}}\right)\ln 3.$$

$u_n = e^{v_n} \to 1$ (D faux).

Q56 ✔ Réponse B

Rotation : $z_1 = i(z - (1+i)) + (1+i) = iz + 2$. Translation : $z' = iz + 2 + (2-i) = iz + 4 - i$.

Q57 ✔ Réponse C

$$\int_0^{2\pi} |\sin x|\,dx = 2\int_0^{\pi} \sin x\,dx = 2 \times 2 = 4.$$

Q58 ✔ Réponse A

$\vec{u} \wedge \vec{v} = (2\cdot 2 - (-1)(-1),\ (-1)\cdot 2 - 1\cdot 2,\ 1\cdot(-1) - 2\cdot 2) = (3, -4, -5)$.

Q59 ✔ Réponse **D**

$P(B \cap H) = 0{,}3 \times 0{,}9 = 0{,}27$. ($P(H) = 0{,}27 + 0{,}3 + 0{,}2 = 0{,}77$; $P(V) = 0{,}5$; $P(V \cap \overline{H}) = 0{,}5 \times 0{,}4 = 0{,}2$.)

Q60 ✔ Réponse **A**

Probabilités totales :

$$\frac{n}{n+m} \cdot \frac{n-1}{n+m-1} + \frac{m}{n+m} \cdot \frac{n}{n+m-1} = \frac{n(n+m-1)}{(n+m)(n+m-1)} = \frac{n}{n+m}.$$

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE CHIMIE DE KÉNITRA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès en 1re année · ENSC Maroc

Session du 1er août 2024

2024 — Énoncé

Q1 Soit $f(x) = x^4 - 4$.

A le point $(0, -4)$ est un maximum de f sur $\mathbb{R}$
B $(0, -4)$ est un point d'inflexion de f sur $\mathbb{R}$
C $\mathcal{C}_f$ possède une tangente verticale en $(0, -4)$
D le point $(0, -4)$ est un minimum de f sur $\mathbb{R}$

Q2 Soit f la fonction définie sur $\left]\frac{\pi}{3}, \pi\right[$ par $f(x) = x - 2\sin x$. $\left(\sqrt{3} \approx 1{,}73\right)$

A f ne s'annule pas sur $\left]\frac{\pi}{3}, \pi\right[$
B $\exists c \in \left]\frac{\pi}{3}, \pi\right[\ f'(c) = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3}{\pi}$
C f est strictement décroissante sur $\left]\frac{\pi}{3}, \pi\right[$
D f est concave

Q3 On considère la fonction f donnée par

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - x + 1}{3x^2 + 6} & \text{si } x \geq 1 \\ \dfrac{1}{x^2 - x} \sin \dfrac{\pi}{2} x & \text{si } x < 1 \end{cases}$$

A f est continue en 1
B f possède un prolongement par continuité en 0
C f possède une limite finie en 1
D f possède une limite infinie en 0

Q4 Soit P une fonction polynomiale de degré n impair.
L'équation $P(x) = 0$ possède

A n solutions réelles
B pas de solutions réelles
C au moins une solution réelle
D au moins n solutions réelles

Q5 Soit a et b deux réels tels que $0 < a < b$. On considère les suites (u_n) et (v_n) définies par $\forall n \in \mathbb{N}$:

$$\begin{cases} u_0 = a \\ u_{n+1} = \dfrac{2u_n v_n}{u_n + v_n} \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} v_0 = b \\ v_{n+1} = \dfrac{u_n + v_n}{2} \end{cases}$$

A (u_n) est décroissante et (v_n) est croissante
B $\forall n \in \mathbb{N}\ u_n > v_n$
C $\forall n \in \mathbb{N},\ v_{n+1} - u_{n+1} > \frac{1}{2}(v_n - u_n)$
D la suite $(u_n v_n)_{n \geq 0}$ est constante

Q6 $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \sin x \cos x\, dx =$

A $\frac{\pi}{8}$ B $\frac{\pi}{4}$ C $\frac{1}{2}$ D $\frac{\pi}{2} + \frac{1}{2}$

Q7 Soit $f(x) = \sin^3 x \cos x$. La linéarisation de f est donnée par

A $\dfrac{-\sin 4x}{8} + \dfrac{1}{4}\sin 2x$
B $\dfrac{-\cos 4x}{8} + \dfrac{1}{4}\sin 2x$
C $\dfrac{\cos 4x}{8} + \dfrac{1}{4}\cos 2x$
D $\dfrac{-\sin 4x}{8} + \dfrac{1}{4}\cos 2x$

Q8 Soit f une fonction continue sur $[0, 1]$ telle que $f(0) = f(1) = \frac{1}{2}$.

A $f\left(\left[0, \frac{1}{2}\right]\right) \subset \left[\frac{1}{2}, 1\right]$
B $\exists c \in]0, 1[\ f(c) = c$
C $\exists c \in]0, 1[\ f'(c) = 0$
D $\exists c \in]0, 1[\ f(c) = \dfrac{1+c}{1-c}$

Q9 Soient S la sphère d'équation $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y - 4z = 0$ et P le plan d'équation $4x - 3y + 10 = 0$.

A P coupe S selon un disque
B $P \cap S = \varnothing$
C P est tangent à S
D Le centre de S appartient à P

Q10 Soit le nombre complexe $z = i$.

A $z^{\frac{1}{2}} = -\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) + i\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)$
B $z^4 = -1$
C $z^i = e^{-\frac{\pi}{2}}$
D $\mathrm{Im}\left(z^{-i}\right) = e^{\frac{\pi}{2}}$

Q11 Soit le nombre complexe $z = 2e^{i\frac{\pi}{6}}$.

A la forme algébrique de $\frac{1}{z} = \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{i}{4}$
B $|z| = 4$
C $\mathrm{Im}\left(z^3\right) = -4\sqrt{3}$
D $\mathrm{Re}\left(z^2\right) = 2\sqrt{3}$

Q12 Soient les nombres complexes $a = 1 + i$, $b = 1 - i\sqrt{3}$ et $z = \frac{a}{b}$, $\arg(z) \equiv$

A $\frac{7\pi}{12}\ [2\pi]$ B $\frac{5\pi}{6}\ [2\pi]$
C $\frac{6\pi}{5}\ [2\pi]$ D $\frac{12\pi}{7}\ [2\pi]$

Q13 Un dé équilibré à six faces est lancé quatre fois. La probabilité d'obtenir deux fois la face six

A $\frac{16}{216}$ B $\frac{25}{216}$ C $\frac{2}{76}$ D $\frac{16}{76}$

Dans une clinique, 5% des patients sont atteints d'une maladie rare. Un test de dépistage pour cette maladie a une sensibilité (probabilité de détecter correctement la maladie) de 98% et une spécificité (probabilité de détecter correctement l'absence de la maladie) de 97%.

Q14 La probabilité qu'un patient soit malade et obtienne un test négatif

A 0,001 B 0,002 C 0,01 D 0,02

Q15 La probabilité qu'un patient ne soit pas malade et obtienne un test positif

A 0,0145 B 0,015 C 0,019 D 0,0285

Q16 Les solutions, dans $\mathbb{C}$, de l'équation $z^4 + z^2 - 6 = 0$

A $\pm i\sqrt{2}$ et $\pm\sqrt{3}$ B $\pm i\sqrt{2}$ et $\pm i\sqrt{3}$
C $\pm i\sqrt{3}$ et $\pm\sqrt{2}$ D $\pm\sqrt{2}$ et $\pm\sqrt{3}$

Soit (u_n) une suite telle que $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$.

Q17 $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{\sin n + \cos n}{1 + \frac{1}{u_n}} =$

A $+\infty$ B 2 C n'a pas de limite D 0

Q18 $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} u_n \left(xe^x - \frac{x}{e^{-x}}\right) =$

A $+\infty$ B 1 C n'a pas de limite D 0

Q19 $\forall n \in \mathbb{N}\ \displaystyle\lim_{x\to\frac{\pi}{2}} \frac{\prod_{k=1}^{n}\left(1 - \sin^k x\right)}{\cos^{2n} x} =$

A $\frac{1}{2^n}$ B 0 C n'a pas de limite D $\frac{n!}{2^n}$

Q20 On munit le plan complexe d'un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$. Soient A, B, C les points d'affixes respectives z_A, z_B, z_C avec $z_A = 1 - i$, B le symétrique de A par rapport à l'origine, la partie réelle de z_C est positive et le triangle (ABC) est un triangle rectangle isocèle en A.

A $|AB| = 3\sqrt{2}$ B $z_B = -1 - i$
C $\arg(z_C) \equiv \pi\ [2\pi]$ D $z_C = 3 + i$

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE CHIMIE DE KÉNITRA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès en 1re année · ENSC Maroc

Session du 1er août 2024

2024

Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12	Q13	Q14
D	B	B	C	D	A	A	B	C	C	A	A	B	A

Q15	Q16	Q17	Q18	Q19	Q20
D	C	C	D	D	D

Q1 ✔ Réponse D

$f(x) = x^4 - 4 \geq -4 = f(0)$ pour tout x : $(0, -4)$ est un minimum. ($f'(0) = 0$: tangente horizontale.)

Q2 ✔ Réponse B

f est continue sur $\left[\frac{\pi}{3}, \pi\right]$, dérivable sur l'intervalle ouvert. Accroissements finis :

$$f'(c) = \frac{f(\pi) - f\left(\frac{\pi}{3}\right)}{\frac{2\pi}{3}} = \frac{\frac{2\pi}{3} + \sqrt{3}}{\frac{2\pi}{3}} = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{3}{\pi}.$$

(A faux : $f\left(\frac{\pi}{3}\right) < 0 < f(\pi)$; C faux : $f'(x) = 1 - 2\cos x > 0$; D faux : $f'' = 2\sin x > 0$.)

Q3 ✔ Réponse B

Pour $x < 1$, $x \neq 0$: $f(x) = \dfrac{\sin\frac{\pi x}{2}}{x(x-1)} \sim \dfrac{\frac{\pi x}{2}}{-x} \to -\dfrac{\pi}{2}$ en 0 : limite finie, f se prolonge par continuité en 0.
En 1^-, $x(x-1) \to 0^-$ et $\sin\frac{\pi}{2} = 1$: $f \to -\infty$, donc A et C sont faux.

Q4 ✔ Réponse C

Un polynôme de degré impair tend vers $\pm\infty$ de signes contraires en $\pm\infty$; il est continu, donc s'annule au moins une fois (TVI).

Q5 ✔ Réponse D

$u_{n+1}v_{n+1} = \dfrac{2u_nv_n}{u_n+v_n} \cdot \dfrac{u_n+v_n}{2} = u_nv_n$: la suite (u_nv_n) est constante, égale à ab.
(B faux : $v_n > u_n$; C faux : $v_{n+1} - u_{n+1} = \dfrac{(v_n-u_n)^2}{2(u_n+v_n)} < \dfrac{1}{2}(v_n - u_n)$.)

Q6 ✔ Réponse A

$x\sin x\cos x = \frac{1}{2}x\sin 2x$. Par parties :

$$\frac{1}{2}\left[-\frac{x\cos 2x}{2} + \frac{\sin 2x}{4}\right]_0^{\pi/2} = \frac{1}{2}\cdot\frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{8}.$$

Q7 ✔ Réponse A

$\sin^3 x = \dfrac{3\sin x - \sin 3x}{4}$, donc

$f(x) = \dfrac{3\sin x\cos x - \sin 3x\cos x}{4} = \dfrac{\frac{3}{2}\sin 2x - \frac{1}{2}(\sin 4x + \sin 2x)}{4} = \dfrac{1}{4}\sin 2x - \dfrac{\sin 4x}{8}$.

Q8 ✔ Réponse B

$g(x) = f(x) - x$ est continue, $g(0) = \frac{1}{2} > 0$ et $g(1) = -\frac{1}{2} < 0$: par le TVI, g s'annule en un $c \in]0, 1[$. (C suppose f dérivable.)

Q9 ✔ Réponse C

$S : (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 9$, centre $\Omega(2, 1, 2)$, $R = 3$.
$d(\Omega, P) = \dfrac{|8 - 3 + 10|}{5} = 3 = R$: P est tangent à S.

Q10 ✔ Réponse C

$i = e^{i\pi/2}$, donc $i^i = e^{i\cdot i\frac{\pi}{2}} = e^{-\frac{\pi}{2}}$. ($z^4 = 1$; $z^{-i} = e^{\pi/2}$ est réel.)

Q11 ✔ Réponse A

$z = \sqrt{3} + i$, $\dfrac{1}{z} = \dfrac{\sqrt{3} - i}{4} = \dfrac{\sqrt{3}}{4} - \dfrac{i}{4}$. ($|z| = 2$, $z^3 = 8i$, $z^2 = 2 + 2i\sqrt{3}$.)

Q12 ✔ Réponse A

$\arg a = \dfrac{\pi}{4}$ et $\arg b = -\dfrac{\pi}{3}$, donc $\arg z = \dfrac{\pi}{4} + \dfrac{\pi}{3} = \dfrac{7\pi}{12}$ $[2\pi]$.

Q13 ✔ Réponse B

Loi binomiale $\mathcal{B}\left(4, \frac{1}{6}\right)$: $\binom{4}{2}\left(\frac{1}{6}\right)^2\left(\frac{5}{6}\right)^2 = \dfrac{6\times 25}{1296} = \dfrac{25}{216}$.

Q14 ✔ Réponse A

$P(M \cap \overline{T}) = 0{,}05 \times 0{,}02 = 0{,}001$.

Q15 ✔ Réponse D

$P(\overline{M} \cap T) = 0{,}95 \times 0{,}03 = 0{,}0285$.

Q16 ✔ Réponse C

Avec $Z = z^2$: $Z^2 + Z - 6 = 0$, $Z = 2$ ou $Z = -3$. Donc $z = \pm\sqrt{2}$ ou $z = \pm i\sqrt{3}$.

Q17 ✔ Réponse C

Le dénominateur tend vers 1, et $\sin n + \cos n = \sqrt{2}\sin\left(n + \frac{\pi}{4}\right)$ n'a pas de limite.

Q18 ✔ Réponse D

$\dfrac{x}{e^{-x}} = xe^x$, donc la parenthèse est nulle et la suite est constante égale à 0.

Q19 ✔ Réponse D

Avec $t = 1 - \sin x \to 0$: $1 - \sin^k x = 1 - (1-t)^k \sim kt$ et $\cos^2 x = 1 - \sin^2 x \sim 2t$. Le quotient est équivalent à $\dfrac{n!\,t^n}{2^n t^n} = \dfrac{n!}{2^n}$.

Q20 ✔ Réponse D

$z_B = -1 + i$ et $\overrightarrow{AB}$ a pour affixe $-2 + 2i$ ($AB = 2\sqrt{2}$). C s'obtient par une rotation de centre A d'angle $\pm\frac{\pi}{2}$:
$z_C = z_A \pm i(-2 + 2i)$, soit $-1 - 3i$ ou $3 + i$. Partie réelle positive : $z_C = 3 + i$.

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE CHIMIE DE KÉNITRA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès en 1re année · ENSCK Maroc

Session du 27 juillet 2023

2023 Énoncé

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite numérique définie par : $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \dfrac{2u_n}{\sqrt{1+u_n^2}}$.

On pose $v_n = \dfrac{u_n^2}{3-u_n^2}$.

Q1 Alors (v_n) est une suite géométrique de raison :

A $\dfrac{1}{4}$ B $\dfrac{1}{2}$ C 2 D 4

Q2 $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n =$

A $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ B $\sqrt{3}$ C 2 D $+\infty$

Q3 On considère la suite numérique $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $w_0 = \dfrac{1}{2}$ et $w_{n+1} = \dfrac{w_n}{3-2w_n}$.

Alors $\forall n \in \mathbb{N}$

A $\dfrac{1}{2} \le w_n < \left(\dfrac{3}{2}\right)^{n+1}$

B $0 < w_n < \left(\dfrac{3}{2}\right)^{n}$

C $0 < w_n < \left(\dfrac{1}{2}\right)^{n}$

D $\left(\dfrac{1}{4}\right)^{n} < w_n < \left(\dfrac{1}{2}\right)^{n}$

Q4 On considère l'intégrale $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin(\theta)}{\cos(\theta)}\, d\theta$. Alors $I =$

A $\dfrac{\ln(3)}{2}$ B $1-\dfrac{\pi}{4}$ C $\dfrac{\ln(2)}{2}$ D $\dfrac{\pi}{4}$

On considère l'équation suivante : $z^2 - 6z + 13 = 0$ de racines z_1 et z_2.

Q5 z_1 et z_2 sont :

A $2+3i$ et $3-2i$ B $2-3i$ et $2+3i$

C $2-3i$ et $3+2i$ D $3+2i$ et $3-2i$

Q6 Dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, on considère les points A et B d'affixes respectives z_1 et z_2. Le triangle OAB est un triangle :

A équilatéral
B isocèle
C rectangle
D rectangle isocèle

Q7 z_1 et z_2 vérifient :

A $z_1 + z_2 = 3$ B $z_1 = \overline{z_2}$

C $z_1 \times z_2 = 16$ D $\dfrac{z_1}{z_2} = i$

On considère la fonction f définie par $f(x) = \sqrt{e^{2x} - 2e^x - 3}$.

Q8 $D_f =$

A $\mathbb{R}$ B $\mathbb{R}\setminus\{\ln(3)\}$

C $[\ln(3), +\infty[$ D $]-\infty, \ln(3)]$

Q9 La fonction f est dérivable sur :

A $\mathbb{R}^*$ B $]-\infty, \ln(3)[$

C $]\ln(3), +\infty[$ D $\mathbb{R}^*\setminus\{\ln(3)\}$

Q10 f vérifie l'équation différentielle :

A $f(x)\left(f'(x) - f(x)\right) = e^x$

B $f(x)\left(f'(x) + f(x)\right) = e^x - 3$

C $f(x)\left(f'(x) + f(x)\right) = 3$

D $f(x)\left(f'(x) + f(x)\right) = e^x + 3$

Q11 Quel est le coefficient de $\dfrac{1}{x^2}$ dans le développement de $\left(x + \dfrac{1}{x}\right)^n$ quand le coefficient du troisième terme est le même que celui du septième terme dans la formule du binôme de Newton ?

A 28 B 56 C 128 D 356

Soient $(a_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ une suite arithmétique et S_n la somme des n premiers termes de $(a_n)_n$. On pose $a_5 = 5$ et $S_5 = 15$.

Q12 $\dfrac{1}{k(k+1)} =$

A $\dfrac{1}{k} - \dfrac{1}{k+1}$ B $\dfrac{1}{k+1} - \dfrac{1}{k}$

C $\dfrac{1}{k} + \dfrac{1}{k+1}$ D $\dfrac{k+1}{k} - \dfrac{k}{k+1}$

Q13 La somme des 100 premiers termes de la suite $\left(\dfrac{1}{a_n a_{n+1}}\right)_n$ est égale à

A $\dfrac{99}{101}$ B $\dfrac{100}{101}$ C $\dfrac{99}{100}$ D $\dfrac{101}{100}$

Q14 Dans une ville, il y a quatre boulangeries qui ferment un jour par semaine. Quel est le nombre de façons d'attribuer un jour de fermeture hebdomadaire ?

A C_7^4 B A_7^4 C 4^7 D 7^4

Q15 Quelle est la valeur de la limite suivante : $\lim\limits_{t\to+\infty} \left(1 + \dfrac{1}{t^{2023}}\right)^{t^{2024}}$?

A 1 B e C $\dfrac{1}{e}$ D $+\infty$

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE CHIMIE DE KÉNITRA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès en 1re année · ENSCK Maroc

Session du 27 juillet 2023

2023

Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12	Q13	Q14	Q15
D	B	C	C	D	B	B	C	C	–	B	A	B	D	D

Q1 ✔ Réponse D

$u_{n+1}^2 = \dfrac{4u_n^2}{1+u_n^2}$, donc

$$v_{n+1} = \frac{\frac{4u_n^2}{1+u_n^2}}{3-\frac{4u_n^2}{1+u_n^2}} = \frac{4u_n^2}{3-u_n^2} = 4v_n.$$

Q2 ✔ Réponse B

$v_n = \dfrac{1}{2}\cdot 4^n \to +\infty$ et $u_n^2 = \dfrac{3v_n}{1+v_n} \to 3$. Comme $u_n > 0$, $u_n \to \sqrt{3}$.

Q3 ✔ Réponse C

Avec $t_n = \dfrac{1}{w_n}$: $t_{n+1} = 3t_n - 2$, donc $t_n - 1 = 3^n(t_0 - 1) = 3^n$ et $w_n = \dfrac{1}{1+3^n}$. Ainsi $0 < w_n < \dfrac{1}{3^n} \le \left(\dfrac{1}{2}\right)^n$.

Remarque : B est vraie elle aussi (plus faible) ; A et D sont fausses ($w_1 = \frac{1}{4}$, et $n = 0$ pour D).

Q4 ✔ Réponse C

$I = [-\ln(\cos\theta)]_0^{\pi/4} = -\ln\dfrac{\sqrt{2}}{2} = \ln\sqrt{2} = \dfrac{\ln 2}{2}$.

Q5 ✔ Réponse D

$\Delta = 36 - 52 = -16 = (4i)^2$, d'où $z = \dfrac{6 \pm 4i}{2} = 3 \pm 2i$.

Q6 ✔ Réponse B

$OA = OB = \sqrt{13}$ et $AB = 4$: isocèle. Il n'est pas rectangle ($\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OB} = 9 - 4 = 5 \neq 0$) ni équilatéral.

Q7 ✔ Réponse B

Les racines d'une équation à coefficients réels sont conjuguées. ($z_1 + z_2 = 6$, $z_1 z_2 = 13$.)

Q8 ✔ Réponse C

$e^{2x} - 2e^x - 3 = (e^x - 3)(e^x + 1) \ge 0 \iff e^x \ge 3 \iff x \ge \ln 3$.

Q9 ✔ Réponse C

La racine est dérivable là où l'expression est strictement positive : $]\ln 3, +\infty[$.

Q10 ✔ Réponse –

$f^2 = e^{2x} - 2e^x - 3$, donc $2ff' = 2e^{2x} - 2e^x$, $ff' = e^{2x} - e^x$. Alors

$$f\,(f' - f) = ff' - f^2 = e^x + 3.$$

Aucune proposition n'est juste telle qu'imprimée (erreur du sujet) : D correspond avec $f' - f$ au lieu de $f' + f$.

Q11 ✔ Réponse B

Coefficients des 3e et 7e termes : $\binom{n}{2} = \binom{n}{6}$, donc $n = 8$. Le terme $\binom{8}{k}x^{8-k}x^{-k} = \binom{8}{k}x^{8-2k}$ donne x^{-2} pour $k = 5$: $\binom{8}{5} = 56$.

Q12 ✔ Réponse A

$\dfrac{1}{k} - \dfrac{1}{k+1} = \dfrac{k+1-k}{k(k+1)} = \dfrac{1}{k(k+1)}$.

Q13 ✔ Réponse B

$S_5 = \dfrac{5(a_1 + a_5)}{2} = 15$ donne $a_1 = 1$, donc $r = 1$ et $a_n = n$.

Somme télescopique :

$$\sum_{n=1}^{100} \frac{1}{n(n+1)} = 1 - \frac{1}{101} = \frac{100}{101}.$$

Q14 ✔ Réponse D

Chacune des 4 boulangeries choisit un jour parmi 7, indépendamment : 7^4.

Q15 ✔ Réponse D

$\ln\left(1 + t^{-2023}\right)^{t^{2024}} = t^{2024}\ln\left(1 + t^{-2023}\right) \sim t^{2024}\cdot t^{-2023} = t \to +\infty$.

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE CHIMIE DE KÉNITRA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès en 1re année · ENSCK Maroc

Session du 4 septembre 2022

2022 Énoncé

Q1 On considère la fonction définie par : $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{\cos^2 x + \sin 2x + 2}}$.
Alors son domaine de définition est :

A $\mathbb{R}$ B $]-\pi, \pi[$
C $\left]\dfrac{-\pi}{2}, \dfrac{\pi}{2}\right[$ D $\left]0, \dfrac{\pi}{2}\right[$

Q2 On considère la fonction définie par : $f(x) = \begin{cases} x^2 \ln(x^2) & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$ Alors

A f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et f' est continue sur $\mathbb{R}$.
B $\forall x \in \mathbb{R}^*$, $f''(x) = 2\ln x^2 - 6$.
C f est deux fois dérivable sur $\mathbb{R}$.
D f'' est continue sur $\mathbb{R}$

Q3 Sur l'intervalle $\left]\dfrac{1}{4}, 4\right]$ l'équation $x - 1 - \sqrt{x} = 0$ possède :

A au moins une solution.
B aucune solution.
C une solution unique.
D deux solutions

Q4 On considère la fonction définie sur $\mathbb{R}$ vérifiant l'équation différentielle : $f''(x) + 3f'(x) + 2f(x) = 0$ tel que $f(0) = 1$, $f'(0) = 0$. Alors : $f(x) =$

A $(x^2+1)e^{-x}$.
B $2e^{-x} - e^{-2x}$
C $2e^{-x} - (x+1)e^{-2x}$.
D $x + \dfrac{e^{-2x}}{2} + \dfrac{1}{2}$.

Q5 On considère la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x + \dfrac{1}{4} - \dfrac{e^{2x}}{(e^x+1)^2}$ et $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative. Alors :

A $(\mathcal{C}_f)$ n'admet pas d'asymptote.
B La droite d'équation $y = x - \dfrac{3}{4}$ est une asymptote de $(\mathcal{C}_f)$ au voisinage de $-\infty$.
C La droite d'équation $y = x - \dfrac{1}{4}$ est une asymptote de $(\mathcal{C}_f)$ au voisinage de $-\infty$.
D La droite d'équation $y = x + \dfrac{1}{4}$ est une asymptote de $(\mathcal{C}_f)$ au voisinage de $-\infty$.

Q6 Soit $f(x) = \cos^3 x + \sin^2 x$. Alors $f(x) =$

A $-\dfrac{\cos 3x}{4} - \dfrac{\cos 2x}{2} + \dfrac{1}{4}$.
B $\dfrac{\cos 3x}{4} - \dfrac{\sin 2x}{2} + \dfrac{3\cos x}{4} + \dfrac{1}{2}$.
C $\dfrac{\cos 3x}{4} - \dfrac{\cos 2x}{2} + \dfrac{3\sin x}{4} - \dfrac{1}{2}$.
D $\dfrac{\cos 3x}{4} - \dfrac{\cos 2x}{2} + \dfrac{3\cos x}{4} + \dfrac{1}{2}$.

Q7 Dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, on considère les points A, B, C et D d'affixes respectives $2 - i$, $3 + 2i$, $-1 + 4i$ et $-2 + i$. Quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$?

A rectangle.
B carré.
C losange.
D parallélogramme.

Q8 Dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, on considère les points A, B, C et D d'affixes respectives -1, $-i$, 1 et i. On note G le barycentre du système pondéré $\{(A, 2022), (B, 2022), (C, 2022), (D, 2022)\}$. Alors :

A $G \neq O$.
B GCD est un triangle isocèle.
C ABG est un triangle equilatéral.
D $ABCD$ n'est pas un carré.

Q9 Soit C l'ensemble des points d'affixe z vérifiant $|z - 1| = |z + 1|$. Alors :

A $C = \varnothing$
B C est un cercle.
C C est l'axe des ordonnés.
D C est l'axe des abscisses.

Q10 Dans le plan muni du repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ on considère la transformation f qui associe à chaque point M d'affixe z le point M' d'affixe $z' = e^{i\frac{\pi}{4}} z$. Alors f est :

A une translation.
B une homothétie.
C une rotation.
D une symétrie.

Q11 Soient $(u_n)_{n\geq 1}$ et $(v_n)_{n\geq 1}$ deux suites numériques définies par : $u_1 = 2$, $u_{n+1} = \dfrac{1}{3}u_n + 2$ et $v_n = u_n - 3$. Alors :

A $(v_n)_{n\geq 1}$ est une suite géometrique et $u_n = 3 - \left(\dfrac{1}{3}\right)^{n-1}$, $\forall n \geq 1$.
B $(v_n)_{n\geq 1}$ est une suite géometrique et $u_n = -3 + \left(\dfrac{1}{3}\right)^{n-1}$, $\forall n \geq 1$.
C $(u_n)_{n\geq 1}$ est une suite convergente vers 0.
D $(v_n)_{n\geq 1}$ est une suite arithmétique.

Q12 On considère la suite $(u_n)_{n\geq 0}$ définie par $u_n = \dfrac{n}{n^2+1} + \dfrac{n}{n^2+2} + \cdots + \dfrac{n}{n^2+n}$.
Alors :

A $\forall n \in \mathbb{N}$ $\dfrac{n}{n^2+1} \leq u_n \leq \dfrac{1}{n+1}$.
B $\forall n \in \mathbb{N}$ $\dfrac{n}{n+1} \leq u_n \leq \dfrac{n^2}{n^2+1}$.
C $\forall n \in \mathbb{N}$ $\dfrac{n}{n+1} \leq u_n \leq 1$ et $\lim\limits_{x\to\infty} u_n = 0$.
D $\forall n \in \mathbb{N}$ $0 \leq u_n \leq \dfrac{1}{n}$ et $\lim\limits_{x\to\infty} u_n = 1$.

Q13 On considère l'intégrale $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 x\, dx$. Alors $I =$

A $\dfrac{1}{2}$. B $\dfrac{3}{2}$. C $\dfrac{-2}{3}$. D $\dfrac{2}{3}$.

Q14 On note $I = \displaystyle\int_0^{\ln\sqrt{3}} \frac{e^x\, dx}{1+e^{2x}}$ et $J = \displaystyle\int_0^{\ln 2} \frac{dx}{1+e^x}$. Le changement de variable $t = e^x$ donne :

A $I = \displaystyle\int_1^{\sqrt{3}} \frac{dt}{1+t^2} = \frac{\pi}{12}$.
B $I = \displaystyle\int_1^{\sqrt{3}} \frac{t\, dt}{1+t^2} = \frac{1}{2}\ln 2$.
C $J = \displaystyle\int_1^{2} \frac{dt}{1+t} = \ln 3 - \ln 2$.
D $J = \displaystyle\int_1^{2} \frac{dt}{t(1+t)} = 2\ln 2 + \ln 3$.

Q15 On considère deux événements A et B tels que $\mathcal{P}(A) = \dfrac{1}{2}$, $\mathcal{P}(B) = \dfrac{5}{12}$ et $\mathcal{P}(A \cup B) = \dfrac{3}{4}$. Alors : $\mathcal{P}\left(\bar{A} \cap \bar{B}\right) =$

A $\dfrac{1}{6}$. B $\dfrac{1}{12}$. C $\dfrac{1}{4}$. D $\dfrac{3}{4}$.

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE CHIMIE DE KÉNITRA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès en 1re année · ENSCK Maroc

Session du 4 septembre 2022

2022

Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12	Q13	Q14	Q15
A	A	C	B	D	D	D	B	C	C	A	B	D	A	C

Q1 ✔ Réponse A

$\cos^2 x + \sin 2x = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cos 2x + \sin 2x \geq \frac{1}{2} - \sqrt{\frac{1}{4}+1} = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$.

Donc $\cos^2 x + \sin 2x + 2 \geq \frac{5-\sqrt{5}}{2} > 0$: $D_f = \mathbb{R}$.

Q2 ✔ Réponse A

$\frac{f(x)-f(0)}{x} = x\ln(x^2) \to 0$: $f'(0) = 0$. Pour $x \neq 0$, $f'(x) = 2x\ln(x^2) + 2x \to 0$ en 0 : f' est continue sur $\mathbb{R}$. En revanche $f''(x) = 2\ln(x^2) + 6 \to -\infty$ en 0 : B, C, D sont faux.

Q3 ✔ Réponse C

$g(x) = x - 1 - \sqrt{x}$: $g'(x) = 1 - \frac{1}{2\sqrt{x}} > 0$ sur $]\frac{1}{4}, 4]$, $g\left(\frac{1}{4}\right) = -\frac{5}{4} < 0$ et $g(4) = 1 > 0$: une solution unique (A est donc vraie aussi, mais C est plus précise).

Q4 ✔ Réponse B

$r^2 + 3r + 2 = 0$: $r = -1$ ou $r = -2$, $f(x) = ae^{-x} + be^{-2x}$. $a + b = 1$ et $-a - 2b = 0$ donnent $a = 2$, $b = -1$.

Q5 ✔ Réponse D

En $-\infty$: $\frac{e^{2x}}{(e^x+1)^2} \to 0$, donc $f(x) - \left(x + \frac{1}{4}\right) \to 0$. (En $+\infty$ le quotient tend vers 1 : asymptote $y = x - \frac{3}{4}$ en $+\infty$, pas en $-\infty$.)

Q6 ✔ Réponse D

$\cos^3 x = \frac{\cos 3x + 3\cos x}{4}$ et $\sin^2 x = \frac{1-\cos 2x}{2}$, d'où

$$f(x) = \frac{\cos 3x}{4} - \frac{\cos 2x}{2} + \frac{3\cos x}{4} + \frac{1}{2}.$$

Q7 ✔ Réponse D

$\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{DC}$ ont la même affixe $1 + 3i$: parallélogramme. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 1 \times (-4) + 3 \times 2 = 2 \neq 0$ et $AB = \sqrt{10} \neq AD = \sqrt{20}$: ni rectangle, ni losange.

Q8 ✔ Réponse B

Poids égaux : $z_G = \frac{-1-i+1+i}{4} = 0$, $G = O$. $GC = GD = 1$: GCD est isocèle (et rectangle en G). $ABCD$ est un carré.

Q9 ✔ Réponse C

M est équidistant des points d'affixes 1 et -1 : c'est leur médiatrice, l'axe des ordonnées.

Q10 ✔ Réponse C

$z' = e^{i\pi/4}z$: rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{4}$.

Q11 ✔ Réponse A

$v_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2 - 3 = \frac{1}{3}(u_n - 3) = \frac{1}{3}v_n$: géométrique de raison $\frac{1}{3}$, $v_1 = -1$. Donc $u_n = 3 - \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$, qui tend vers 3.

Q12 ✔ Réponse B

Chacun des n termes vérifie $\frac{n}{n^2+n} \leq \frac{n}{n^2+k} \leq \frac{n}{n^2+1}$. En sommant :

$$\frac{n}{n+1} \leq u_n \leq \frac{n^2}{n^2+1},$$

et $u_n \to 1$.

Q13 ✔ Réponse D

$\cos^3 x = (1 - \sin^2 x)\cos x$:

$$I = \left[\sin x - \frac{\sin^3 x}{3}\right]_0^{\pi/2} = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}.$$

Q14 ✔ Réponse A

$t = e^x$, $dx = \frac{dt}{t}$: $I = \int_1^{\sqrt{3}} \frac{dt}{1+t^2} = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{12}$. (D : $J = [\ln t - \ln(1+t)]_1^2 = 2\ln 2 - \ln 3$, pas $+\ln 3$.)

Q15 ✔ Réponse C

$\mathcal{P}\left(\bar{A} \cap \bar{B}\right) = 1 - \mathcal{P}(A \cup B) = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$.

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE CHIMIE DE KÉNITRA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès au Cycle Préparatoire Intégré · ENSCK

Session 2021

2021 Énoncé

Soient $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ les suites définies par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \dfrac{u_n}{u_n+2}$ et $v_n = \dfrac{u_n}{u_n+1}$.

Q1

A $\forall n \geq 0,\ v_{n+1} = 1 + v_n$

B $\forall n \geq 0,\ v_n = \left(\dfrac{1}{2}\right)^n$

C $\forall n \geq 0,\ v_n = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$

D $v_{n+1} = \dfrac{1}{2}v_n$

Q2

A $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$

B $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$

C $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -1$

D $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$

Q3 Dans l'ensemble $\mathbb{C}$, si $z = \dfrac{3}{2} - i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ alors

A $|z-1| = 1,\ \arg(z-1) \equiv \dfrac{5\pi}{3}\ [2\pi]$

B $|z-1| = 1,\ \arg(z-1) \equiv \dfrac{11\pi}{6}\ [2\pi]$

C $|z-1| = \sqrt{3},\ \arg(z) \equiv \dfrac{5\pi}{3}\ [2\pi]$

D $|z-1| = \sqrt{3},\ \arg(z) \equiv \dfrac{11\pi}{6}\ [2\pi]$

Q4 La limite $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x$ est égale à

A 1 B e C $\dfrac{1}{e}$ D $\dfrac{-1}{e}$

Q5 La linéarisation de l'expression $\sin(x)\cos(2x)$ est donnée par :

A $\dfrac{1}{2}(\cos(3x) + \sin(x))$

B $\dfrac{1}{2}(\sin(3x) - \cos(x))$

C $\dfrac{1}{2}(\sin(3x) - \sin(x))$

D $\dfrac{1}{2}(\cos(3x) + \sin(x))$

Q6 On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $u_n = \dfrac{1}{2^n}$. On pose $S = \sum\limits_{k=5}^{12} u_k$

A $S = \left(\dfrac{1}{2}\right)^8 - \left(\dfrac{1}{2}\right)^{17}$

B $S = \left(\dfrac{1}{2}\right)^4 - \left(\dfrac{1}{2}\right)^8$

C $S = \left(\dfrac{1}{2}\right)^5 - \left(\dfrac{1}{2}\right)^{12}$

D $S = \left(\dfrac{1}{2}\right)^4 - \left(\dfrac{1}{2}\right)^{12}$

Q7 Soient z_1 et z_2 deux nombres complexes tels que : $z_1 = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ et $z_2 = -3i$

A $\dfrac{z_1}{z_2} = \dfrac{3}{2}e^{\frac{3i\pi}{4}}$ B $\dfrac{z_1}{z_2} = \dfrac{3}{2}e^{\frac{i\pi}{4}}$

C $z_1 z_2 = 6e^{\frac{-i\pi}{4}}$ D $z_1 z_2 = 6e^{\frac{i\pi}{4}}$

Q8

A $\displaystyle\int_0^{\pi} \cos(x)\sin(x)\,dx = 1$

B $\displaystyle\int_0^{1} xe^{1-x}\,dx = 3 - e$

C $\displaystyle\int_1^{e} (x+1)\ln(x)\,dx = \frac{e^2+5}{4}$

D $\displaystyle\int_1^{e} \frac{(\ln(x))^2\,dx}{x} = 1$

Q9 Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite géométrique de premier terme $u_0 = 2$ et de raison $\dfrac{1}{2}$. La somme $\ln(u_0) + \ln(u_1) + \cdots + \ln(u_n)$ est égale à :

A $\dfrac{1}{2}(n+1)(2-n)\ln(2)$

B $\dfrac{1}{2}(n-1)(2-n)\ln(2)$

C $\dfrac{1}{2}(n-2)(1+n)\ln(2)$

D $\dfrac{1}{2}(n+2)(1-n)\ln(2)$

Q10 Soient z_1 et z_2 les solutions complexes de l'équation $z^2 - 4z + 8 = 0$. Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$, on considère les points M_1 et M_2 d'affixe respectives z_1 et z_2.

A $z_1 = -2 - 2i,\ z_2 = -2 + 2i$

B $\mathrm{Re}(z_1) = -\mathrm{Re}(z_2)$

C M_1 et M_2 sont sur le cercle de centre 0 et de rayon $3\sqrt{2}$

D OM_1M_2 est un triangle isocèle en O.

Q11 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \begin{cases} x & \text{si } x \in]0;2], \\ -x+4 & \text{si } x \in]2;4[\end{cases}$

A f est dérivable au point 2

B f n'est pas continue au point 2

C f n'est pas dérivable au point 2

D f n'est ni dérivable ni continue au point 2

Q12 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x\left(\dfrac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}\right)$. Soit C sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

A La courbe C est situé au dessus de la droite (D) sur l'intervalle $[0, +\infty[$.

B La droite (D) d'équation $y = x$ est une asymptote oblique de C au voisinage de $+\infty$

C $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -1$

D La droite (D) d'équation $y = x$ coupe C sur $[1, +\infty[$.

On considère la fonction f définie par $f(x) = e^{-x}\ln(|1-e^x|)$.

Q13 Son domaine de définition est :

A $\mathbb{R}^*$ B $]-\infty, 0]$

C $]-\infty, 0[$ D $]1, +\infty[$

Q14 La limite $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ est égale à :

A $+\infty$ B -1 C $-\infty$ D 1

Q15 Pour tout $x \in D_f$, $f'(x)$ vérifie :

A $f'(x) + f(x) = -\ln(|1-e^x|)$

B $f'(x) + f(x) = -e^{-x}$

C $f'(x) + f(x) = 0$

D $f'(x) + f(x) = \dfrac{-1}{1-e^x}$

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE CHIMIE DE KÉNITRA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès au Cycle Préparatoire Intégré · ENSCK

Session 2021

2021

Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12	Q13	Q14	Q15
D	B	A	B	C	D	C	C	A	D	C	B	A	B	D

Q1 ✔ Réponse D

$u_{n+1}+1=\dfrac{2(u_n+1)}{u_n+2}$, donc
$v_{n+1}=\dfrac{u_{n+1}}{u_{n+1}+1}=\dfrac{u_n}{2(u_n+1)}=\dfrac{1}{2}v_n$. Avec $v_0=\frac{1}{2}$:
$v_n=\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$ (B et C sont fausses).

Q2 ✔ Réponse B

$v_n\to 0$ et $u_n=\dfrac{v_n}{1-v_n}\to 0$.

Q3 ✔ Réponse A

$z-1=\dfrac{1}{2}-i\dfrac{\sqrt{3}}{2}=e^{-i\pi/3}$: $|z-1|=1$ et
$\arg(z-1)\equiv-\dfrac{\pi}{3}\equiv\dfrac{5\pi}{3}\ [2\pi]$.

Q4 ✔ Réponse B

$x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)\to 1$, donc la limite vaut e.

Q5 ✔ Réponse C

$\sin a\cos b=\dfrac{1}{2}\left(\sin(a+b)+\sin(a-b)\right)$:
$\sin x\cos 2x=\dfrac{1}{2}(\sin 3x-\sin x)$.

Q6 ✔ Réponse D

$S=\displaystyle\sum_{k=5}^{12}\frac{1}{2^k}=\frac{1}{2^5}\cdot\frac{1-\left(\frac{1}{2}\right)^8}{1-\frac{1}{2}}=\left(\frac{1}{2}\right)^4-\left(\frac{1}{2}\right)^{12}$.

Q7 ✔ Réponse C

$z_1=2e^{i\pi/4}$ et $z_2=3e^{-i\pi/2}$: $z_1z_2=6e^{-i\pi/4}$ et $\dfrac{z_1}{z_2}=\dfrac{2}{3}e^{3i\pi/4}$
(module $\frac{2}{3}$, pas $\frac{3}{2}$).

Q8 ✔ Réponse C

Par parties :

$$\int_1^e(x+1)\ln x\,dx=\left[\left(\tfrac{x^2}{2}+x\right)\ln x\right]_1^e-\int_1^e\left(\tfrac{x}{2}+1\right)dx=\frac{e^2+5}{4}.$$

(A vaut 0, B vaut $e-2$, D vaut $\frac{1}{3}$.)

Q9 ✔ Réponse A

$u_k=2^{1-k}$, donc

$$\sum_{k=0}^{n}\ln u_k=\ln 2\sum_{k=0}^{n}(1-k)=\ln 2\left((n+1)-\frac{n(n+1)}{2}\right)=\frac{1}{2}(n+1)(2-n)\ln 2.$$

Q10 ✔ Réponse D

$z=2\pm 2i$: $|z_1|=|z_2|=2\sqrt{2}$, donc $OM_1=OM_2$: triangle isocèle en O.

Q11 ✔ Réponse C

f est continue en 2 ($f(2)=2$, limite à droite $-2+4=2$), mais la dérivée à gauche vaut 1 et à droite -1 : f n'est pas dérivable en 2.

Q12 ✔ Réponse B

$f(x)-x=x\left(\dfrac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}-1\right)=\dfrac{-2x}{e^{2x}+1}\to 0$ en $+\infty$: $y=x$ est asymptote. Ce terme est <0 pour $x>0$: C est sous (D) et ne la coupe pas sur $[1,+\infty[$.

Q13 ✔ Réponse A

Il faut $|1-e^x|>0$, c'est-à-dire $x\neq 0$: $D_f=\mathbb{R}^*$.

Q14 ✔ Réponse B

En $-\infty$, $e^x\to 0$ et $\ln(1-e^x)\sim -e^x$, donc
$f(x)\sim e^{-x}(-e^x)=-1$.

Q15 ✔ Réponse D

$f'(x)=-e^{-x}\ln|1-e^x|+e^{-x}\cdot\dfrac{-e^x}{1-e^x}=-f(x)-\dfrac{1}{1-e^x}$.

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE CHIMIE DE KÉNITRA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès en 1re année · ENSCK Maroc

Session de septembre 2020 · Cocher la ou les bonnes réponses

2020 Énoncé

Q1 Soient $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ les suites numériques définies par : $u_0 = 1$, $u_{n+1} = \dfrac{u_n}{u_n+2}$ et $v_n = \dfrac{u_n}{u_n+1}$

A $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique

B $(\forall n \in \mathbb{N})\,;\ v_n = \left(\dfrac{1}{2}\right)^n$

C $(\forall n \in \mathbb{N})\,;\ u_n = \dfrac{1}{2^{n+1}-1}$

D $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$

Q2 Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite numérique de terme général $u_n = \displaystyle\int_0^1 \frac{e^{-nx}}{1+e^{-x}}\,dx$

A $u_0 + u_1 = 1$

B $u_1 = 1 - \ln(1+e)$

C $u_0 = \ln(1+e) - \ln 2$

D $(\forall n \in \mathbb{N}^*)\ u_{n+1} + u_n = \dfrac{1-e^{-n}}{n}$

Q3 Soient $(u_n)_n$ et $(v_n)_n$ deux suites définies par : $u_0 = 3$, $u_{n+1} = \dfrac{u_n^2+4}{2u_n}$ et $v_n = \dfrac{u_n-2}{u_n+2}$

A $(\forall n \in \mathbb{N})\,;\ u_n \le 2$

B $(\forall n \in \mathbb{N})\,;\ u_n > 2$

C $(\forall n \in \mathbb{N})\,;\ v_{n+1} = v_n^2$

D $(\forall n \in \mathbb{N})\,;\ v_n = v_0^{2n}$

Q4 Pour tout $z \in \mathbb{C}$ on pose $p(z) = z^3 + 3z^2 + 6z + 4$ et soient A, B et C les points d'affixes $z_A = -1 + i\sqrt{3}$, $z_B = -1 - i\sqrt{3}$ et $z_C = 2$ respectivement.

A Le nombre $-2i$ est solution de l'équation $p(z) = 0$

B $(\forall z \in \mathbb{C})\,;\ p(z) = (z+1)(z^2 - 2z + 4)$

C z_A et z_B sont solutions de l'équation : $z^2 + 2z + 4 = 0$

D ABC est un triangle équilatéral

On pose $z = \sqrt{2+\sqrt{3}} - i\sqrt{2-\sqrt{3}}$.

Q5 La forme expontielle de z^2 est :

A $4e^{i\frac{\pi}{6}}$ B $4e^{-i\frac{\pi}{6}}$

C $4e^{i\frac{5\pi}{6}}$ D $4e^{-i\frac{5\pi}{6}}$

Q6 La forme expontielle de z est :

A $4e^{i\frac{\pi}{6}}$ B $4e^{-i\frac{5\pi}{12}}$

C $4e^{i\frac{5\pi}{12}}$ D $2e^{-i\frac{\pi}{12}}$

Q7 L'angle dont les nombres $\dfrac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$ et $\dfrac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$ sont respectivement le cosinus et le sinus

A $-\dfrac{\pi}{12}$ B $\dfrac{\pi}{12}$ C $-\dfrac{5\pi}{12}$ D $\dfrac{5\pi}{12}$

Q8 Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x - \dfrac{4e^x}{1+e^x}$.
La courbe représentative de f admet au voisinage de $+\infty$ une asymptote oblique d'équation :

A $y = x - 4$ B $y = x$

C $y = x - 1$ D $y = x + 4$

Q9 Soit ω un réel strictement positif et z un nombre complexe tel que $z = \dfrac{1+i\omega}{1-i\omega}$

A La partie réelle de z est égale à 1

B Le module de z est égale à 1

C $\left|\dfrac{(1+i\omega)^2}{1-i\omega}\right| = \sqrt{1+\omega^2}$

D $\left|\dfrac{1+i\omega}{(1-i\omega)^2}\right| = \left|\dfrac{(1+i\omega)^2}{1-i\omega}\right|$

Q10 Soit, dans l'ensemble $\mathbb{C}$ les nombres complexes : $z_1 = 1 - i\sqrt{3}$ et $z_2 = -2 + 2i$

A $z_1 = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$ B $z_1 = 2\sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}$

C $z_2 = 2\sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}$ D $z_2 = \sqrt{2}e^{i\frac{3\pi}{4}}$

Q11 Soit f la fonction de la variable réelle x définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \dfrac{e^{-x}}{1+e^{-x}}$

A $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

B $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 1$

C $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,dx = \ln 2 - \ln\left(1+e^{-1}\right)$

D $\forall x \in \mathbb{R},\ f(-x) = f(x)$

Q12 Soit F la fonction numérique de la variable réelle x définie par $F(x) = \ln(x^2+1) + x$

A $\forall x \in \mathbb{R},\ F'(x) = \dfrac{1}{x^2+1} + 1$

B F est croissante sur $\mathbb{R}$

C $\lim\limits_{x\to+\infty} F(x) = +\infty$

D $\lim\limits_{x\to-\infty} F(x) = +\infty$

Q13 Soit g la fonction numérique de la variable réelle x définie sur $]0;+\infty[$ par : $g(x) = x - \dfrac{\ln x}{x^2}$

A $\lim\limits_{x\to0^+} g(x) = -\infty$

B $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$

C $g'(x) = \dfrac{x^3 - 1 + 2\ln x}{x^3}$

D $\displaystyle\int_1^e \frac{\ln x}{x^2} = 1 - \frac{2}{e}$

Q14 Soit f_n la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f_n(x) = \sin^{n+1}(2x)\,;\ n \in \mathbb{N}$

A $(\forall n \in \mathbb{N})\,;\ f_n\left(x + \dfrac{\pi}{2}\right) = -f_n(x)$

B $(\forall n \in \mathbb{N})\ (\forall x \in [0,\pi])\,;\ f_n(x) \ge 0$

C $(\forall n \in \mathbb{N})\,;$
$f_n\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = (-1)^{n+1} f_n\left(\dfrac{\pi}{2} + x\right)$

D $f_n'(x) = 2(n+1)\sin^n(2x)$

Q15 Soit g la fonction de la variable réelle x définie par : $g(x) = \ln\left(\dfrac{e^{-x}-1}{e^{-x}+1}\right)$ et D son domaine de définition. On a :

A $D =]-\infty;0]$

B $g'(x) = \dfrac{-2e^x}{1-e^{2x}}$

C $(\forall x \in D)$ on a : $g'(x) > 0$

D $\ln\left(\dfrac{e-1}{1+e}\right) = -1$

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE CHIMIE DE KÉNITRA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès en 1re année · ENSCK Maroc

Session de septembre 2020 · Plusieurs réponses possibles

2020 Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12	Q13	Q14	Q15
AC	ACD	BC	CD	B	D	B	A	BC	C	BC	BC	BCD	C	B

Q1 ✔ Réponse AC

$v_{n+1} = \dfrac{u_n}{2(u_n+1)} = \dfrac{1}{2}v_n$: géométrique de raison $\frac{1}{2}$, $v_0 = \frac{1}{2}$, donc $v_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}$ (B faux). $u_n = \dfrac{v_n}{1-v_n} = \dfrac{1}{2^{n+1}-1} \to 0$ (D faux).

Q2 ✔ Réponse ACD

$u_0 = \displaystyle\int_0^1 \frac{e^x}{e^x+1}dx = \ln(1+e) - \ln 2$;
$u_1 = \left[-\ln(1+e^{-x})\right]_0^1 = \ln 2 - \ln(1+e^{-1}) = 1 + \ln 2 - \ln(1+e)$ (B faux). Donc $u_0 + u_1 = 1$. Et
$u_{n+1} + u_n = \displaystyle\int_0^1 e^{-nx}dx = \frac{1-e^{-n}}{n}$.

Q3 ✔ Réponse BC

$u_{n+1} - 2 = \dfrac{(u_n-2)^2}{2u_n}$: par récurrence $u_n > 2$. De même $u_{n+1} + 2 = \dfrac{(u_n+2)^2}{2u_n}$, d'où $v_{n+1} = v_n^2$. Ainsi $v_n = v_0^{2^n}$ (et non v_0^{2n} : D faux tel qu'imprimé).

Q4 ✔ Réponse CD

$p(-1) = 0$ et $p(z) = (z+1)(z^2+2z+4)$ (B faux), dont les racines sont $-1 \pm i\sqrt{3}$: C vrai. $p(-2i) = -8 - 4i \neq 0$.
$AB = AC = BC = 2\sqrt{3}$: ABC est équilatéral.

Q5 ✔ Réponse B

$z^2 = (2+\sqrt{3}) - (2-\sqrt{3}) - 2i\sqrt{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} = 2\sqrt{3} - 2i = 4e^{-i\pi/6}$.

Q6 ✔ Réponse D

$|z| = \sqrt{4} = 2$ et z est dans le quatrième quadrant, avec $z^2 = 4e^{-i\pi/6}$: $z = 2e^{-i\pi/12}$.

Q7 ✔ Réponse B

$\dfrac{\overline{z}}{2} = \dfrac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2} + i\dfrac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2} = e^{i\pi/12}$: l'angle est $\dfrac{\pi}{12}$.

Q8 ✔ Réponse A

$\dfrac{4e^x}{1+e^x} \to 4$ en $+\infty$, donc $f(x) - (x-4) \to 0$.

Q9 ✔ Réponse BC

$|z| = \dfrac{|1+i\omega|}{|1-i\omega|} = 1$. $\left|\dfrac{(1+i\omega)^2}{1-i\omega}\right| = \dfrac{1+\omega^2}{\sqrt{1+\omega^2}} = \sqrt{1+\omega^2}$.
$\operatorname{Re} z = \dfrac{1-\omega^2}{1+\omega^2} \neq 1$; le membre gauche de D vaut $\dfrac{1}{\sqrt{1+\omega^2}} \neq \sqrt{1+\omega^2}$ car $\omega > 0$.

Q10 ✔ Réponse C

$z_1 = 2e^{-i\pi/3}$ et $z_2 = 2\sqrt{2}e^{3i\pi/4}$.

Q11 ✔ Réponse BC

$f(x) = \dfrac{1}{e^x+1}$: $\to 0$ en $+\infty$ et $\to 1$ en $-\infty$.
$\displaystyle\int_0^1 f = \left[-\ln(1+e^{-x})\right]_0^1 = \ln 2 - \ln(1+e^{-1})$. f n'est pas paire.

Q12 ✔ Réponse BC

$F'(x) = \dfrac{2x}{x^2+1} + 1 = \dfrac{(x+1)^2}{x^2+1} \geq 0$ (A faux) : F croissante.
$F \to +\infty$ en $+\infty$ et $F(x) = x + \ln(x^2+1) \to -\infty$ en $-\infty$.

Q13 ✔ Réponse BCD

En 0^+, $-\dfrac{\ln x}{x^2} \to +\infty$ (A faux). En $+\infty$, $g \to +\infty$.
$g'(x) = 1 - \dfrac{1-2\ln x}{x^3} = \dfrac{x^3 - 1 + 2\ln x}{x^3}$, et
$\displaystyle\int_1^e \frac{\ln x}{x^2}dx = \left[-\frac{\ln x + 1}{x}\right]_1^e = 1 - \frac{2}{e}$.

Q14 ✔ Réponse C

$f_n\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin^{n+1}(\pi - 2x) = \sin^{n+1}(2x)$ et
$f_n\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = (-1)^{n+1}\sin^{n+1}(2x)$: C vrai. A n'est vrai que pour n pair, B est faux pour n pair ($\sin 2x < 0$ sur $\left]\frac{\pi}{2}, \pi\right[$), et
$f_n'(x) = 2(n+1)\sin^n(2x)\cos(2x)$.

Q15 ✔ Réponse B

Il faut $e^{-x} > 1$: $D =]-\infty, 0[$ (A faux). Sur D,
$g(x) = \ln(1-e^x) - \ln(1+e^x)$ et

$$g'(x) = \frac{-e^x}{1-e^x} - \frac{e^x}{1+e^x} = \frac{-2e^x}{1-e^{2x}} < 0.$$

$\ln\dfrac{e-1}{e+1} \approx -0{,}77 \neq -1$.

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE CHIMIE DE KÉNITRA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès au cycle préparatoire · ENSC Kénitra

Session de septembre 2019

2019 Énoncé

On considère la suite numérique $(u_n)_n$ définie par : $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = u_n(1 + u_n)$ pour tout n de $\mathbb{N}$.

Q1

A $(\forall n \in \mathbb{N}),\ u_n < 1$

B $(u_n)_n$ est décroissante

C $u_{n+1} \geq 2u_n,\ (\forall n \in \mathbb{N})$

D $(\forall n \in \mathbb{N}),\ u_n^2 < u_n$

Q2

A $(\forall n \in \mathbb{N}),\ u_n < 2^n$

B $(\forall n \in \mathbb{N}),\ u_n \geq 2^n$

C $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$

D $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 2$

Soient les nombres complexes : $a = (\sqrt{3}-1) + (\sqrt{3}+1)i$ et $u = \dfrac{a}{2+2i}$.

Q3

A $\arg\left(a^2\right) \equiv \dfrac{5\pi}{6}\ [2\pi]$

B $\left|a^2\right| = 4$

C $\arg(a) \equiv \dfrac{5\pi}{3}\ [2\pi]$

D $|a| = 2$

Q4

A $u^2 = e^{i\frac{5\pi}{6}}$

B $\arg(u) \equiv -\dfrac{5\pi}{6}\ [2\pi]$

C $u = e^{i\frac{\pi}{6}}$

D $|u| = 4$

Q5 Soient z et z' deux nombres complexes tels que $z = \sqrt{3} - i$ et $z' = (1+i)z$

A $z' = \left(\sqrt{3}-1\right) + i\left(\sqrt{3}+1\right)$

B $z = 2e^{i\frac{5\pi}{6}}$

C $z' = 2\sqrt{2}\left(\cos\left(\dfrac{\pi}{12}\right) + i\sin\left(\dfrac{\pi}{12}\right)\right)$

D $\cos\left(\dfrac{\pi}{12}\right) = \dfrac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}}$

Q6 On lance 6 fois de suite une même pièce de monnaie. On considère l'événement A : « Obtenir exactement trois fois « face » ». $p(A)$ est égale à :

A $\dfrac{5}{8}$ B $\dfrac{1}{2}$ C $\dfrac{1}{32}$ D $\dfrac{5}{16}$

Q7 Une boite contient 10 boules : 4 blanches, 3 rouges et 3 vertes (toutes les boules sont indiscernables au toucher). Le tirage d'une boule blanche rapporte 5 points, celui d'une boule rouge 2 points tandis que celui d'une boule verte coûte 1 point (on perd un point). On tire simultanément au hasard 2 boules et on note X la variable aléatoire qui correspond au nombre total de points obtenus.

A $p(X = 7) = \dfrac{1}{15}$

B $p(X = 4) = \dfrac{1}{15}$

C $p(X < 0) = \dfrac{1}{15}$

D $p(X \geq 1) = \dfrac{4}{15}$

Q8 Soit f la fonction numérique de la variable réelle x définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x) = x + 1 + \dfrac{\ln x}{x^2}$ et soit $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i},\vec{j})$ et (Δ) la droite d'équation $y = x + 1$.

A $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$

B $\lim\limits_{x\to0^+} f(x) = 1$

C $f'(x) = \dfrac{x^3 + 1 + 2\ln x}{x^3}$

D (Δ) est une asymptote de $(\mathcal{C}_f)$ en $+\infty$

Q9 Soit g la fonction numérique de la variable réelle x définie sur $]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[$ par : $g(x) = x + \ln\left(\dfrac{x+1}{x-1}\right)$

A $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = 0$

B $\lim\limits_{x\to1^+} g(x) = +\infty$

C g est paire

D L'équation $g'(x) = 0$ admet une seule solution

Q10

A $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\ln(1-x)}{x} = 1$

B $\lim\limits_{x\to0} x\sin\left(\dfrac{1}{x}\right) = 0$

C $\lim\limits_{x\to0} e^{-\frac{1}{x^2}} = +\infty$

D $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{e^{x^2}-1}{x} = 1$

Q11 Soit f la fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = (x+1)e^{-2x}$. On a :

A Pour tout x de $\mathbb{R}$ $f'(x) = (x+2)e^{-2x}$

B f est décroissante sur $\left]-\infty;-\dfrac{1}{2}\right[$

C $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty$

D $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$

Q12

A $\displaystyle\int_1^2 \frac{1}{t^2}\,dt = \ln 4$

B $\displaystyle\int_0^1 \frac{1}{t+1}\,dt = \frac{1}{2}$

C $\displaystyle\int_0^\pi t\cos t\,dt = -2$

D $\displaystyle\int_0^\pi t\sin t\,dt = -2$

Q13 Soit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ définie pour tout n appartenant à $\mathbb{N}^*$ par : $u_n = \ln\left(\dfrac{n+1}{n}\right)$.

On pose pour tout $n \in \mathbb{N}^*$: $v_n = u_1 + u_2 + \cdots + u_n$

A $\forall n \in \mathbb{N}^*,\ u_n > 0$

B $u_{n+1} - u_n = \ln\left(\dfrac{n+2}{(n+1)^2}\right)$

C $\forall n \in \mathbb{N}^*,\ v_n = \ln(n+2)$

D $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$

Q14 Soit $(u_n)_n$ la suite numérique définie par : $u_0 > 0$ et $u_{n+1} = u_n e^{-u_n}$ pour tout n de $\mathbb{N}$

A $(u_n)_n$ est une suite géométrique

B $(\forall n \in \mathbb{N}),\ u_n < 0$

C $(u_n)_n$ est une suite croissante

D $(\forall n \in \mathbb{N}),\ \dfrac{u_{n+1}}{u_n} \leq 1$

ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE CHIMIE DE KÉNITRA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès au cycle préparatoire · ENSC Kénitra

Session de septembre 2019

2019

Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12	Q13	Q14
C	B	A	C	C	D	C	D	B	B	C	C	A	D

Q1 ✔ Réponse C

Par récurrence $u_n \geq 1$ ($u_0 = 1$ et $u_{n+1} \geq u_n$). Alors $u_{n+1} = u_n(1+u_n) \geq 2u_n$. ($u_1 = 2$: A, B, D sont faux.)

Q2 ✔ Réponse B

De $u_{n+1} \geq 2u_n$ et $u_0 = 1$: $u_n \geq 2^n$, donc $u_n \to +\infty$.

Q3 ✔ Réponse A

$|a|^2 = (\sqrt{3}-1)^2 + (\sqrt{3}+1)^2 = 8$, $|a| = 2\sqrt{2}$.

$\cos\theta = \dfrac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{2}} = \cos\dfrac{5\pi}{12}$ et $\sin\theta > 0$: $\arg a = \dfrac{5\pi}{12}$, donc $\arg a^2 = \dfrac{5\pi}{6}$ ($|a^2| = 8$).

Q4 ✔ Réponse C

$2+2i = 2\sqrt{2}e^{i\pi/4}$, donc $u = \dfrac{2\sqrt{2}e^{5i\pi/12}}{2\sqrt{2}e^{i\pi/4}} = e^{i\pi/6}$ ($u^2 = e^{i\pi/3}$, $|u| = 1$).

Q5 ✔ Réponse C

$z = 2e^{-i\pi/6}$ et $1+i = \sqrt{2}e^{i\pi/4}$: $z' = 2\sqrt{2}e^{i\pi/12}$. Par ailleurs $z' = (\sqrt{3}+1) + i(\sqrt{3}-1)$ (A faux) et $\cos\dfrac{\pi}{12} = \dfrac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{2}}$ (D faux).

Q6 ✔ Réponse D

$$p(A) = \binom{6}{3}\left(\frac{1}{2}\right)^6 = \frac{20}{64} = \frac{5}{16}.$$

Q7 ✔ Réponse C

$\binom{10}{2} = 45$ tirages. Valeurs : $BB = 10$, $BR = 7$ (12 tirages), $BV = 4$ (12), $RR = 4$ (3), $RV = 1$ (9), $VV = -2$ (3).

$p(X<0) = \dfrac{3}{45} = \dfrac{1}{15}$. ($p(X=7) = \frac{4}{15}$, $p(X=4) = \frac{1}{3}$, $p(X \geq 1) = \frac{14}{15}$.)

Q8 ✔ Réponse D

$f(x) - (x+1) = \dfrac{\ln x}{x^2} \to 0$ en $+\infty$. En 0^+, $f \to -\infty$;

$f'(x) = 1 + \dfrac{1-2\ln x}{x^3} = \dfrac{x^3+1-2\ln x}{x^3}$ (C faux).

Q9 ✔ Réponse B

En 1^+, $\dfrac{x+1}{x-1} \to +\infty$: $g \to +\infty$. g est impaire, tend vers $+\infty$ en $+\infty$, et $g'(x) = \dfrac{x^2-3}{x^2-1}$ s'annule en $\pm\sqrt{3}$ (deux solutions).

Q10 ✔ Réponse B

$|x\sin(1/x)| \leq |x| \to 0$. (A : la limite vaut -1 ; C : 0 ; D : $\frac{e^{x^2}-1}{x} \sim x \to 0$.)

Q11 ✔ Réponse C

$f'(x) = e^{-2x}(1-2(x+1)) = -(2x+1)e^{-2x}$: f croissante sur $]-\infty, -\frac{1}{2}[$. En $-\infty$: $(x+1) \to -\infty$ et $e^{-2x} \to +\infty$, d'où $-\infty$. En $+\infty$, $f \to 0$.

Q12 ✔ Réponse C

$\displaystyle\int_0^\pi t\cos t\,dt = [t\sin t + \cos t]_0^\pi = -1-1 = -2$. (A vaut $\frac{1}{2}$, B vaut $\ln 2$, D vaut π.)

Q13 ✔ Réponse A

$\dfrac{n+1}{n} > 1$, donc $u_n > 0$. ($u_{n+1} - u_n = \ln\frac{n(n+2)}{(n+1)^2}$, $v_n = \ln(n+1)$ par télescopage, $u_n \to 0$.)

Q14 ✔ Réponse D

Par récurrence $u_n > 0$, et $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} = e^{-u_n} \leq 1$: la suite est décroissante, non géométrique.