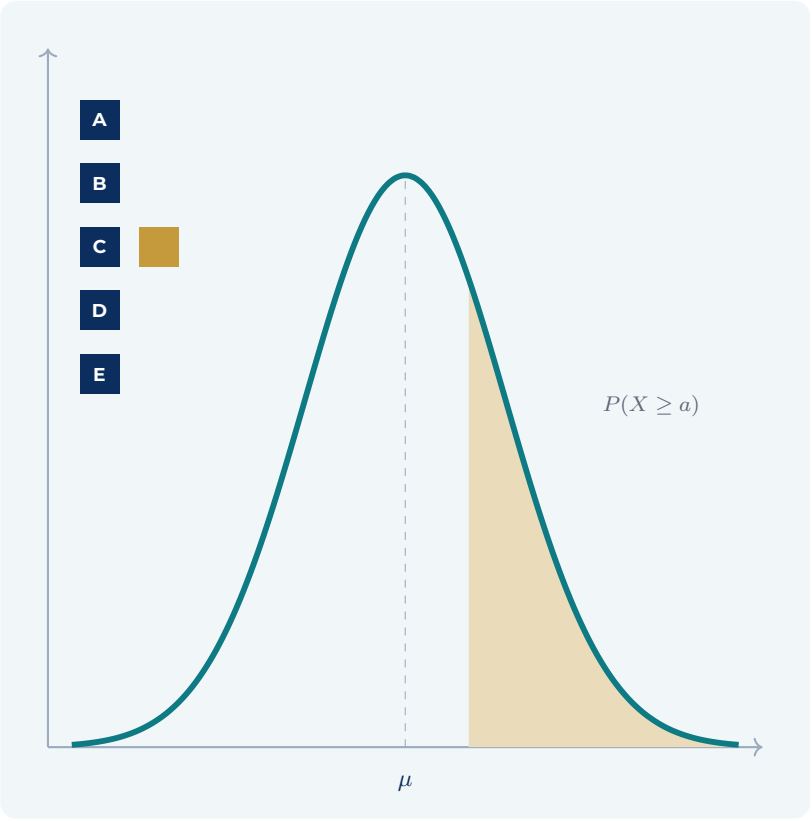
Prof. Taher Bouyguir

Professeur de mathématiques
Secondaire qualifiant

Prof Taher
Prof Taher Bouyguir
Taher Bouyguir
Contact WhatsApp
Telegram
mr.bouyguir@gmail.com
www.proftaher.com

RECUEIL DE CONCOURS

Concours d'accès en Médecine, Pharmacie et Médecine Dentaire



Énoncés et corrections · 2008–2026

Concours Médecine

Sommaire

I Facultés de Médecine, de Pharmacie et de Médecine Dentaire (FMPD Maroc) . . . 3
1 FMPD Maroc 2026 – Énoncé . . . 3
2 FMPD Maroc 2026 – Correction . . . 4
3 FMPD Maroc 2025 – Énoncé . . . 5
4 FMPD Maroc 2025 – Correction . . . 6
5 FMPD Maroc 2024 – Énoncé . . . 7
6 FMPD Maroc 2024 – Correction . . . 8
7 FMPD Maroc 2023 – Énoncé . . . 9
8 FMPD Maroc 2023 – Correction . . . 10
9 FMPD Maroc 2022 – Énoncé . . . 11
10 FMPD Maroc 2022 – Correction . . . 12
11 FMPD Maroc 2021 – Énoncé . . . 14
12 FMPD Maroc 2021 – Correction . . . 15
13 FMPD Maroc 2020 – Énoncé . . . 17
14 FMPD Maroc 2020 – Correction . . . 18

II Faculté de Médecine et de Pharmacie de Fès . . . 20
1 FMP Fès 2019 – Énoncé . . . 20
2 FMP Fès 2019 – Correction . . . 21
3 FMP Fès 2018 – Énoncé . . . 23
4 FMP Fès 2018 – Correction . . . 24
5 FMP Fès 2016 – Énoncé . . . 25
6 FMP Fès 2016 – Correction . . . 26
7 FMP Fès 2013 – Énoncé . . . 27
8 FMP Fès 2013 – Correction . . . 28
9 FMP Fès 2012 – Énoncé . . . 29
10 FMP Fès 2012 – Correction . . . 30
11 FMP Fès 2011 – Énoncé . . . 31
12 FMP Fès 2011 – Correction . . . 32
13 FMP Fès 2010 – Énoncé . . . 33
14 FMP Fès 2010 – Correction . . . 34
15 FMP Fès 2009 – Énoncé . . . 35
16 FMP Fès 2009 – Correction . . . 36

III Faculté de Médecine et de Pharmacie d'Oujda . . . 37
1 FMP Oujda 2019 – Énoncé . . . 37
2 FMP Oujda 2019 – Correction . . . 38
3 FMP Oujda 2017 – Énoncé . . . 39
4 FMP Oujda 2017 – Correction . . . 40
5 FMP Oujda 2016 – Énoncé . . . 41
6 FMP Oujda 2016 – Correction . . . 42
7 FMP Oujda 2015 – Énoncé . . . 43
8 FMP Oujda 2015 – Correction . . . 44
9 FMP Oujda 2014 – Énoncé . . . 45
10 FMP Oujda 2014 – Correction . . . 46
11 FMP Oujda 2013 – Énoncé . . . 47
12 FMP Oujda 2013 – Correction . . . 48
13 FMP Oujda 2012 – Énoncé . . . 49
14 FMP Oujda 2012 – Correction . . . 50
15 FMP Oujda 2011 – Énoncé . . . 51
16 FMP Oujda 2011 – Correction . . . 52
17 FMP Oujda 2009 – Énoncé . . . 53
18 FMP Oujda 2009 – Correction . . . 54
19 FMP Oujda 2008 – Énoncé . . . 55
20 FMP Oujda 2008 – Correction . . . 56

IV Faculté de Médecine et de Pharmacie de Marrakech . . . 57
1 FMP Marrakech 2019 – Énoncé . . . 57
2 FMP Marrakech 2019 – Correction . . . 58
3 FMP Marrakech 2016 – Énoncé . . . 59
4 FMP Marrakech 2016 – Correction . . . 60
5 FMP Marrakech 2015 – Énoncé . . . 61
6 FMP Marrakech 2015 – Correction . . . 62
7 FMP Marrakech 2011 – Énoncé . . . 63
8 FMP Marrakech 2011 – Correction . . . 64
9 FMP Marrakech 2008 – Énoncé . . . 65
10 FMP Marrakech 2008 – Correction . . . 66

V Faculté de Médecine et de Pharmacie de Tanger . . . 67
1 FMP Tanger 2019 – Énoncé . . . 67
2 FMP Tanger 2019 – Correction . . . 68
3 FMP Tanger 2018 – Énoncé . . . 69
4 FMP Tanger 2018 – Correction . . . 70
5 FMP Tanger 2017 – Énoncé . . . 71
6 FMP Tanger 2017 – Correction . . . 72

VI Faculté de Médecine et de Pharmacie d'Agadir . . . 73
1 FMP Agadir 2018 – Énoncé . . . 73
2 FMP Agadir 2018 – Correction . . . 74

VII Faculté de Médecine et de Pharmacie de Rabat . . . 75
1 Médecine Rabat 2016 – Énoncé . . . 75
2 Médecine Rabat 2016 – Correction . . . 76
3 Médecine Rabat 2015 – Énoncé . . . 77
4 Médecine Rabat 2015 – Correction . . . 78

VIII Faculté de Médecine et de Pharmacie de Rabat (Pharmacie) . . . 79
1 Pharmacie Rabat 2016 – Énoncé . . . 79
2 Pharmacie Rabat 2016 – Correction . . . 80

IX Faculté de Médecine Dentaire de Casablanca . . . 81
1 FMD Casablanca 2018 – Énoncé . . . 81
2 FMD Casablanca 2018 – Correction . . . 82
3 FMD Casablanca 2017 – Énoncé . . . 83
4 FMD Casablanca 2017 – Correction . . . 84
5 FMD Casablanca 2015 – Énoncé . . . 85
6 FMD Casablanca 2015 – Correction . . . 86
7 FMD Casablanca 2011 – Énoncé . . . 87
8 FMD Casablanca 2011 – Correction . . . 88
9 FMD Casablanca 2010 – Énoncé . . . 89
10 FMD Casablanca 2010 – Correction . . . 90
11 FMD Casablanca 2009 – Énoncé . . . 91
12 FMD Casablanca 2009 – Correction . . . 92

FACULTÉS DE MÉDECINE, DE PHARMACIE ET DE MÉDECINE DENTAIRE · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès en 1re année · FMPD Maroc

Année universitaire 2026–2027

2026 — Énoncé

Q43 Calculer la limite suivante : $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x\neq 0}} \dfrac{(1+x)^{2026}-1}{x}$.

A 0 B 1 C 2026 D $+\infty$
E Aucune des réponses précédentes

Q44 La dérivée de la fonction f qui est définie par : $f(x)=\sin^2 x\cos 2x$ est :

A $\sin(2x)(1+\sin x)(1+2\cos x)$
B $\sin(2x)(1-2\sin x)(1+2\sin x)$
C $\cos(2x)(1-2\sin x)(1+2\sin x)$
D $\sin(2x)\left(1-4\cos^2 x\right)$
E Aucune des réponses précédentes

Q45 Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\dfrac{x-1}{(x-1)^2+1}$. Le point $A(1,0)$ est :

A un point d'intersection de la courbe de f avec l'axe des ordonnées
B un maximum de la fonction f
C un minimum de la fonction f
D un centre de symétrie de la courbe de f
E Aucune des réponses précédentes

Q46 Dans l'espace muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$, on considère le point $C(-1,2,1)$ et la droite (D) définie par la représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x=1+2t \\ y=-1-t \\ z=2t \end{cases} \qquad t\in\mathbb{R}.$$

Soit H le projeté orthogonal du point C sur la droite (D). La distance CH est égale à :

A $\dfrac{\sqrt{101}}{3}$ B $\dfrac{\sqrt{101}}{\sqrt{3}}$
C $\dfrac{\sqrt{103}}{3}$ D $\dfrac{\sqrt{102}}{\sqrt{3}}$
E Aucune des réponses précédentes

Q47 Soit $x>0$ tel que $\ln(x)-\ln\left(\sqrt{2}+1\right)=\ln\left(2\left(\sqrt{2}-1\right)\right)$. Alors :

A $x=1$ B $x=\sqrt{2}$
C $x=2$ D $x=4$
E Aucune des réponses précédentes

Q48 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $(x-3)^3+1=0$.

A $\{-2\}$ B $\{2\}$
C $\{4\}$ D $\{2;4\}$
E Aucune des réponses précédentes

Q49 L'ensemble des solutions de l'inéquation $\ln(1-x)\geq 0$ est :

A $[0,1[$ B $]-\infty,1[$
C $]-\infty,0]$ D $]1,+\infty[$
E Aucune des réponses précédentes

Q50 Déterminer une primitive de la fonction : $f(x)=\dfrac{e^x-e^{-x}}{e^x+e^{-x}}$.

A $F(x)=\ln\left(e^x-e^{-x}\right)$
B $F(x)=e^x+e^{-x}$
C $F(x)=\dfrac{e^x+e^{-x}}{e^x-e^{-x}}$
D $F(x)=\ln\left(e^x+e^{-x}\right)$
E Aucune des réponses précédentes

Q51 Soit l'équation (E) : $8^{x(1-x)}=\dfrac{1}{64}$. L'ensemble des solutions de (E) est :

A $\{1;2\}$ B $\{1;-2\}$
C $\{-1;2\}$ D $\{-2;2\}$
E Aucune des réponses précédentes

Q52 Soient $x,y\in\mathbb{R}$ tels que $\left(\dfrac{1+i}{1-i}\right)^{2020}=x+iy$. Alors $(x;y)$ est égal à :

A $(0;1)$ B $(1;0)$
C $(0;-1)$ D $(-1;0)$
E Aucune des réponses précédentes

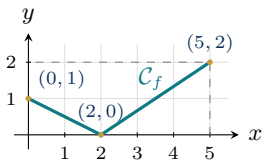
Q53 Soit la suite (u_n) définie par $u_0=e^3$ et $u_{n+1}=e^{\sqrt{u_n}}$; on pose $v_n=\ln(u_n)-2$. La raison de la suite (v_n) et son premier terme v_0 sont :

A $q=\dfrac{1}{2}$ et $v_0=1$
B $q=2$ et $v_0=\dfrac{1}{2}$
C $q=-2$ et $v_0=-\dfrac{1}{2}$
D $q=-\dfrac{1}{2}$ et $v_0=-1$
E Aucune des réponses précédentes

Q54 Un coureur doit franchir n obstacles $O_1,O_2,\ldots,O_n$. La probabilité qu'il franchisse avec succès l'obstacle O_k est : $P(O_k)=\dfrac{1}{2^k}$ pour tout $k\in\{1,2,\ldots,n\}$. On suppose que les franchissements des obstacles sont indépendants. La probabilité que le coureur franchisse tous les obstacles avec succès est :

A $\dfrac{1}{2^n}$ B $\dfrac{1}{2^{n!}}$
C $\dfrac{1}{2^{n^2}}$ D $\dfrac{1}{2^{n(n+1)/2}}$
E Aucune des réponses précédentes

Q55 Soit f la fonction définie sur $[0;5]$ dont la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ est donnée ci-dessous :



On considère les intégrales : $I=\displaystyle\int_0^2 f(x)\,dx$, $J=\displaystyle\int_2^5 f(x)\,dx$, $K=\displaystyle\int_0^5 f(x)\,dx$. Quelle est la bonne réponse ?

A $I=1$, $J=3$, $K=4$
B $I=2$, $J=3$, $K=5$
C $I=1$, $J=2$, $K=3$
D $I=\dfrac{1}{2}$, $J=3$, $K=\dfrac{7}{2}$
E Aucune des réponses précédentes

Q56 Cinq élèves d'une classe veulent s'asseoir sur cinq chaises numérotées de 1 à 5. Combien de dispositions différentes des élèves sur les chaises sont possibles ?

A 125 B 60 C 100 D 120
E Aucune des réponses précédentes

FACULTÉS DE MÉDECINE, DE PHARMACIE ET DE MÉDECINE DENTAIRE · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès en 1re année · FMPD Maroc

Année universitaire 2026–2027

2026 — Correction

Q43	Q44	Q45	Q46	Q47	Q48	Q49	Q50	Q51	Q52	Q53	Q54	Q55	Q56
C	B	D	A	C	B	C	D	C	B	A	D	A	D

Q43 ✔ Réponse C

C'est le taux d'accroissement en 0 de $g(x) = (1+x)^{2026}$:

$$\lim_{x\to 0} \frac{g(x)-g(0)}{x-0} = g'(0) = 2026,$$

car $g'(x) = 2026\,(1+x)^{2025}$.

Q44 ✔ Réponse B

$$\begin{aligned} f' &= \sin 2x \cos 2x - 2\sin^2 x \sin 2x \\ &= \sin 2x \left(\cos 2x - 2\sin^2 x\right) \\ &= \sin 2x \left(1 - 4\sin^2 x\right) \\ &= \sin 2x\,(1-2\sin x)(1+2\sin x). \end{aligned}$$

Q45 ✔ Réponse D

Posons $t = x-1$: $f(x) = g(t) = \dfrac{t}{t^2+1}$ et g est impaire ($g(-t) = -g(t)$). Donc $f(2-x) = -f(x)$, i.e. $f(2\cdot 1 - x) + f(x) = 2\cdot 0$: $A(1,0)$ est un centre de symétrie de la courbe. (De plus $f(0) = -\frac{1}{2}$, et $f(1) = 0$ n'est ni un maximum ni un minimum.)

Q46 ✔ Réponse A

(D) passe par $M_0(1,-1,0)$, de vecteur directeur $\vec{u}(2,-1,2)$, $\|\vec{u}\| = 3$. $\overrightarrow{CM_0}(2,-3,-1)$ et $\overrightarrow{CM_0} \wedge \vec{u} = (-7,-6,4)$, de norme $\sqrt{49+36+16} = \sqrt{101}$.

$$CH = \frac{\|\overrightarrow{CM_0} \wedge \vec{u}\|}{\|\vec{u}\|} = \frac{\sqrt{101}}{3}.$$

Q47 ✔ Réponse C

$\ln x = \ln\left(\sqrt{2}+1\right) + \ln\left(2(\sqrt{2}-1)\right) = \ln\left(2(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)\right) = \ln(2(2-1)) = \ln 2$. Donc $x = 2$.

Q48 ✔ Réponse B

$(x-3)^3 = -1 \iff x-3 = -1$ (la fonction cube est bijective sur $\mathbb{R}$) $\iff x = 2$. $S = \{2\}$.

Q49 ✔ Réponse C

Condition : $1-x > 0$, i.e. $x < 1$. Puis $\ln(1-x) \geq 0 = \ln 1 \iff 1-x \geq 1 \iff x \leq 0$. $S =]-\infty, 0]$.

Q50 ✔ Réponse D

Avec $u(x) = e^x + e^{-x} > 0$, on a $u'(x) = e^x - e^{-x}$, donc $f = \dfrac{u'}{u}$ et une primitive est $F(x) = \ln\left(e^x + e^{-x}\right)$.

Q51 ✔ Réponse C

$\frac{1}{64} = 8^{-2}$, donc $x(1-x) = -2 \iff x^2 - x - 2 = 0 \iff (x-2)(x+1) = 0$. $S = \{-1\,;2\}$.

Q52 ✔ Réponse B

$\dfrac{1+i}{1-i} = \dfrac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)} = \dfrac{2i}{2} = i$.
Comme $2020 = 4\times 505$, $i^{2020} = \left(i^4\right)^{505} = 1$. Donc $(x\,;y) = (1\,;0)$.

Q53 ✔ Réponse A

$\ln u_{n+1} = \ln\left(e\sqrt{u_n}\right) = 1 + \frac{1}{2}\ln u_n$, donc

$$\begin{aligned} v_{n+1} &= \tfrac{1}{2}\ln u_n - 1 \\ &= \tfrac{1}{2}\left(\ln u_n - 2\right) = \tfrac{1}{2}\,v_n. \end{aligned}$$

(v_n) est géométrique de raison $q = \frac{1}{2}$ et $v_0 = \ln e^3 - 2 = 1$.

Q54 ✔ Réponse D

Par indépendance :

$$\begin{aligned} P &= \prod_{k=1}^{n} \frac{1}{2^k} = \frac{1}{2^{1+2+\cdots+n}} \\ &= \frac{1}{2^{n(n+1)/2}}. \end{aligned}$$

Q55 ✔ Réponse A

$f \geq 0$: les intégrales sont des aires de triangles. $I = \frac{2\times 1}{2} = 1$, $J = \frac{3\times 2}{2} = 3$, $K = I + J = 4$ (relation de Chasles).

Q56 ✔ Réponse D

Il s'agit des permutations de 5 élèves : $5! = 5\times 4\times 3\times 2\times 1 = 120$.

FACULTÉS DE MÉDECINE, DE PHARMACIE ET DE MÉDECINE DENTAIRE · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès en 1re année · FMPD Maroc

Année universitaire 2025–2026 · 19 juillet 2025

2025 Énoncé

Q43 Soit $I = \int_0^{\pi} |\cos x|\,\mathrm{d}x$. Quelle est la valeur de I ?

A 0
B 1
C 2
D π
E Aucune des réponses n'est juste

Q44 Quelle est la valeur de l'intégrale définie suivante : $J = \int_0^1 \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2}\,\mathrm{d}x$?

A $\frac{1}{2}$
B $\frac{\pi}{4}$
C $\frac{1}{4}$
D 0
E Aucune des réponses n'est juste

Q45 Soit la suite (U_n) définie par : $U_1 = 1$ et pour tout $n \geq 1$, $U_{n+1} = \sqrt{2+U_n}$. Quelle est la limite de la suite (U_n) ?

A $\sqrt{2}$
B $1+\sqrt{2}$
C la suite est divergente
D 2
E Aucune des réponses n'est juste

Q46 Soient a et b deux nombres complexes tels que : $a \neq b$ et $|a| = 1$. Quelle est la valeur de : $\left|\frac{a-b}{1-\overline{a}\,b}\right|$?

A 0
B 1
C 2
D $\sqrt{2}$
E Aucune des réponses n'est juste

Q47 Soit $C = 1 + \cos\frac{\pi}{5} + \cos\frac{2\pi}{5} + \cdots + \cos\frac{9\pi}{5}$ et $S = \sin\frac{\pi}{5} + \sin\frac{2\pi}{5} + \cdots + \sin\frac{9\pi}{5}$. Quelle est la valeur de $z = C + iS$?

A 1
B 2
C -1
D 0
E Aucune des réponses n'est juste

Q48 On définit la fonction :

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\sqrt{1+x}-1}{x}, & x \neq 0 \\ a, & x = 0 \end{cases}$$

Pour quelle valeur de a la fonction f est-elle continue en $x = 0$?

A 0
B $\frac{1}{2}$
C 1
D -1
E Aucune des réponses n'est juste

Q49 Soit la fonction $f(x) = \sin x + \cos x$. Quelle est la valeur maximale de $f(x)$ sur $\mathbb{R}$?

A 1
B $\sqrt{2}+1$
C 2
D $\sqrt{2}$
E Aucune des réponses n'est juste

Q50 Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $\frac{e^{2x-1}}{\sqrt{e^{2x+4}}} = e^{-x}$. Quelle est la bonne réponse ?

A $x = 1$
B $x = 0$
C $x = \frac{3}{2}$
D $x = -1$
E Aucune des réponses n'est juste

Q51 Une urne U contient 9 boules : dont 5 boules rouges numérotées de 1 à 5 et 4 boules noires numérotées de 1 à 4. On suppose que les boules sont indiscernables au toucher. On tire simultanément deux boules de l'urne. On considère les deux événements A : « les deux boules tirées sont de même couleur » et B : « les deux boules tirées portent un numéro pair ». Calculer $P_{\overline{A}}(B)$.

A $\frac{1}{18}$
B $\frac{17}{18}$
C $\frac{2}{9}$
D $\frac{1}{5}$
E Aucune des réponses n'est juste

Q52 On lance deux dés équilibrés à 6 faces. Quelle est la probabilité d'obtenir au moins un 6 ?

A $\frac{1}{6}$
B $\frac{11}{36}$
C $\frac{5}{36}$
D $\frac{25}{36}$
E Aucune des réponses n'est juste

Q53 Soient les points : $A(1,1,-2)$, $B(0,5,5)$, $C(6,-3,-5)$, $D(1,2,0)$. Le vecteur $\overrightarrow{AD}$ appartient-il au plan vectoriel engendré par $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$? Autrement dit, existe-t-il des réels x et y tels que : $\overrightarrow{AD} = x\,\overrightarrow{AB} + y\,\overrightarrow{AC}$?

A Oui, pour $x = -\frac{1}{4}$, $y = -\frac{1}{8}$
B Oui, pour $x = \frac{5}{16}$, $y = \frac{1}{16}$
C Oui, pour $x = \frac{1}{2}$, $y = \frac{1}{2}$
D Non, car $\overrightarrow{AD}$ n'est pas combinaison linéaire de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$
E Aucune des réponses n'est juste

Q54 Soient les vecteurs : $\vec{u}(1,2,-1)$, $\vec{v}(3,6,-3)$, $\vec{w}(0,1,1)$. Quelle est la valeur du produit : $(\vec{u} \wedge \vec{v}) \cdot \vec{w}$?

A 0
B 3
C -1
D 2
E Aucune des réponses n'est juste

Q55 La fonction f : $f(x) = \frac{\ln(x+1)}{x+e^x}$ admet au point $O(0,0)$ une tangente d'équation :

A $y = x$
B $y = x+1$
C $y = -2x$
D $y = x-1$
E Aucune des réponses n'est juste

Q56 On considère le nombre complexe : $z = (1+i)^{20}$. Quelle est la partie imaginaire de z ?

A 2^{10}
B -2^{10}
C 0
D $\sqrt{2}$
E Aucune des réponses n'est juste

FACULTÉS DE MÉDECINE, DE PHARMACIE ET DE MÉDECINE DENTAIRE · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès en 1re année · FMPD Maroc

Année universitaire 2025–2026 · 19 juillet 2025

2025 — Correction

Q43	Q44	Q45	Q46	Q47	Q48	Q49	Q50	Q51	Q52	Q53	Q54	Q55	Q56
C	A	D	B	D	B	D	C	D	B	B	A	A	C

Q43 ✔ Réponse C

Sur $[0, \frac{\pi}{2}]$, $\cos x \geq 0$ et sur $[\frac{\pi}{2}, \pi]$, $\cos x \leq 0$:

$$I = \int_0^{\pi/2} \cos x \, dx - \int_{\pi/2}^{\pi} \cos x \, dx$$
$$= \big[\sin x\big]_0^{\pi/2} - \big[\sin x\big]_{\pi/2}^{\pi}$$
$$= 1 + 1 = 2.$$

Q44 ✔ Réponse A

On remarque que $\left(\frac{x}{1+x^2}\right)' = \frac{(1+x^2) - 2x^2}{(1+x^2)^2} = \frac{1-x^2}{(1+x^2)^2}$. Donc

$$J = \left[\frac{x}{1+x^2}\right]_0^1 = \frac{1}{2}.$$

Q45 ✔ Réponse D

Par récurrence, $1 \leq U_n \leq 2$ et (U_n) est croissante : elle converge vers $\ell \geq 1$ vérifiant $\ell = \sqrt{2+\ell}$, soit $\ell^2 - \ell - 2 = 0$, i.e. $(\ell - 2)(\ell + 1) = 0$. Comme $\ell \geq 1$: $\ell = 2$.

Q46 ✔ Réponse B

Comme $|a| = 1$, on a $a\overline{a} = 1$, donc $1 - \overline{a}\,b = \overline{a}\,a - \overline{a}\,b = \overline{a}\,(a - b)$. Ainsi

$$\left|\frac{a-b}{1-\overline{a}\,b}\right| = \frac{|a-b|}{|\overline{a}|\,|a-b|} = \frac{1}{|a|} = 1.$$

Q47 ✔ Réponse D

Avec $\omega = e^{i\pi/5}$ $(\omega \neq 1)$:

$$z = \sum_{k=0}^{9} e^{ik\pi/5} = \sum_{k=0}^{9} \omega^k$$
$$= \frac{1 - \omega^{10}}{1 - \omega} = \frac{1 - e^{2i\pi}}{1 - \omega} = 0.$$

Q48 ✔ Réponse B

Pour $x \neq 0$:
$\frac{\sqrt{1+x} - 1}{x} = \frac{(1+x) - 1}{x\left(\sqrt{1+x} + 1\right)} = \frac{1}{\sqrt{1+x} + 1} \xrightarrow[x \to 0]{} \frac{1}{2}$. f est continue en 0 si et seulement si $a = \frac{1}{2}$.

Q49 ✔ Réponse D

$f(x) = \sin x + \cos x = \sqrt{2}\,\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$, donc $f(x) \leq \sqrt{2}$, avec égalité pour $x = \frac{\pi}{4}$. Le maximum vaut $\sqrt{2}$.

Q50 ✔ Réponse C

$\sqrt{e^{2x+4}} = e^{x+2}$, donc l'équation s'écrit $e^{2x-1-(x+2)} = e^{-x} \iff x - 3 = -x \iff x = \frac{3}{2}$.

Q51 ✔ Réponse D

Nombre de tirages : $\binom{9}{2} = 36$.
L'événement $\overline{A}$ (couleurs différentes) : $5 \times 4 = 20$ tirages. Boules paires : rouges $\{2, 4\}$, noires $\{2, 4\}$. $\overline{A} \cap B$: une rouge paire et une noire paire : $2 \times 2 = 4$ tirages.

$$P_{\overline{A}}(B) = \frac{P(\overline{A} \cap B)}{P(\overline{A})} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}.$$

Q52 ✔ Réponse B

Événement contraire : « aucun 6 », de probabilité $\left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{25}{36}$. Donc $P = 1 - \frac{25}{36} = \frac{11}{36}$.

Q53 ✔ Réponse B

$\overrightarrow{AB}(-1, 4, 7)$, $\overrightarrow{AC}(5, -4, -3)$, $\overrightarrow{AD}(0, 1, 2)$.

$$\begin{cases} -x + 5y = 0 \\ 4x - 4y = 1 \\ 7x - 3y = 2 \end{cases}$$

Les deux premières donnent $x = 5y$ et $16y = 1$, soit $y = \frac{1}{16}$, $x = \frac{5}{16}$.
Vérification : $7 \cdot \frac{5}{16} - 3 \cdot \frac{1}{16} = \frac{32}{16} = 2$. ✓

Q54 ✔ Réponse A

$\vec{v} = 3\,\vec{u}$: les vecteurs sont colinéaires, donc $\vec{u} \wedge \vec{v} = \vec{0}$ et $(\vec{u} \wedge \vec{v}) \cdot \vec{w} = 0$.

Q55 ✔ Réponse A

$f(0) = \frac{0}{1} = 0$. Avec $u = \ln(x+1)$ et $v = x + e^x$: $f' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$, et $u(0) = 0$, $u'(0) = 1$, $v(0) = 1$, d'où $f'(0) = \frac{1 \cdot 1 - 0}{1} = 1$. Tangente : $y = f'(0)(x - 0) + f(0) = x$.

Q56 ✔ Réponse C

$(1+i)^2 = 2i$, donc $z = (2i)^{10} = 2^{10}\,i^{10} = -2^{10} = -1024$.
z est réel : sa partie imaginaire est 0.

FACULTÉS DE MÉDECINE, DE PHARMACIE ET DE MÉDECINE DENTAIRE · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès en 1re année · FMPD Maroc

Année universitaire 2024–2025 · 03 août 2024

2024 Énoncé

Q1 On considère la fonction f définie par : $f(x) = x - \dfrac{(\ln x)^2}{x}$.

A $f'(x) = 1 + \dfrac{2\ln x - (\ln x)^2}{x^2}$

B $f'(x) = 1 - \dfrac{2\ln x - (\ln x)^2}{x^2}$

C $f'(x) = -1 + \dfrac{2\ln x - (\ln x)^2}{x^2}$

D $f'(x) = -1 - \dfrac{2\ln x - (\ln x)^2}{x^2}$

E $f'(x) = 1 + \dfrac{2\ln x + (\ln x)^2}{x^2}$

Q2 La fonction f : $f(x) = 2\ln\left(\dfrac{e^x+2}{\sqrt{1+e^x}}\right)$ admet une asymptote horizontale ou oblique lorsque x tend vers $-\infty$ ou $+\infty$. Quelle est l'équation de cette asymptote ?

A $y = 2x$ B $y = x$
C $y = 0$ D $y = -2\ln 2$
E $y = -2x$

Q3 On considère la fonction g définie par : $g(x) = \dfrac{x^2+1}{x+1}$. Déterminer le point x_0 où la tangente à $\mathcal{C}_g$ est parallèle à la droite d'équation $y = x$.

A $x_0 = 0$ B $x_0 = -1$
C $x_0 = 1$ D $x_0 = 2$
E $x_0 \in \varnothing$ (ensemble vide)

Q4 Soit $z = \dfrac{(1-i)^{10}}{\left(1+i\sqrt{3}\right)^4}$. Quelle est la bonne réponse ?

A $|z| = 4$

B $|z| = \dfrac{1}{2}$

C $\arg z \equiv \dfrac{\pi}{6}\ [2\pi]$

D $\arg z \equiv \dfrac{3\pi}{2}\ [2\pi]$

E $\arg z \equiv \dfrac{\pi}{2}\ [2\pi]$

Q5 Soient z_1, z_2 et z_3 trois nombres complexes distincts ayant le même cube, c'est-à-dire $z_1^3 = z_2^3 = z_3^3$. Quelles sont les valeurs possibles de z_1, z_2 et z_3 ?

A $z_1 = 1,\ z_2 = i,\ z_3 = -i$

B $z_1 = 1,\ z_2 = \omega,\ z_3 = \omega^2$ où $\omega = e^{\frac{2i\pi}{3}}$

C $z_1 = 1,\ z_2 = \dfrac{1}{2} + i\dfrac{\sqrt{3}}{2},\ z_3 = -\dfrac{1}{2} - i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

D $z_1 = 2,\ z_2 = -1,\ z_3 = 1$

E $z_1 = 1,\ z_2 = -\omega,\ z_3 = -\omega^2$ où $\omega = e^{\frac{2i\pi}{3}}$

Q6 Dans l'espace muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$, on considère les points $A(0;3;1)$, $B(-1;3;0)$ et $C(0;5;0)$. La sphère (S) a pour équation : $x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 5 = 0$. Quelles sont les coordonnées du point de tangence H du plan (ABC) et de la sphère (S) ?

A $(2;2;\sqrt{5})$ B $(2;3;1)$
C $(2;2;1)$ D $(0;1;2)$
E $(0;-1;2)$

Q7 On suppose que 2000 personnes ont envoyé un SMS dans le cadre d'un mini-jeu télé qui consistait à répondre à une question à 2 choix. La société qui gère ce « jeu-SMS » sélectionne 30 SMS au hasard parmi les 2000. On note Ω l'ensemble de tous les sous-ensembles de 30 SMS (distincts). Combien d'éléments contient-il ?

A A_{2000}^{30} B C_{2000}^{30}
C 1970 D $\dfrac{2000!}{30!}$
E 2000

Q8 On considère maintenant que vous faites partie des personnes qui ont envoyé un SMS. Quelle est la probabilité que vous soyez sélectionné(e) parmi les 2000 participants ?

A 0,12 B 0,03 C 0,015 D 0,02
E 0,3

Q9 Soit $u_n = \ln\left(1 + ne^{-n}\right)$, $n \in \mathbb{N}$. Quelle est la bonne réponse ?

A La suite (u_n) est bornée

B $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$

C $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$

D La suite (u_n) est divergente

E $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$

Q10 Soit la suite (w_n) définie par $w_0 = 1$ et $w_{n+1} = \dfrac{w_n + 3}{2w_n + 4}$, et on pose $y_n = \dfrac{4}{2 + w_n}$; y_{n+1} vérifie la relation suivante :

A $y_{n+1} = \dfrac{23}{6 + y_n}$

B $y_{n+1} = \dfrac{32}{6 + y_n}$

C $y_{n+1} = \dfrac{-6}{32 + y_n}$

D $y_{n+1} = \dfrac{6}{32 + y_n}$

E $y_{n+1} = \dfrac{32}{20 + y_n}$

Q11 Soit (E) l'équation : $x^x = (\sqrt{x})^{x+1}$. Quelle est la bonne réponse ?

A $x = 1$ est une solution
B $x = 2$ est une solution
C $x = 0$ est une solution
D $x = e$ est une solution
E l'équation (E) n'admet pas de solution

Q12 Calculer l'intégrale suivante : $\displaystyle\int \frac{\cos x}{2 + \sin x}\,\mathrm{d}x$.

A $\dfrac{1}{2}\ln|2 + \sin x| + C$

B $\ln|2 + \sin x| + C$

C $-\ln|2 + \sin x| + C$

D $\ln|2 + \cos x| + C$

E $\dfrac{1}{2}\ln|2 + \cos x| + C$

Q13 Soit $f(x) = \left(1 + \dfrac{1}{x}\right)^x$. Quelle est la bonne réponse ?

A $D_f =]0, +\infty[$

B $D_f = \mathbb{R}^*$

C $D_f =]-\infty, -1[\cup]0, +\infty[$

D $D_f =]-1, 1[$

E $D_f = [-1, 1]$

Q14 Soit $f(x) = x\sin(\pi x) - \ln(x) - 1$ définie sur $]0, 1]$. Quelle est la bonne réponse ?

A f est majorée

B Il existe $c \in]0, 1]$ tel que $f(c) = 0$

C $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = -\infty$

D f est croissante

E $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = -1$

FACULTÉS DE MÉDECINE, DE PHARMACIE ET DE MÉDECINE DENTAIRE · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès en 1re année · FMPD Maroc

Année universitaire 2024–2025 · 03 août 2024

2024 — Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12	Q13	Q14
B	B	E	C	B	D	B	C	E	E	A	B	C	E

Q1 ✔ Réponse B

Pour $x > 0$, la dérivée de $\dfrac{(\ln x)^2}{x}$ est

$$\frac{2\ln x \cdot \frac{1}{x} \cdot x - (\ln x)^2}{x^2} = \frac{2\ln x - (\ln x)^2}{x^2}.$$

Donc $f'(x) = 1 - \dfrac{2\ln x - (\ln x)^2}{x^2}$.

Q2 ✔ Réponse B

$f(x) = 2\ln(e^x + 2) - \ln(1 + e^x)$. Pour $x \to +\infty$:

$$f(x) = 2x + 2\ln(1 + 2e^{-x}) - x - \ln(1 + e^{-x}) = x + o(1),$$

donc $y = x$ est asymptote oblique en $+\infty$.
(En $-\infty$, $f(x) \to 2\ln 2$: l'asymptote horizontale $y = 2\ln 2$ n'est pas proposée ; D a le mauvais signe.)

Q3 ✔ Réponse E

$g'(x) = \dfrac{2x(x+1) - (x^2+1)}{(x+1)^2} = \dfrac{x^2 + 2x - 1}{(x+1)^2}$.
$g'(x) = 1 \iff x^2 + 2x - 1 = x^2 + 2x + 1 \iff -1 = 1$: impossible. Aucune tangente n'est parallèle à $y = x$.

Q4 ✔ Réponse C

$1 - i = \sqrt{2}\, e^{-i\pi/4}$ et $1 + i\sqrt{3} = 2e^{i\pi/3}$. Donc

$$|z| = \frac{(\sqrt{2})^{10}}{2^4} = \frac{32}{16} = 2$$

$$\arg z \equiv -\frac{10\pi}{4} - \frac{4\pi}{3} = -\frac{23\pi}{6} \equiv \frac{\pi}{6}\ [2\pi].$$

Q5 ✔ Réponse B

$\omega^3 = e^{2\pi i} = 1$ et $(\omega^2)^3 = 1$: les trois nombres 1, ω, ω^2 sont distincts et ont le même cube 1.
Les autres ne conviennent pas : A donne les cubes $1, -i, i$; C donne $1, -1, 1$; D donne $8, -1, 1$; E donne $1, -1, -1$.

Q6 ✔ Réponse D

$(S) : (x-2)^2 + y^2 + z^2 = 9$, centre $\Omega(2;0;0)$, rayon 3.
$\overrightarrow{AB}(-1;0;-1)$ et $\overrightarrow{AC}(0;2;-1)$ donnent le vecteur normal $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = (2;-1;-2)$, d'où $(ABC) : 2x - y - 2z + 5 = 0$.
$d(\Omega, (ABC)) = \dfrac{|4+5|}{3} = 3$: le plan est tangent. H est le projeté de Ω : $H = \Omega - \dfrac{9}{9}(2;-1;-2) = (0;1;2)$.

Q7 ✔ Réponse B

Un sous-ensemble de 30 SMS parmi 2000 est une combinaison (sans ordre, sans répétition) : il y en a C_{2000}^{30}.

Q8 ✔ Réponse C

Les sous-ensembles qui contiennent votre SMS sont au nombre de C_{1999}^{29}, donc

$$p = \frac{C_{1999}^{29}}{C_{2000}^{30}} = \frac{30}{2000} = 0{,}015.$$

Q9 ✔ Réponse E

$ne^{-n} = \dfrac{n}{e^n} \to 0$, donc $u_n \to \ln 1 = 0$: E est vraie.
Remarque : la suite est aussi bornée ($0 \le ne^{-n} \le e^{-1}$, donc $0 \le u_n \le \ln(1 + e^{-1})$), si bien que A est vraie elle aussi.

Remarque : A (« la suite est bornée ») et E (« la limite vaut 0 ») sont toutes les deux vraies, alors que le QCM n'accepte qu'une réponse. E est la réponse la plus précise. À trancher par le professeur (garder E ou retirer la question).

Q10 ✔ Réponse E

De $y_n = \dfrac{4}{2 + w_n}$ on tire $w_n = \dfrac{4}{y_n} - 2$. Alors

$$w_{n+1} = \frac{\frac{4}{y_n} + 1}{\frac{8}{y_n}} = \frac{4 + y_n}{8}, \qquad y_{n+1} = \frac{4}{2 + \frac{4+y_n}{8}} = \frac{32}{20 + y_n}.$$

Q11 ✔ Réponse A

Pour $x > 0$, en passant au logarithme :
$x \ln x = \dfrac{x+1}{2} \ln x \iff \ln x \cdot \dfrac{x-1}{2} = 0 \iff x = 1$.
Vérification : $1^1 = 1 = 1^2$. ($x = 2$ donne $4 \neq 2\sqrt{2}$; 0 n'est pas dans le domaine.)

Q12 ✔ Réponse B

Le numérateur $\cos x$ est la dérivée du dénominateur $2 + \sin x$: une primitive est $\ln|2 + \sin x|$ (et même $\ln(2 + \sin x)$, puisque $2 + \sin x > 0$).

Q13 ✔ Réponse C

$f(x) = e^{x \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)}$ est définie si $x \neq 0$ et $1 + \dfrac{1}{x} = \dfrac{x+1}{x} > 0$, c'est-à-dire $x < -1$ ou $x > 0$.

Q14 ✔ Réponse E

- En 1^- : $f(x) \to 1 \cdot \sin\pi - \ln 1 - 1 = -1$: E est vraie.
- En 0^+ : $x \sin(\pi x) \to 0$ et $-\ln x \to +\infty$, donc $f \to +\infty$: A, C et D sont fausses.

Remarque : f est continue, tend vers $+\infty$ en 0^+ et $f(1) = -1 < 0$; par le théorème des valeurs intermédiaires, il existe $c \in]0, 1]$ tel que $f(c) = 0$, donc B est vraie elle aussi.

Remarque : B (existence de c tel que f(c) = 0, par le théorème des valeurs intermédiaires) et E (limite -1 en 1^-) sont toutes les deux vraies, alors que le QCM n'accepte qu'une réponse. À trancher par le professeur (choisir la réponse attendue ou retirer la question).

FACULTÉS DE MÉDECINE, DE PHARMACIE ET DE MÉDECINE DENTAIRE · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès en 1re année · FMPD Maroc

Année universitaire 2023–2024 · 22 juillet 2023

2023 Énoncé

Q1 Dans l'ensemble $\mathbb{C}$, si $z = \sqrt{5}\,e^{-\frac{i\pi}{8}}$, alors :

A $z = \dfrac{\sqrt{10+5\sqrt{2}}}{2} - i\dfrac{\sqrt{10-5\sqrt{2}}}{2}$

B $z = \dfrac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} - i\dfrac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$

C $z = \dfrac{\sqrt{10+5\sqrt{2}}}{2} + i\dfrac{\sqrt{10-5\sqrt{2}}}{2}$

D $z = \dfrac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2} + i\dfrac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$

E $z = \dfrac{\sqrt{10+5\sqrt{2}}}{2} - i\dfrac{\sqrt{10+5\sqrt{2}}}{2}$

Q2 Le nombre complexe $z = \left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\left(1 - i\sqrt{3}\right)\right)^{18}$ est égal à :

A $z = -512$ B $z = \dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{1}{2}i$

C $z = 512$ D $z = 251$

E $z = \dfrac{1}{2} - i\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Q3 Pour $z \in \mathbb{C} \setminus \{1\}$, l'ensemble des points M d'affixes z tels que $\dfrac{z+1}{z-1} \in i\mathbb{R}$ est :

A La droite (Ox) privée du point $(1,0)$

B La droite (Oy) privée du point $(0,1)$

C Le cercle de centre O et de rayon 1

D La droite (Ox)

E Le cercle de centre O et de rayon 1 privé du point $(1,0)$

Q4 $(U_n)_{n\geq 2}$ est la suite définie par

$$U_n = \left(1 - \tfrac{1}{2^2}\right) \times \left(1 - \tfrac{1}{3^2}\right) \times \cdots \times \left(1 - \tfrac{1}{n^2}\right).$$

$\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$ est égale à :

A 1 B 0 C $+\infty$ D $\dfrac{1}{2}$

E la limite n'existe pas

Q5 $(U_n)_{n\geq 1}$ et $(V_n)_{n\geq 1}$ sont deux suites définies par :

$$U_n = \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2^2} + \tfrac{1}{2^3} + \cdots + \tfrac{1}{2^n} \; ; \qquad \ln(V_n) = U_n \ln 2.$$

A $\lim U_n = 1$ et $\lim V_n = \ln 2$

B $\lim U_n = \dfrac{1}{2}$ et $\lim V_n = \ln 2$

C $\lim U_n = 2$ et $\lim V_n = 1$

D $\lim U_n = \dfrac{1}{2}$ et $\lim V_n = 2$

E $\lim U_n = 1$ et $\lim V_n = 2$

Q6 Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}^{+*}$ par : $f(x) = \dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+2\sqrt{x}}}$. La limite $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ est égale à :

A $+\infty$ B 0 C 1 D $\dfrac{1}{2}$

E f n'admet pas de limite en 0^+

Q7 Soit g une fonction définie sur $\mathbb{R}^{+*}$: $g(x) = \dfrac{(2x)^x}{x^{2x}}$, pour tout $x > 0$. La limite $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ est égale à :

A $+\infty$ B 1 C 2 D 0

E g n'admet pas de limite en $+\infty$

Q8 f est une fonction réelle, sachant que $f(1) = 3$ et $f'(1) = -3$. La courbe de la fonction f admet au point $(1,3)$ une tangente d'équation :

A $y = 3x - 2$ B $y = 3x - 6$

C $y = -3x + 6$ D $y = 3x$

E $y = -3x + 2$

Q9 Soient f et g deux fonctions réelles telles que : $f(x) = \ln(x-1)$ et $g(x) = \sqrt{x+1}$. Le domaine de définition de $g \circ f$ est :

A $[-1, +\infty[$ B $]1, +\infty[$

C $\left[1 + \dfrac{1}{e}, +\infty\right[$ D $]e, +\infty[$

E $]-e, +\infty[$

Q10 L'intégrale $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\sin x \tan x}\,\mathrm{d}x$ est égale à :

A $\dfrac{1}{2} - \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ B $2 - \sqrt{2}$

C $\sqrt{2} - 2$ D $\dfrac{\sqrt{2}}{2} - \dfrac{1}{2}$

E $1 - \sqrt{2}$

Q11 L'intégrale $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin 2x}{1 + \sin^2 x}\,\mathrm{d}x$ est égale à :

A 0 B $\ln 2 + 1$ C $\ln 2$ D 1

E $-\ln 2$

Q12 Soient (P) et (P') deux plans d'équations respectives $P : x - y - z + 2 = 0$ et $P' : x + z - 2 = 0$, et (Δ) la droite telle que :

$$(\Delta) : \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 - t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

A $(\Delta) \subset P$ B $(\Delta) \perp P$

C $(\Delta) \cap P = \varnothing$ D $(\Delta) \cap P' = \varnothing$

E $(\Delta) \perp P'$

Q13 Soit

$$f(x) = \begin{cases} x + x^2 \sin\frac{1}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}.$$

A f n'est pas dérivable en 0

B $f'(0) = 0$

C $f'(0) = 1$

D Pour $x \neq 0$,
$f'(x) = 1 + 2x\sin\dfrac{1}{x} + \cos\dfrac{1}{x}$

E f est dérivable en 0 et $f'(0) = 2$

Q14 Soit une urne qui contient 5 boules bleues, 4 boules blanches et 3 boules noires, toutes indiscernables au toucher. On tire simultanément 3 boules au hasard de l'urne. On répète cette expérience n fois de suite $(n \geq 5)$ en remettant dans l'urne les boules tirées après chaque tirage. Quelle est la probabilité d'obtenir 3 boules de couleurs 2 à 2 distinctes $(n-1)$ fois exactement ?

A $\dfrac{8 \times 3^n}{11^n}$ B $\dfrac{8n \times 3^n}{11^n}$

C $\dfrac{8n \times 3^{n-1}}{11^n}$ D $\dfrac{8^n \times 3^{n-1}}{11^n}$

E $\dfrac{8 \times 3^n}{11^{n-1}}$

FACULTÉS DE MÉDECINE, DE PHARMACIE ET DE MÉDECINE DENTAIRE · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès en 1re année · FMPD Maroc

Année universitaire 2023–2024 · 22 juillet 2023

2023 — Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12	Q13	Q14
A	C	E	D	E	B	D	C	C	B	C	A	C	C

Q1 ✔ Réponse A

Avec $\cos^2\frac{\pi}{8} = \frac{1+\cos\frac{\pi}{4}}{2} = \frac{2+\sqrt{2}}{4}$: $\cos\frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{2}}}{2}$ et de même $\sin\frac{\pi}{8} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$. Donc

$$z = \sqrt{5}\left(\cos\frac{\pi}{8} - i\sin\frac{\pi}{8}\right) = \frac{\sqrt{10+5\sqrt{2}}}{2} - \frac{i\sqrt{10-5\sqrt{2}}}{2}.$$

(B oublie le facteur $\sqrt{5}$.)

Q2 ✔ Réponse C

$\frac{1}{\sqrt{2}}(1-i\sqrt{3}) = \frac{2}{\sqrt{2}}e^{-i\pi/3} = \sqrt{2}\,e^{-i\pi/3}$. Donc $z = (\sqrt{2})^{18}e^{-6i\pi} = 2^9 = 512$.

Q3 ✔ Réponse E

Avec $z = x+iy$: $\frac{z+1}{z-1} = \frac{(z+1)(\bar{z}-1)}{|z-1|^2}$, dont la partie réelle vaut $\frac{x^2+y^2-1}{|z-1|^2}$.

Le quotient est imaginaire pur si et seulement si $x^2+y^2=1$, avec $z \neq 1$: c'est le cercle de centre O et de rayon 1 privé du point $(1,0)$.

Q4 ✔ Réponse D

$1 - \frac{1}{k^2} = \frac{k-1}{k} \times \frac{k+1}{k}$. Le produit télescope :

$$\begin{aligned} U_n &= \left(\frac{1}{2}\times\frac{2}{3}\times\cdots\times\frac{n-1}{n}\right)\left(\frac{3}{2}\times\frac{4}{3}\times\cdots\times\frac{n+1}{n}\right) \\ &= \frac{1}{n}\times\frac{n+1}{2} \\ &= \frac{n+1}{2n} \to \frac{1}{2}. \end{aligned}$$

Q5 ✔ Réponse E

$U_n = 1 - \frac{1}{2^n} \to 1$ (somme géométrique). Et $V_n = e^{U_n \ln 2} = 2^{U_n} \to 2^1 = 2$.

Q6 ✔ Réponse B

Pour $x>0$: $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x+2\sqrt{x}}} = \sqrt{\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+2}} \to \sqrt{\frac{0}{2}} = 0$.

Q7 ✔ Réponse D

$g(x) = \frac{2^x x^x}{x^{2x}} = \left(\frac{2}{x}\right)^x = e^{x\ln(\frac{2}{x})}$. Quand $x \to +\infty$, $\ln\frac{2}{x} \to -\infty$, donc l'exposant tend vers $-\infty$ et $g(x) \to 0$.

Q8 ✔ Réponse C

$y = f'(1)(x-1) + f(1) = -3(x-1) + 3 = -3x + 6$.

Q9 ✔ Réponse C

$g \circ f(x) = \sqrt{\ln(x-1)+1}$ est définie si $x>1$ et $\ln(x-1) \geq -1$, c'est-à-dire $x-1 \geq \frac{1}{e}$, soit $x \geq 1+\frac{1}{e}$.

Q10 ✔ Réponse B

$\frac{1}{\sin x \tan x} = \frac{\cos x}{\sin^2 x}$, dont une primitive est $-\frac{1}{\sin x}$. Donc

$$\int_{\pi/6}^{\pi/4} \frac{\cos x}{\sin^2 x}\,dx = -\frac{1}{\sin\frac{\pi}{4}} + \frac{1}{\sin\frac{\pi}{6}} = -\sqrt{2}+2.$$

Q11 ✔ Réponse C

$\sin 2x = 2\sin x\cos x$ est la dérivée de $1+\sin^2 x$. Donc l'intégrale vaut $\left[\ln(1+\sin^2 x)\right]_0^{\pi/2} = \ln 2 - \ln 1 = \ln 2$.

Q12 ✔ Réponse A

Pour tout t : $(1+t) - (2+2t) - (1-t) + 2 = 0$. Tous les points de (Δ) vérifient l'équation de P : $(\Delta) \subset P$.

(De même $(1+t)+(1-t)-2=0$: (Δ) est aussi contenue dans P', donc D est fausse. Le vecteur directeur $(1;2;-1)$ n'est colinéaire à aucun des vecteurs normaux $(1;-1;-1)$ et $(1;0;1)$: B et E sont fausses.)

Q13 ✔ Réponse C

$\frac{f(x)-f(0)}{x} = 1 + x\sin\frac{1}{x}$ et $\left|x\sin\frac{1}{x}\right| \leq |x| \to 0$. Donc f est dérivable en 0 et $f'(0)=1$.

(Pour $x \neq 0$, $f'(x) = 1 + 2x\sin\frac{1}{x} - \cos\frac{1}{x}$: D a le mauvais signe devant le cosinus.)

Q14 ✔ Réponse C

Pour un tirage : $p = \frac{5\times4\times3}{\binom{12}{3}} = \frac{60}{220} = \frac{3}{11}$.

Les n tirages sont indépendants (loi binomiale) :

$$P = \binom{n}{n-1}p^{n-1}(1-p) = n \times \frac{3^{n-1}}{11^{n-1}} \times \frac{8}{11} = \frac{8n\times 3^{n-1}}{11^n}.$$

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès à la Faculté de Médecine et de Pharmacie

Année universitaire 2022–2023

2022 — Énoncé

Q1 Dans $\mathbb{C}$, l'ensemble des solutions de l'équation $\dfrac{2z-1}{z+1}=z$ est :

A $\left\{-1;\dfrac{1}{2}\right\}$
B $\left\{1+i\sqrt{3};1-i\sqrt{3}\right\}$
C $\left\{\dfrac{1+i\sqrt{3}}{2};\dfrac{1-i\sqrt{3}}{2}\right\}$
D $\left\{i\sqrt{3};-i\sqrt{3}\right\}$
E Autre réponse

Q2 Si f est une solution sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle $y''+2y'+4y=0$, alors la fonction $g=2f$ est une solution sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle :

A $y''+2y'+4y=0$
B $y''+y'+y=0$
C $y''+4y'+4y=0$
D $2y''+4y'+y=0$
E Autre réponse

Q3 Si $z=e^{-i\theta}-e^{i\theta}$ avec $\theta\in]0;\pi[$, alors $|z|$ est égal à :

A 2 B $2\cos\theta$ C $2\cos\dfrac{\theta}{2}$ D $2\sin\theta$
E $2\sin\dfrac{\theta}{2}$

Q4 $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(n-\sqrt{n^2-n}\right)$ est égale à :

A $-\infty$ B 0 C $\dfrac{1}{2}$ D 1
E Autre réponse

Q5 Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé, on considère les deux points $A(1;2;3)$ et $B(2;0;1)$. L'ensemble des points $M(x;y;z)$ équidistants des points A et B est :

A Le plan : $x+y+z=6$
B Le plan : $2x-4y-4z=-9$
C Le plan : $2x-4y-4z=9$
D La droite : $\begin{cases}x+y+z=6\\2x-4y-4z=-9\end{cases}$
E Autre réponse

Q6 Dans $\mathbb{C}$, si $\arg(iz)\equiv\frac{7\pi}{6}\ [2\pi]$ et $|z|=\sqrt{2}$, alors la partie imaginaire de z^3 est égale à :

A 0 B $2\sqrt{2}$ C $\sqrt{2}$ D $-\sqrt{2}$
E $-2\sqrt{2}$

Q7 Soit $\alpha\in\mathbb{R}^*$. Si $\displaystyle\int_0^1\frac{e^{\alpha x}}{1+e^{\alpha x}}\,\mathrm{d}x=\frac{1}{\alpha}$, alors α est égal à :

A $\ln(e-1)$ B $2e-1$
C $\ln(2e+1)$ D $\ln(2e-1)$
E $2e+1$

Q8 Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct. Soit z un nombre complexe et Ω, M et M' les points d'affixes respectives $-\frac{\sqrt{3}}{3}$, z et z' tels que : $z'=\left(1+i\sqrt{3}\right)z+i$. Alors une mesure de $\left(\overrightarrow{\Omega M},\overrightarrow{\Omega M'}\right)$ est :

A $\dfrac{2\pi}{3}\ [2\pi]$ B $\dfrac{\pi}{3}\ [2\pi]$
C $-\dfrac{2\pi}{3}\ [2\pi]$ D $-\dfrac{\pi}{3}\ [2\pi]$
E $\dfrac{\pi}{6}\ [2\pi]$

Q9 $ABCD$ est un carré de côté 1. On place les points E et F respectivement sur les côtés $[AB]$ et $[BC]$ tels que $BE=CF=x$. La valeur de x pour laquelle l'aire du triangle EFD est minimale est :

A 0 B $\dfrac{1}{4}$ C $\dfrac{1}{3}$ D $\dfrac{1}{2}$
E Autre réponse

Q10 Dans $\mathbb{C}$, si $|z|-z=3-i\sqrt{3}$, alors $|z|$ est égal à :

A 0 B 2 C $2\sqrt{3}$ D $3\sqrt{2}$
E $7\sqrt{2}$

Q11 Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct. Soient A et B les points d'affixes respectives $-i$ et i. L'ensemble des points M d'affixe z tels que $\left|\dfrac{iz-1}{\overline{z}+i}\right|=1$ est :

A La médiatrice du segment $[AB]$
B La droite (AB)
C La droite (AB) privée du point B
D Le cercle de diamètre $[AB]$
E Le cercle de diamètre $[AB]$ privé du point B

Q12 Soit $x\in\mathbb{R}^*$. Si $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(1+\dfrac{x}{7n}\right)^{29n}=2022$, alors x est égal à :

A $\dfrac{29}{7}\ln 2022$ B $2022\ln\dfrac{7}{29}$
C $2022\ln\dfrac{29}{7}$ D $\dfrac{7}{29}\ln 2022$
E Autre réponse

Q13 Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé, on considère le plan (P) d'équation $3x-2z+3=0$. On dispose d'un dé régulier dont les faces sont numérotées de 1 à 6. On lance le dé et on obtient ainsi de manière équiprobable un nombre a $(1\leq a\leq 6)$. La probabilité que le point $A\left(a^2;2a;6a-3\right)$ appartienne au plan (P) est :

A $\dfrac{1}{6}$ B $\dfrac{1}{3}$ C $\dfrac{1}{2}$ D $\dfrac{2}{3}$
E Autre réponse

Q14 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=2e^{3x}-6$. La primitive F de f sur $\mathbb{R}$ dont la courbe représentative coupe l'axe des ordonnées au point d'ordonnée 3 est définie par :

A $F(x)=\frac{2}{3}e^{3x}-6x-\frac{2}{3}$
B $F(x)=\frac{2}{3}e^{3x}-6x+\frac{7}{3}$
C $F(x)=\frac{2}{3}e^{3x}-6x-\frac{7}{3}$
D $F(x)=\frac{2}{3}e^{3x}-6x+\frac{2}{3}$

Q15 L'intégrale $\displaystyle\int_0^3\frac{x^2+2}{\sqrt{x^3+6x+4}}\,\mathrm{d}x$ est égale à :

A $\dfrac{1}{3}$ B $\dfrac{8}{3}$ C $\dfrac{10}{3}$ D $\dfrac{14}{3}$
E Autre réponse

Q16 Si $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ est une suite telle que : $(\forall n\in\mathbb{N}^*)$; $v_1+v_2+\cdots+v_n=2n^2+n$, alors v_8 est égal à :

A 31 B 53 C 54 D 62 E 64

Q17 Soit f une fonction numérique dérivable sur $\mathbb{R}$. Si $(\forall x\in\mathbb{R})$; $f(2x-1)=x^2+3x$, alors $f(1)+f'(1)$ est égal à :

A $\dfrac{5}{2}$ B 4 C $\dfrac{9}{2}$ D $\dfrac{13}{2}$
E Autre réponse

Q18 Si pour tout entier naturel n, $I_n=\displaystyle\int_1^e x(\ln x)^n\,\mathrm{d}x$, alors $(\forall n\in\mathbb{N}^*)$ $2I_{n+1}+(n+1)I_n$ est égal à :

A e B e^2 C 1 D $\dfrac{e-1}{2}$
E $\dfrac{e+1}{2}$

Q19 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\sum_{k=0}^{n}x^k=1+x+x^2+\cdots+x^n$ et soit (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé. L'équation réduite de la tangente à (C) au point d'abscisse 1 est :

A $y=\dfrac{n(n+1)}{2}x-\dfrac{(n-2)(n+1)}{2}$
B $y=\dfrac{n(n-1)}{2}x-\dfrac{(n-2)(n+1)}{2}$
C $y=\dfrac{n(n+1)}{2}x+\dfrac{(n-2)(n+1)}{2}$
D $y=\dfrac{n(n-1)}{2}x-\dfrac{n^2-1}{2}$
E $y=\dfrac{n(n+1)}{2}x+\dfrac{n^2-1}{2}$

Q20 On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $u_0\in]0,1[$ et $(\forall n\in\mathbb{N})$; $u_{n+1}=f(u_n)$, où f est la fonction définie sur $[0,1]$ par : $f(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{1-x}}$. On a alors :

A $\lim u_n=0$ B $\lim u_n=\dfrac{1}{3}$
C $\lim u_n=1$ D $\lim u_n=+\infty$
E Autre réponse

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès à la Faculté de Médecine et de Pharmacie

Année universitaire 2022–2023

2022

Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12	Q13	Q14
C	A	D	C	B	A	D	B	D	B	A	D	B	B

Q15	Q16	Q17	Q18	Q19	Q20
C	A	D	B	A	E

Q1 ✔ Réponse C

Pour $z \neq -1$: $2z-1 = z(z+1) \iff z^2 - z + 1 = 0$.

Discriminant $-3 = (i\sqrt{3})^2$, d'où $z = \dfrac{1 \pm i\sqrt{3}}{2}$ (différents de -1).

Q2 ✔ Réponse A

L'équation est linéaire et homogène :
$g'' + 2g' + 4g = 2(f'' + 2f' + 4f) = 0$. Donc g est solution de la même équation.

Q3 ✔ Réponse D

$e^{-i\theta} - e^{i\theta} = -2i\sin\theta$, donc $|z| = 2|\sin\theta| = 2\sin\theta$ puisque $\sin\theta > 0$ sur $]0;\pi[$.

Q4 ✔ Réponse C

Avec la quantité conjuguée :
$$n - \sqrt{n^2-n} = \frac{n}{n+\sqrt{n^2-n}} = \frac{1}{1+\sqrt{1-\frac{1}{n}}} \to \frac{1}{2}.$$

Q5 ✔ Réponse B

C'est le plan médiateur de $[AB]$: vecteur normal $\overrightarrow{AB}(1;-2;-2)$, passant par le milieu $I\left(\frac{3}{2};1;2\right)$.
$\left(x-\frac{3}{2}\right) - 2(y-1) - 2(z-2) = 0 \iff 2x - 4y - 4z + 9 = 0 \iff 2x - 4y - 4z = -9$.

Q6 ✔ Réponse A

$\arg z \equiv \dfrac{7\pi}{6} - \dfrac{\pi}{2} = \dfrac{2\pi}{3}$, donc $z = \sqrt{2}\,e^{2i\pi/3}$ et
$z^3 = 2\sqrt{2}\,e^{2i\pi} = 2\sqrt{2}$, réel : sa partie imaginaire est 0.

Q7 ✔ Réponse D

$$\int_0^1 \frac{e^{\alpha x}}{1+e^{\alpha x}}\,dx = \frac{1}{\alpha}\left[\ln(1+e^{\alpha x})\right]_0^1 = \frac{1}{\alpha}\ln\frac{1+e^{\alpha}}{2}.$$
L'égalité donne $\ln\dfrac{1+e^{\alpha}}{2} = 1$, soit $1+e^{\alpha} = 2e$ et $\alpha = \ln(2e-1)$ (bien non nul).

Q8 ✔ Réponse B

Avec $\omega = -\dfrac{\sqrt{3}}{3}$: $(1+i\sqrt{3})\omega + i = -\dfrac{\sqrt{3}}{3} - i + i = \omega$, donc Ω est le point fixe et $z' - \omega = (1+i\sqrt{3})(z-\omega)$.
Pour $M \neq \Omega$: $\left(\overrightarrow{\Omega M}, \overrightarrow{\Omega M'}\right) \equiv \arg(1+i\sqrt{3}) = \dfrac{\pi}{3}\ [2\pi]$.

Q9 ✔ Réponse D

Dans le repère $A(0;0)$, $B(1;0)$, $C(1;1)$, $D(0;1)$: $E(1-x;0)$ et $F(1;1-x)$.
L'aire vaut $\dfrac{1}{2}\left|\det\left(\overrightarrow{EF}, \overrightarrow{ED}\right)\right|$ avec $\overrightarrow{EF}(x;1-x)$ et $\overrightarrow{ED}(x-1;1)$: $\mathcal{A}(x) = \dfrac{x^2-x+1}{2}$, minimale pour $x = \dfrac{1}{2}$.

Q10 ✔ Réponse B

Avec $r = |z|$: $z = (r-3) + i\sqrt{3}$, donc
$r^2 = (r-3)^2 + 3 \iff 0 = -6r + 12 \iff r = 2$.

Q11 ✔ Réponse A

$|iz-1| = |i(z+i)| = |z+i| = MA$ et
$|\bar{z}+i| = |\overline{z-i}| = |z-i| = MB$.
La condition s'écrit $MA = MB$ (avec $M \neq B$, déjà exclu puisque B n'est pas équidistant) : c'est la médiatrice de $[AB]$, c'est-à-dire l'axe des réels.

Q12 ✔ Réponse D

$29n\ln\left(1+\dfrac{x}{7n}\right) \to 29n \times \dfrac{x}{7n} = \dfrac{29x}{7}$, donc la limite vaut $e^{29x/7}$.
$e^{29x/7} = 2022 \iff x = \dfrac{7}{29}\ln 2022$.

Q13 ✔ Réponse B

$A \in (P) \iff 3a^2 - 2(6a-3) + 3 = 0 \iff 3a^2 - 12a + 9 = 0 \iff (a-1)(a-3) = 0$.
Deux faces sur six conviennent ($a = 1$ ou $a = 3$) : $p = \dfrac{2}{6} = \dfrac{1}{3}$.

Q14 ✔ Réponse B

$F(x) = \dfrac{2}{3}e^{3x} - 6x + c$ et $F(0) = \dfrac{2}{3} + c = 3$, donc $c = \dfrac{7}{3}$.

Q15 ✔ Réponse C

Avec $u = x^3 + 6x + 4$, $u' = 3(x^2+2)$: une primitive est $\dfrac{2}{3}\sqrt{x^3+6x+4}$. L'intégrale vaut $\dfrac{2}{3}\left(\sqrt{49} - \sqrt{4}\right) = \dfrac{2}{3} \times 5 = \dfrac{10}{3}$.

Q16 ✔ Réponse A

$v_8 = (v_1 + \cdots + v_8) - (v_1 + \cdots + v_7) =$
$(2 \times 64 + 8) - (2 \times 49 + 7) = 136 - 105 = 31$.

Q17 ✔ Réponse D

Pour $x = 1$: $f(1) = 1 + 3 = 4$. En dérivant :
$2f'(2x-1) = 2x + 3$, d'où pour $x = 1$: $f'(1) = \dfrac{5}{2}$.
$f(1) + f'(1) = 4 + \dfrac{5}{2} = \dfrac{13}{2}$.

Q18 ✔ Réponse B

Intégration par parties avec $u = (\ln x)^{n+1}$ et $v' = x$ ($v = \frac{x^2}{2}$) :

$$I_{n+1} = \left[\frac{x^2}{2}(\ln x)^{n+1}\right]_1^e - \frac{n+1}{2}\int_1^e x(\ln x)^n\,dx = \frac{e^2}{2} - \frac{n+1}{2}I_n.$$

Donc $2I_{n+1} + (n+1)I_n = e^2$.

Q19 ✔ Réponse **A**

$f(1) = n+1$ et $f'(1) = \sum_{k=1}^{n} k = \dfrac{n(n+1)}{2}$. Tangente :

$$y = \frac{n(n+1)}{2}(x-1) + n + 1 = \frac{n(n+1)}{2}x - \frac{(n+1)(n-2)}{2}.$$

Q20 ✔ Réponse **E**

f est croissante sur $[0,1]$, $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}$ et $f(1-x) = 1 - f(x)$.
Pour $0 < x < \frac{1}{2}$, on a $\dfrac{f(x)}{1-f(x)} = \sqrt{\dfrac{x}{1-x}}$ avec $0 < \dfrac{x}{1-x} < 1$, donc $\dfrac{x}{1-x} < \sqrt{\dfrac{x}{1-x}} < 1$. Comme $t \mapsto \dfrac{t}{1-t}$ est croissante, cela donne $x < f(x) < \frac{1}{2}$.
Si $u_0 < \frac{1}{2}$, la suite est croissante et majorée par $\frac{1}{2}$; si $u_0 > \frac{1}{2}$, elle est décroissante et minorée par $\frac{1}{2}$ (par symétrie). Dans tous les cas elle converge vers le point fixe $\frac{1}{2}$ de $]0,1[$, qui n'est pas proposé : la réponse est E.

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès à la Faculté de Médecine et de Pharmacie

Année universitaire 2021–2022

2021

Énoncé

Q1 $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt{\ln(e+x)}-1}{\sqrt{x+1}-1}$ est égale à :

A $\dfrac{1}{2e}$ B $\dfrac{1}{e}$ C 1 D e E $2e$

Q2 Si $f(x)=\dfrac{1}{1-x}\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)$, alors $f'(x)$ est égale à :

A $\dfrac{1}{(1-x)^2}\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)+\dfrac{1}{x(1-x^2)}$

B $\dfrac{1}{(1-x)^2}\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)-\dfrac{1}{x(1-x^2)}$

C $\dfrac{1}{1-x^2}\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)-\dfrac{1}{x(1-x^2)}$

D $\dfrac{1}{(1-x)^2}\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)-\dfrac{1}{x(1-x)^2}$

E $\dfrac{1}{(1-x)^2}\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)-\dfrac{1}{1-x^2}$

Q3 Le nombre complexe $\left(\dfrac{7-15i}{15+7i}\right)^{2021}$ est égal à :

A i B -1 C $7-15i$ D $-i$ E $7+15i$

Q4 Si $x\in]0,1[$, alors

$$\lim_{n\to+\infty}\left(1-x+x^2-\cdots+(-1)^n x^n\right)$$

est égale à :

A $\dfrac{1}{x-1}$ B $\dfrac{1}{1-x}$ C 1 D $\dfrac{-1}{1+x}$ E $\dfrac{1}{1+x}$

Q5 Dans $\mathbb{R}$, le nombre de solutions de l'équation $x^5+x-1=0$ est :

A 0 B 1 C 2 D 3 E 5

Q6 Dans $\mathbb{C}$, si $|z|\,\overline{z}=15-20i$, alors $|(1+i)z|$ est égal à :

A $\sqrt{2}$ B $2\sqrt{2}$ C $3\sqrt{2}$ D $4\sqrt{2}$ E $5\sqrt{2}$

Q7 Si f est la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x)=\dfrac{\sqrt{\ln(1+x^2)}}{x}$, alors :

A $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=1$ B $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=-1$

C $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=\dfrac{1}{2}$ D $\lim\limits_{x\to 0} f(x)=0$

E La fonction f n'admet pas de limite en 0

Q8 $(u_n)_{n\geq 0}$ est la suite définie par : $u_0=1$ et pour tout $n\in\mathbb{N}$, $u_{n+1}=u_n^2+u_n$. La limite de la suite (u_n), si elle existe, est égale à :

A 1 B $+\infty$ C 0 D -1

E Autre valeur

Q9 L'intégrale $\displaystyle\int_0^1 \frac{x}{1+e^{-x^2}}\,dx$ est égale à :

A $\sqrt{\ln\dfrac{1+e}{2}}$ B $\ln\sqrt{1+e}$

C $\ln(1+e)$ D $\ln\sqrt{\dfrac{1+e}{2}}$

E $\sqrt{\ln(1+e)}$

Q10 Si $f(1)=4$ et $(\forall x\in\mathbb{R}_+^*)$ $f'(x)=2x+\ln x$, alors $f(e)$ est égale à :

A e^2 B $e+4$ C e^2+4 D e E 4

Q11 Dans $\mathbb{C}$, si $z=1+i\left(1+\sqrt{2}\right)$, alors :

A $|z|=2\sqrt{2}\cos\dfrac{\pi}{8}$ et $\arg z\equiv\dfrac{3\pi}{8}\ [2\pi]$

B $|z|=2\sqrt{2}\cos\dfrac{\pi}{8}$ et $\arg z\equiv\dfrac{\pi}{8}\ [2\pi]$

C $|z|=2\sqrt{2}\cos\dfrac{3\pi}{8}$ et $\arg z\equiv\dfrac{3\pi}{8}\ [2\pi]$

D $|z|=2\sqrt{2}\cos\dfrac{3\pi}{8}$ et $\arg z\equiv\dfrac{\pi}{8}\ [2\pi]$

E $|z|=2\cos\dfrac{\pi}{8}$ et $\arg z\equiv\dfrac{3\pi}{8}\ [2\pi]$

Q12 Si $\displaystyle\int_1^2 f'(x)f''(x)\,dx=8$ et $f'(2)-f'(1)=2$, alors $f'(2)+f'(1)$ est égal à :

A 4 B 6 C 8 D 10 E 12

Q13 Soit $q\in\mathbb{R}$. Pour tout $n\in\mathbb{N}^*$, on pose $S_n=\displaystyle\sum_{k=1}^{n} q^k$. Si la suite $(S_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ est convergente et $\lim S_n=4$, alors q est égal à :

A $\dfrac{2}{3}$ B $\dfrac{3}{4}$ C $\dfrac{4}{5}$ D $\dfrac{5}{6}$ E $\dfrac{6}{7}$

Q14 L'intégrale $I=\displaystyle\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sin x}{\sin x+\cos x}\,dx$ est égale à :

A $\dfrac{\pi}{3}$ B $\dfrac{\pi}{4}$ C $\dfrac{\pi}{6}$ D $\dfrac{\pi}{8}$ E $\dfrac{\pi}{12}$

Q15 Dans $\mathbb{C}$, si $|z_1|=|z_2|=1$ et $|z_1+z_2|=\sqrt{3}$, alors $|z_1-z_2|$ est égal à :

A 1 B 3 C $\sqrt{3}$ D 2 E $\sqrt{2}$

Q16 $(u_n)_{n\geq 0}$ est la suite définie par : $u_0=0$, $u_1=1$ et pour tout $n\in\mathbb{N}^*$, $u_n=\sqrt{\dfrac{u_{n+1}^2+u_{n-1}^2}{2}}$. $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ est égale à :

A 0 B $+\infty$ C 1 D $\sqrt{2}$ E $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Q17 Soient $(a;b)\in\mathbb{R}^2$ et f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\begin{cases} ax+b, & \text{si } x\leq 0\\ \frac{1}{x+1}, & \text{si } x>0\end{cases}$. La fonction f est dérivable en 0 si et seulement si :

A $a=1$ et $b=1$

B $a=-1$ et $b=1$

C $a=2$ et $b=1$

D $a=-1$ et $b=-1$

E $a=-1$ et $b=0$

Q18 Soient $(a;b)\in\mathbb{R}^2$ et f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=3x^2+2ax+b$. Si $\displaystyle\int_{-1}^{1} f(x)\,dx<2$, alors le nombre de solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $f(x)=0$ est :

A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

Q19 Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$ et $\alpha\in\left]0;\frac{\pi}{2}\right[$. Soient z_1 et z_2 les deux solutions de l'équation d'inconnue z : (E) : $z^2-\sin(2\alpha)z+\sin^2\alpha=0$. La valeur de α pour laquelle les points O, $M(z_1)$ et $M(z_2)$ sont les sommets d'un triangle équilatéral est :

A $\dfrac{\pi}{3}$ B $\dfrac{\pi}{4}$ C $\dfrac{\pi}{5}$ D $\dfrac{\pi}{6}$ E $\dfrac{\pi}{8}$

Q20 Pour tout entier naturel non nul n et pour tout réel x, on pose : $f_n(x)=e^{-x}-nx$. On a :

A $(\forall n\in\mathbb{N}^*)(\exists!\,\alpha_n\in]0;1[)$: $f_n(\alpha_n)=0$ et $\lim n\alpha_n=1$

B $(\forall n\in\mathbb{N}^*)(\exists!\,\alpha_n\in]0;1[)$: $f_n(\alpha_n)=0$ et $\lim n\alpha_n=0$

C $(\forall n\in\mathbb{N}^*)(\exists!\,\alpha_n\in]0;1[)$: $f_n(\alpha_n)=0$ et $\lim n\alpha_n=e$

D $(\forall n\in\mathbb{N}^*)(\exists!\,\alpha_n\in]-1;0[)$: $f_n(\alpha_n)=0$ et $\lim n\alpha_n=0$

E $(\forall n\in\mathbb{N}^*)(\exists!\,\alpha_n\in]-1;0[)$: $f_n(\alpha_n)=0$ et $\lim n\alpha_n=1$

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès à la Faculté de Médecine et de Pharmacie

Année universitaire 2021–2022

2021

Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12	Q13	Q14
B	B	D	E	B	E	E	B	D	C	A	C	C	E

Q15	Q16	Q17	Q18	Q19	Q20
A	B	B	C	D	A

Q1 ✔ Réponse B

$\ln(e+x) = 1 + \ln\left(1+\frac{x}{e}\right) \sim 1 + \frac{x}{e}$, donc $\sqrt{\ln(e+x)} - 1 \sim \frac{x}{2e}$; et $\sqrt{x+1} - 1 \sim \frac{x}{2}$.

Le quotient tend vers $\frac{x/(2e)}{x/2} = \frac{1}{e}$.

Q2 ✔ Réponse B

$\left(\frac{1}{1-x}\right)' = \frac{1}{(1-x)^2}$ et

$\left(\ln\frac{x+1}{x}\right)' = \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} = -\frac{1}{x(x+1)}$. Donc

$$f'(x) = \frac{1}{(1-x)^2}\ln\left(1+\frac{1}{x}\right) - \frac{1}{(1-x)x(x+1)} = \frac{1}{(1-x)^2}\ln\left(1+\frac{1}{x}\right) - \frac{1}{x(1-x^2)}.$$

Q3 ✔ Réponse D

$i(7-15i) = 15+7i$, donc $\frac{7-15i}{15+7i} = \frac{1}{i} = -i$. Comme $2021 = 4\times 505 + 1$: $(-i)^{2021} = (-i)^1 = -i$.

Q4 ✔ Réponse E

C'est une somme géométrique de raison $-x$: elle vaut $\frac{1-(-x)^{n+1}}{1+x}$, et $(-x)^{n+1} \to 0$ car $|x| < 1$. La limite est $\frac{1}{1+x}$.

Q5 ✔ Réponse B

$g(x) = x^5 + x - 1$ a pour dérivée $5x^4 + 1 > 0$: g est strictement croissante et continue, de $-\infty$ à $+\infty$. Elle s'annule exactement une fois (entre 0 et 1, puisque $g(0) = -1$ et $g(1) = 1$).

Q6 ✔ Réponse E

En passant au module : $|z|^2 = |15 - 20i| = 25$, donc $|z| = 5$ et $|(1+i)z| = \sqrt{2}\times 5 = 5\sqrt{2}$.

Q7 ✔ Réponse E

$\sqrt{\ln(1+x^2)} \sim \sqrt{x^2} = |x|$, donc $f(x) \sim \frac{|x|}{x}$: $f \to 1$ en 0^+ et $f \to -1$ en 0^-. Les limites à droite et à gauche diffèrent : pas de limite en 0.

Q8 ✔ Réponse B

$u_{n+1} - u_n = u_n^2 \geq 0$: la suite est croissante, donc $u_n \geq 1$. Si elle convergeait vers ℓ, on aurait $\ell = \ell^2 + \ell$, soit $\ell = 0$, impossible puisque $u_n \geq 1$. Croissante et non convergente, elle tend vers $+\infty$.

Q9 ✔ Réponse D

$\frac{x}{1+e^{-x^2}} = \frac{xe^{x^2}}{e^{x^2}+1}$, dont une primitive est $\frac{1}{2}\ln\left(e^{x^2}+1\right)$.

L'intégrale vaut $\frac{1}{2}(\ln(e+1) - \ln 2) = \ln\sqrt{\frac{1+e}{2}}$.

Q10 ✔ Réponse C

$f(x) = x^2 + x\ln x - x + c$ (car $(x\ln x - x)' = \ln x$).

$f(1) = 1 - 1 + c = 4$, donc $c = 4$ et

$f(e) = e^2 + e - e + 4 = e^2 + 4$.

Q11 ✔ Réponse A

$|z|^2 = 1 + (1+\sqrt{2})^2 = 4 + 2\sqrt{2}$ et

$\left(2\sqrt{2}\cos\frac{\pi}{8}\right)^2 = 8\times\frac{2+\sqrt{2}}{4} = 4 + 2\sqrt{2}$: $|z| = 2\sqrt{2}\cos\frac{\pi}{8}$.

z est dans le premier quadrant avec

$\tan(\arg z) = 1 + \sqrt{2} = \tan\frac{3\pi}{8}$, donc $\arg z \equiv \frac{3\pi}{8}\ [2\pi]$.

Q12 ✔ Réponse C

$\int_1^2 f'f'' = \left[\frac{(f')^2}{2}\right]_1^2 = \frac{f'(2)^2 - f'(1)^2}{2} = 8$, donc

$(f'(2) - f'(1))(f'(2) + f'(1)) = 16$ et $f'(2) + f'(1) = \frac{16}{2} = 8$.

Q13 ✔ Réponse C

(S_n) converge si et seulement si $|q| < 1$, et alors $\lim S_n = \frac{q}{1-q}$.

$\frac{q}{1-q} = 4 \iff q = \frac{4}{5}$.

Q14 ✔ Réponse E

Soit $J = \int_{\pi/6}^{\pi/3} \frac{\cos x}{\sin x + \cos x}\,dx$. Le changement $x = \frac{\pi}{2} - t$ échange les bornes $\frac{\pi}{6}$ et $\frac{\pi}{3}$ ainsi que sin et cos : $I = J$.

Or $I + J = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6}$, donc $I = \frac{\pi}{12}$.

Q15 ✔ Réponse A

Identité du parallélogramme :

$|z_1+z_2|^2 + |z_1-z_2|^2 = 2\left(|z_1|^2 + |z_2|^2\right) = 4$. Donc

$|z_1 - z_2|^2 = 4 - 3 = 1$.

Q16 ✔ Réponse B

Avec $v_n = u_n^2$: $2v_n = v_{n+1} + v_{n-1}$, soit $v_{n+1} - v_n = v_n - v_{n-1}$.

La suite (v_n) est arithmétique de raison $v_1 - v_0 = 1$: $v_n = n$, donc $u_n = \sqrt{n} \to +\infty$.

Q17 ✔ Réponse B

Il faut d'abord la continuité en 0 : $\lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{1}{x+1} = 1 = f(0) = b$.
Ensuite les dérivées à gauche (a) et à droite ($-\frac{1}{(0+1)^2} = -1$) doivent être égales : $a = -1$.

Q18 ✔ Réponse C

$\int_{-1}^{1} (3x^2 + 2ax + b)\,dx = 2 + 0 + 2b < 2$ donne $b < 0$. Le discriminant de $3x^2 + 2ax + b$ vaut $4a^2 - 12b > 0$: deux solutions réelles.

Q19 ✔ Réponse D

$\Delta = \sin^2 2\alpha - 4\sin^2\alpha = -4\sin^4\alpha = (2i\sin^2\alpha)^2$, d'où

$$z = \sin\alpha\cos\alpha \pm i\sin^2\alpha = \sin\alpha\, e^{\pm i\alpha}.$$

$OM_1 = OM_2 = \sin\alpha$ et l'angle $\widehat{M_1OM_2}$ vaut 2α. Le triangle est équilatéral si $2\alpha = \dfrac{\pi}{3}$, soit $\alpha = \dfrac{\pi}{6}$.

Q20 ✔ Réponse A

f_n est strictement décroissante, $f_n(0) = 1 > 0$ et $f_n(1) = e^{-1} - n < 0$: il existe un unique $\alpha_n \in]0;1[$ tel que $f_n(\alpha_n) = 0$.
Alors $n\alpha_n = e^{-\alpha_n}$, donc $0 < \alpha_n \leq \dfrac{1}{n} \to 0$ et $n\alpha_n = e^{-\alpha_n} \to e^0 = 1$.

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès à la Faculté de Médecine et de Pharmacie

Année universitaire 2020–2021

2020 Énoncé

Q1 Si z est le nombre complexe de module $\sqrt{2}$ et d'argument $\frac{\pi}{3}$, alors z^8 est égal à :

A $8+i8\sqrt{3}$ B $-8+i8\sqrt{3}$ C $-8-i8\sqrt{3}$ D $8-i8\sqrt{3}$ E $4+i4\sqrt{3}$

Q2 Si θ est un nombre réel, alors $\cos^3\theta$ est égal à :

A $\frac{1}{8}(\cos 3\theta+3\cos\theta)$ B $\frac{1}{4}(\cos 3\theta+3\cos\theta)$ C $\frac{1}{4}(\sin 3\theta+3\sin\theta)$ D $\frac{1}{8}(3\cos\theta-\cos 3\theta)$ E $\frac{1}{8}(\sin 3\theta+3\sin\theta)$

Q3 Si $x\in]0,1[$, alors $\lim\limits_{n\to+\infty}(1-x)^n(1+x)^n$ est égale à :

A $+\infty$ B $-\infty$ C 0 D -1 E 1

Q4 Le domaine de définition de la fonction f définie par $f(x)=\frac{1}{x-1}\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)$ est :

A $]-\infty,-1[\cup]0,+\infty[$
B $]-1,1[\cup]1,+\infty[$
C $]-\infty,-1[\cup]1,+\infty[$
D $]-\infty,-1[\cup]0,1[\cup]1,+\infty[$
E $]-1,1[$

Q5 Si $f(x)=(x^2-x)\,e^{\frac{1}{x}}$, alors $f'(x)$ est égale à :

A $(2x-1)e^{\frac{1}{x}}$
B $\left(1-\frac{1}{x}\right)e^{\frac{1}{x}}$
C $\left(\frac{1}{x}-1\right)e^{\frac{1}{x}}$
D $\left(2x-2+\frac{1}{x}\right)e^{\frac{1}{x}}$
E $\left(2x-\frac{1}{x}\right)e^{\frac{1}{x}}$

Q6 Si z est un nombre complexe tel que $\arg(z-1)\equiv\frac{2\pi}{3}\ [2\pi]$ et $\arg(z+1)\equiv\frac{\pi}{3}\ [2\pi]$, alors z est égal à :

A $\sqrt{3}\,i$ B $2\sqrt{3}\,i$ C $-\sqrt{3}\,i$ D $-2\sqrt{3}\,i$ E $1+\sqrt{3}\,i$

Q7 Si $z=1+ie^{i\frac{\theta}{2}}$ où $\theta\in]-\pi,\pi[$, alors $|z|$ est égal à :

A 2 B $2\cos\frac{\theta}{2}$ C $2\cos\frac{\theta+\pi}{4}$ D $\cos\frac{\theta+\pi}{4}$ E $2\sin\frac{\theta}{4}$

Q8 $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{n-1}{n+1}\right)^{2n}$ est égale à :

A 0 B e^{-4} C e^4 D e E 1

Q9 Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ une suite géométrique de premier terme $u_1=2$ et de raison $q=\frac{1}{3}$. Alors le produit $u_1\times u_2\times\cdots\times u_n$ $(n\geq 1)$ est égal à :

A $2^n\cdot 3^{\frac{n(n-1)}{2}}$ B $\frac{2^n}{3^{\frac{n(n-1)}{2}}}$ C $\frac{2^n}{3^{\frac{n(n+1)}{2}}}$ D $2^n\cdot 3^{\frac{n(n+1)}{2}}$ E $\frac{1}{2^n\cdot 3^{\frac{n(n-1)}{2}}}$

Q10 Si $(\forall x\in\mathbb{R})$; $f(x)=(x-5)(x-4)(x-3)(x-2)(x-1)$, alors $f'(1)$ est égale à :

A 24 B 1 C 0 D 5 E -24

Q11 Soit f la fonction définie par : $f(x)=\frac{2\ln x}{x\,(1+(\ln x)^2)}$. La primitive de f sur $]0,+\infty[$ qui s'annule en 1 est :

A $\ln\left((\ln x)^2+1\right)$
B $(\ln x)^2$
C $2\ln\left((\ln x)^2+1\right)$
D $\frac{x\ln x}{\ln x+1}$
E $\frac{2\ln x}{(\ln x)^2+1}$

Q12 L'intégrale $\int_0^1\frac{2t+3}{t+2}\,\mathrm{d}t$ est égale à :

A $\ln\frac{3}{2}$ B $2+\ln\frac{3}{2}$ C $2-\ln\frac{2}{3}$ D $2+\ln\frac{2}{3}$ E $\ln\frac{2}{3}$

Q13 Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{u},\vec{v})$. L'ensemble des points M d'affixe z tels que $z+\frac{1}{z}\in\mathbb{R}$ est :

A L'axe des réels privé du point O
B Le cercle de centre O et de rayon 1
C L'axe des réels privé des deux points $A(-1)$ et $B(1)$
D Le cercle de centre O et de rayon 1 privé des deux points $A(-1)$ et $B(1)$
E L'axe des réels privé du point O, union le cercle de centre O et de rayon 1

Q14 Soit $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par : $w_0=\frac{1}{2}$ et $(\forall n\in\mathbb{N})$; $w_{n+1}=(w_n-1)^2+1$. Si (w_n) est convergente, alors $\lim\limits_{n\to+\infty}w_n$ est égale à :

A 0 B 2 C 1 D $\frac{1}{2}$ E -1

Q15 Soit $a\in]0,+\infty[$ et f la fonction définie par : $f(x)=1+x\ln\sqrt{1+\frac{a}{x}}$. Alors $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ est égale à :

A 1 B $1+\frac{a}{2}$ C $1+a$ D $+\infty$ E a

Q16 Soit ABC un triangle isocèle en A tel que $AB=AC=10$. L'aire maximale du triangle ABC est :

A $25\frac{\sqrt{2}}{2}$ B 50 C 100 D 10 E $5\sqrt{2}$

Q17 Si $(\forall x\in\mathbb{R}_+^*)$; $f(x)=x^3+3\ln x+1$, alors le nombre dérivé $\left(f^{-1}\right)'(2)$ est égal à :

A $\frac{1}{3}$ B $\frac{1}{6}$ C $\frac{1}{5}$ D $\frac{1}{4}$ E $\frac{1}{2}$

Q18 L'intégrale $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin(x)\,e^x\,\mathrm{d}x$ est égale à :

A $\frac{1+e^{\frac{\pi}{2}}}{2}$ B $\frac{e+e^{\frac{\pi}{2}}}{2}$ C $\frac{1-e^{\frac{\pi}{2}}}{2}$ D $1+e^{\frac{\pi}{2}}$ E $1-e^{\frac{\pi}{2}}$

Q19 On considère la fonction f définie par : $(\forall x\in\mathbb{R})\ f(x)=e^{-\frac{x^2}{2}}$. Un encadrement de $f'(x)$ sur l'intervalle $[0,1]$ est :

A $0\leq f'(x)\leq\frac{1}{\sqrt{e}}$
B $-\frac{1}{\sqrt{e}}\leq f'(x)\leq 0$
C $-\frac{1}{2}\leq f'(x)\leq 0$
D $0\leq f'(x)\leq\sqrt{e}$
E $-\frac{1}{\sqrt{e}}\leq f'(x)\leq-\frac{1}{2}$

Q20 Soit $f(x)=\sqrt{x^3+2x^2+3}-ax\sqrt{x+b}$, avec a et b deux réels donnés. f admet une limite finie en $+\infty$ si et seulement si :

A $a>0$ et $b>0$ B $a=1$ et $b>0$ C $a=1$ et $b=2$ D $a=1$ et $b=0$ E $a>0$ et $b=0$

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès à la Faculté de Médecine et de Pharmacie

Année universitaire 2020–2021

2020 — Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12	Q13	Q14
B	B	C	D	D	A	C	B	B	A	A	D	E	C

Q15	Q16	Q17	Q18	Q19	Q20
B	B	B	A	B	C

Q1 ✔ Réponse B

$z^8 = (\sqrt{2})^8 e^{8i\pi/3} = 16\,e^{2i\pi/3} = 16\left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -8 + 8i\sqrt{3}$.

Q2 ✔ Réponse B

$\cos 3\theta = 4\cos^3\theta - 3\cos\theta$, donc $\cos^3\theta = \frac{1}{4}(\cos 3\theta + 3\cos\theta)$.

Q3 ✔ Réponse C

$(1-x)^n(1+x)^n = (1-x^2)^n$ avec $0 < 1-x^2 < 1$: la limite est 0.

Q4 ✔ Réponse D

Il faut $x \neq 0$, $x \neq 1$ et $1 + \frac{1}{x} = \frac{x+1}{x} > 0$, c'est-à-dire $x < -1$ ou $x > 0$. D'où $D_f =]-\infty, -1[\cup]0, 1[\cup]1, +\infty[$.

Q5 ✔ Réponse D

$f'(x) = (2x-1)e^{1/x} + (x^2 - x) \times \left(-\frac{1}{x^2}\right) e^{1/x} =$
$\left(2x - 1 - 1 + \frac{1}{x}\right) e^{1/x} = \left(2x - 2 + \frac{1}{x}\right) e^{1/x}$.

Q6 ✔ Réponse A

Pour $z = \sqrt{3}\,i$: $z - 1 = -1 + i\sqrt{3} = 2e^{2i\pi/3}$ et $z + 1 = 1 + i\sqrt{3} = 2e^{i\pi/3}$. Les deux conditions sont vérifiées. (Le point est l'intersection de la demi-droite issue de 1 de direction $\frac{2\pi}{3}$ et de la demi-droite issue de -1 de direction $\frac{\pi}{3}$: il est unique.)

Q7 ✔ Réponse C

$ie^{i\theta/2} = e^{i\varphi}$ avec $\varphi = \frac{\theta+\pi}{2}$, et $1 + e^{i\varphi} = 2\cos\frac{\varphi}{2}\,e^{i\varphi/2}$.
Donc $|z| = 2\left|\cos\frac{\theta+\pi}{4}\right| = 2\cos\frac{\theta+\pi}{4}$, car $\frac{\theta+\pi}{4} \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$.

Q8 ✔ Réponse B

$2n\ln\left(1 - \frac{2}{n+1}\right) \sim 2n \times \left(-\frac{2}{n+1}\right) \to -4$. La limite vaut e^{-4}.

Q9 ✔ Réponse B

$u_k = 2 \times 3^{-(k-1)}$, donc le produit vaut
$2^n \times 3^{-(0+1+\cdots+(n-1))} = \frac{2^n}{3^{\frac{n(n-1)}{2}}}$.

Q10 ✔ Réponse A

$f(x) = g(x)(x-1)$ avec $g(x) = (x-5)(x-4)(x-3)(x-2)$, donc $f'(1) = g(1) = (-4)(-3)(-2)(-1) = 24$.

Q11 ✔ Réponse A

Avec $u = 1 + (\ln x)^2$: $u' = \frac{2\ln x}{x}$, donc $f = \frac{u'}{u}$ et $F(x) = \ln\left(1 + (\ln x)^2\right)$, qui vaut bien 0 en $x = 1$.

Q12 ✔ Réponse D

$\frac{2t+3}{t+2} = 2 - \frac{1}{t+2}$. L'intégrale vaut
$2 - [\ln(t+2)]_0^1 = 2 - \ln\frac{3}{2} = 2 + \ln\frac{2}{3}$.

Q13 ✔ Réponse E

Pour $z \neq 0$: $z + \frac{1}{z}$ est réel si et seulement si il est égal à son conjugué, $z + \frac{1}{z} = \bar{z} + \frac{1}{\bar{z}}$, ce qui s'écrit $(z - \bar{z})\left(1 - \frac{1}{|z|^2}\right) = 0$.
Donc z est réel (non nul) ou $|z| = 1$: c'est l'axe des réels privé de O, union le cercle unité.

Q14 ✔ Réponse C

Une limite ℓ vérifie
$\ell = (\ell-1)^2 + 1 \iff \ell^2 - 3\ell + 2 = 0 \iff \ell = 1$ ou $\ell = 2$.
Or $w_1 = \frac{5}{4} \in [1, 2]$, et pour $x \in [1, 2]$: $1 \leq (x-1)^2 + 1 \leq x$. La suite est donc décroissante à partir du rang 1, avec $w_n \leq \frac{5}{4} < 2$: sa limite est 1.

Q15 ✔ Réponse B

$x\ln\sqrt{1 + \frac{a}{x}} = \frac{x}{2}\ln\left(1 + \frac{a}{x}\right) \sim \frac{x}{2} \times \frac{a}{x} = \frac{a}{2}$. Donc $f(x) \to 1 + \frac{a}{2}$.

Q16 ✔ Réponse B

$\mathcal{A} = \frac{1}{2} \times AB \times AC \times \sin\widehat{A} = 50\sin\widehat{A} \leq 50$, avec égalité pour un angle droit en A.

Q17 ✔ Réponse B

$f(1) = 1 + 0 + 1 = 2$, donc $f^{-1}(2) = 1$. $f'(x) = 3x^2 + \frac{3}{x}$ et $f'(1) = 6 \neq 0$, d'où $\left(f^{-1}\right)'(2) = \frac{1}{f'(1)} = \frac{1}{6}$.

Q18 ✔ Réponse A

Une primitive de $e^x \sin x$ est $\frac{e^x(\sin x - \cos x)}{2}$ (deux intégrations par parties, ou dériver pour vérifier). L'intégrale vaut
$\frac{e^{\pi/2}(1-0)}{2} - \frac{1 \times (0-1)}{2} = \frac{1 + e^{\pi/2}}{2}$.

Q19 ✔ Réponse B

$f'(x) = -xe^{-x^2/2}$. La fonction $g(x) = xe^{-x^2/2}$ a pour dérivée $(1-x^2)e^{-x^2/2} \geq 0$ sur $[0,1]$: elle croît de $g(0) = 0$ à $g(1) = e^{-1/2}$.

Donc $0 \leq g(x) \leq \dfrac{1}{\sqrt{e}}$, soit $-\dfrac{1}{\sqrt{e}} \leq f'(x) \leq 0$.

Q20 ✔ Réponse C

Quand $x \to +\infty$:

$$\begin{aligned}\sqrt{x^3+2x^2+3} &= x^{3/2}\sqrt{1+\tfrac{2}{x}+\tfrac{3}{x^3}} \\ &= x^{3/2} + x^{1/2} + o(1) \\ ax\sqrt{x+b} &= ax^{3/2} + \frac{ab}{2}x^{1/2} + o(1).\end{aligned}$$

Donc $f(x) = (1-a)x^{3/2} + \left(1 - \dfrac{ab}{2}\right)x^{1/2} + o(1)$. La limite est finie si et seulement si $a = 1$ et $1 - \dfrac{b}{2} = 0$, soit $b = 2$ (la limite vaut alors 0).

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE DE FÈS · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie de Fès

Session 2019–2020

2019 Énoncé

Q1 (2 pts) Le domaine de définition de la fonction numérique f de la variable réelle x définie par $f(x) = \tan\left(\sqrt[3]{-\left(x-\frac{\pi}{2}\right)^2}+\frac{\pi}{2}\right)$ est égal à :

A $\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$ B $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}\right\}$ C vide D $\left\{\frac{\pi}{2}\right\}$ E $\mathbb{R}$

Q2 (2 pts) La fonction dérivée 3e de la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x\left(e^{-x}+\frac{1}{2}x-1\right)$ est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

A $f'''(x) = e^{-x}(3-x)+1$
B $f'''(x) = e^{-x}(3-x)$
C $f'''(x) = e^{-x}(x-3)$
D $f'''(x) = 2e^{-x}(3-x)$
E $f'''(x) = e^{-x}$

Q3 (2 pts) La valeur de l'intégrale $I = \int_1^{e^2} (\ln t)^2\,\mathrm{d}t$ est :

A $I = 2\left(e^2-1\right)$ B $I = e-2$ C $I = e^2-2$ D $I = 0$ E $I = 2\left(1-e^2\right)$

Q4 (2 pts) La fonction numérique définie sur $\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$ par $g(x) = \ln\left(\frac{1+\sin x}{\cos x}\right)$ est :

A strictement négative
B paire
C ni paire ni impaire
D strictement positive
E impaire

Q5 (2 pts) Dans l'ensemble des nombres réels, l'équation $e^x+ix = x+ie^x$:

A admet quatre solutions
B admet une seule solution
C admet trois solutions
D n'admet aucune solution
E admet une infinité de solutions

Q6 (2 pts) Une urne contient trois boules vertes, quatre boules bleues et cinq boules blanches indiscernables au toucher. On tire au hasard et simultanément deux boules de cette urne. La probabilité d'avoir deux boules de même couleur est :

A $p = 1$
B $p = \frac{C_3^2C_4^2C_5^2}{C_{12}^2}$
C $p = \frac{C_3^2+C_4^2+C_5^2}{C_{12}^2}$
D $p = \frac{A_3^2+A_4^2+A_5^2}{C_{12}^2}$
E $p = \frac{A_3^2A_4^2A_5^2}{C_{13}^2}$

Q7 (2 pts) Le nombre complexe $\frac{2e^{2019i\frac{\pi}{3}}+2e^{2016i\frac{\pi}{3}}}{e^{2020i\pi}+e^{2018i\pi}}$ est :

A égal à 1
B nul
C strictement négatif
D imaginaire pur et non nul
E égal à 2

Q8 (0,75 pt) La solution générale de l'équation différentielle $\pi y'' = 0$ est l'ensemble des applications définies sur $\mathbb{R}$ par (où a et b sont deux nombres réels) :

A $y(x) = ax+b$
B $y(x) = (ax+b)e^{-\pi x}$
C $y(x) = e^{-\pi x}\left(a\cos(\pi x)+b\sin(\pi x)\right)$
D $y(x) = a\cos\left(\sqrt{\pi}\,x+b\right)$
E $y(x) = a\cos(\pi x+b)$

Q9 (0,75 pt) Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct, l'ensemble des points M vérifiant $\overrightarrow{AM}\cdot\left(\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}\right) = 0$, où A, B et C sont trois points distincts deux à deux fixés dans l'espace, est :

A l'ensemble $\{A,B,C\}$
B un cercle de centre A
C la sphère de diamètre $[BC]$
D une sphère de centre A
E un plan

Q10 (0,75 pt) La limite de la suite de terme général $v_n = \frac{(-\pi)^n-(-e)^n}{(-2)^n-(-3)^n}$ est égale à :

A $\frac{\pi}{3}$ B $+\infty$ C $\pi-e$ D $-\infty$ E $\frac{e}{2}$

Q11 (0,75 pt) Au voisinage de $+\infty$, la courbe de la fonction numérique de la variable réelle définie par $f(x) = \frac{e^x}{\ln x}$ admet :

A une asymptote horizontale
B une branche parabolique de direction l'axe des abscisses
C une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées
D une asymptote verticale
E un point d'inflexion

Q12 (0,75 pt) La valeur de l'intégrale $\int_{-1}^{1}\frac{1}{x^2-5x+6}\,\mathrm{d}x$ est :

A -1 B $\ln 3-\ln 2$ C 0 D 1 E 2

Q13 (0,75 pt) La limite l en 1 de la fonction numérique de la variable réelle x définie par $F(x) = \int_1^x \frac{e^{-t^2}}{x-1}\,\mathrm{d}t$ est :

A $l = e^{-1}$ B $l = e^{-2}$ C $l = 0$ D n'existe pas E $l = +\infty$

Q14 (0,5 pt) La limite de la suite définie par : $u_0 = 1$ et $(\forall n\in\mathbb{N})\ u_{n+1} = \frac{u_n^3}{2}$ est :

A n'existe pas B $-\sqrt{2}$ C $+\infty$ D $\sqrt{2}$ E 0

Q15 (0,5 pt) Dans $\mathbb{R}$, l'équation : $\ln^3(x)+\ln(x)-1 = 0$,

A admet deux solutions dans $]1,e[$
B admet trois solutions dans $]1,e[$
C admet trois solutions dans $]0,+\infty[$
D admet une seule solution dans $]1,e[$
E n'admet aucune solution dans $]1;+\infty[$

Q16 (0,5 pt) Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé direct $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath},\vec{k})$, le produit vectoriel $\vec{\imath}\wedge\left(\vec{\jmath}\wedge\vec{k}\right)$ est égal à :

A $\vec{\imath}$ B $\vec{\jmath}$ C $\vec{0}$ D $\vec{k}$ E $-\vec{k}$

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE DE FÈS · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie de Fès

Session 2019–2020

2019

Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12	Q13	Q14
C	B	A	E	D	C	B	A	E	D	C	B	A	E

Q15	Q16
D	C

Q1 ✔ Réponse C

Dans le programme marocain, $\sqrt[3]{a}$ n'est défini que pour $a \geq 0$. Ici $-\left(x-\frac{\pi}{2}\right)^2 \geq 0$ impose $x = \frac{\pi}{2}$.

Mais pour $x = \frac{\pi}{2}$, l'argument de la tangente vaut $0 + \frac{\pi}{2}$, où $\tan$ n'est pas définie. Le domaine de définition est donc vide.

Q2 ✔ Réponse B

$f(x) = xe^{-x} + \frac{x^2}{2} - x$, donc

$$f'(x) = (1-x)e^{-x} + x - 1$$
$$f''(x) = (x-2)e^{-x} + 1$$
$$f'''(x) = (3-x)e^{-x}.$$

Q3 ✔ Réponse A

Une primitive de $(\ln t)^2$ est $t(\ln t)^2 - 2t\ln t + 2t$ (deux intégrations par parties). Donc

$$I = \left(4e^2 - 4e^2 + 2e^2\right) - 2 = 2e^2 - 2 = 2\left(e^2 - 1\right).$$

Q4 ✔ Réponse E

$g(x) + g(-x) = \ln\frac{(1+\sin x)(1-\sin x)}{\cos^2 x} = \ln\frac{\cos^2 x}{\cos^2 x} = 0$: g est impaire. (Elle s'annule en 0, donc n'est ni strictement positive ni strictement négative.)

Q5 ✔ Réponse D

Pour x réel, l'équation s'écrit $(e^x - x) + i(x - e^x) = 0$, c'est-à-dire $e^x = x$. Or $e^x > x$ pour tout réel x (la fonction $e^x - x$ a pour minimum 1 en 0) : aucune solution.

Q6 ✔ Réponse C

Les tirages simultanés de 2 boules parmi 12 sont au nombre de C_{12}^2 ; les tirages unicolores sont $C_3^2 + C_4^2 + C_5^2$ (on additionne les trois couleurs, cas incompatibles). Donc $p = \frac{3+6+10}{66} = \frac{19}{66}$.

Q7 ✔ Réponse B

$e^{2019i\pi/3} = e^{673i\pi} = -1$ et $e^{2016i\pi/3} = e^{672i\pi} = 1$: le numérateur vaut $-2 + 2 = 0$. Le dénominateur vaut $1 + 1 = 2$. Le nombre est nul.

Q8 ✔ Réponse A

$\pi y'' = 0 \iff y'' = 0$: y' est constante, y est affine, $y(x) = ax + b$.

Q9 ✔ Réponse E

Si A, B, C ne sont pas alignés, $\vec{n} = \overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC}$ est non nul et la condition $\overrightarrow{AM} \cdot \vec{n} = 0$ définit le plan passant par A de vecteur normal $\vec{n}$: c'est le plan (ABC).

Remarque : si A, B, C étaient alignés, $\vec{n} = \vec{0}$ et tout point de l'espace conviendrait.

Remarque : L'énoncé dit seulement « trois points distincts deux à deux » : si A, B, C sont alignés, AB ∧ AC = 0 et l'ensemble est tout l'espace (non proposé). E est la réponse visée en supposant A, B, C non alignés. À trancher par le professeur.

Q10 ✔ Réponse D

En divisant numérateur et dénominateur par $(-3)^n$:

$$v_n = \frac{\left(\frac{\pi}{3}\right)^n - \left(\frac{e}{3}\right)^n}{\left(\frac{2}{3}\right)^n - 1}.$$

Comme $\pi > 3$, le numérateur tend vers $+\infty$, et le dénominateur tend vers -1 : $v_n \to -\infty$.

Q11 ✔ Réponse C

En $+\infty$: $f(x) \to +\infty$ et $\frac{f(x)}{x} = \frac{e^x}{x\ln x} \to +\infty$ (croissances comparées). La courbe admet une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées.

Q12 ✔ Réponse B

$\frac{1}{(x-2)(x-3)} = \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x-2}$. Sur $[-1, 1]$:

$$\int_{-1}^{1} \frac{dx}{x^2 - 5x + 6} = \left[\ln\left|\frac{x-3}{x-2}\right|\right]_{-1}^{1}$$
$$= \ln 2 - \ln\frac{4}{3}$$
$$= \ln\frac{3}{2}$$
$$= \ln 3 - \ln 2.$$

Q13 ✔ Réponse A

$F(x) = \frac{G(x) - G(1)}{x - 1}$ avec G une primitive de $t \mapsto e^{-t^2}$. Quand $x \to 1$, ce taux d'accroissement tend vers $G'(1) = e^{-1}$.

Q14 ✔ Réponse E

Par récurrence $0 < u_n \leq 1$, donc $u_{n+1} = \frac{u_n^3}{2} \leq \frac{u_n}{2}$ et $0 < u_n \leq \frac{1}{2^n}$. La limite est 0.

Q15 ✔ Réponse D

Avec $t = \ln x$: $h(t) = t^3 + t - 1$ est strictement croissante ($h'(t) = 3t^2 + 1 > 0$), $h(0) = -1$ et $h(1) = 1$. Elle s'annule une seule fois, pour $t \in]0, 1[$, c'est-à-dire $x = e^t \in]1, e[$.

Q16 ✔ Réponse C

Dans un repère orthonormé direct, $\vec{j} \wedge \vec{k} = \vec{i}$, puis $\vec{i} \wedge \vec{i} = \vec{0}$.

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE DE FÈS · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie de Fès

Session 2018–2019

2018 Énoncé

Q1 (2 pts) Le domaine de définition de la fonction f de la variable réelle x définie par $f(x) = \sqrt[3]{-x^2}$ est égal à :

A $]-\infty, 0[$ B $]-\infty, 0]$
C vide D $\{0\}$
E $[0, +\infty[$

Q2 (2 pts) Pour tout nombre réel x de l'intervalle $]0, +\infty[$, la valeur de l'intégrale $\int_0^x \frac{t}{1+t}\,dt$ est :

A $x - \ln(1+x)$ B x
C 0 D $\ln(x+1) - x$
E $2x - \ln(1+x)$

Q3 (2 pts) Pour tout entier naturel non nul n, $\ln^{(n)}$, la dérivée n-ième de la fonction $\ln$ sur l'intervalle $]0, +\infty[$, est la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par :

A $\ln^{(n)}(x) = (-1)^n \frac{(n-1)!}{x^n}$
B $\ln^{(n)}(x) = (-1)^n \frac{n!}{x^n}$
C $\ln^{(n)}(x) = (-1)^{n+1} \frac{n!}{x^n}$
D $\ln^{(n)}(x) = (\ln x)^n$
E $\ln^{(n)}(x) = (-1)^{n-1} \frac{(n-1)!}{x^n}$

Q4 (2 pts) La limite $\lim\limits_{x \to +\infty} x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ est égale à :

A $-\infty$ B 0 C 1 D -1 E $+\infty$

Q5 (2 pts) La limite l en 1 de la fonction $x \mapsto \int_0^x (t^2 + 2t - 1)\, e^t\, dt$ est :

A $l = +\infty$ B $l = 1$
C $l = 4e + 1$ D $l = -\infty$
E n'existe pas

Q6 (2 pts) Le texte suivant :
« $(x \in \mathbb{R}) \quad x^2 \geq 0$ » est une :

A proposition vraie
B proposition fausse
C proposition positive
D fonction propositionnelle
E loi logique

Q7 (2 pts) Dans l'espace (ξ) rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, l'ensemble des points $M(x, y, z)$ tels que $\begin{cases} x - y + z = 0 \\ x^2 + y^2 + z^2 - 2018 = 0 \end{cases}$ est :

A un cercle
B un plan
C une droite passant par le point $O(0, 0, 0)$
D la sphère de centre O et de rayon 2018
E la sphère de centre O et de rayon $\sqrt{2018}$

Q8 (0,75 pt) On considère la suite définie par : $u_0 = 1{,}0001$ et $(\forall n \in \mathbb{N})$ $u_{n+1} = u_n^{2018}$. La limite de la suite (u_n) est :

A n'existe pas B $-\infty$ C 0 D 1
E $+\infty$

Q9 (0,75 pt) Pour tout réel non nul x, on considère dans le plan complexe les points $A(|x|)$, $B\left(|x|e^{2i}\right)$, $C\left(|x|e^{-2i}\right)$ et $D\left(-|x|e^{-2i}\right)$. Alors :

A A, B, C et D sont alignés
B $ABCD$ est un parallélogramme
C A, B, C et D sont cocycliques
D $(AB) \parallel (CD)$
E $AB = CD$

Q10 (0,75 pt) La probabilité pour qu'un candidat obtienne la note 0,25 dans cette épreuve de mathématiques, sachant qu'il choisit au hasard l'une des cinq réponses possibles dans chacune des seize questions, est :

A $\frac{1}{80}$ B 0 C 1 D $\frac{4^{16}}{5^{16}}$ E $\frac{C_5^4}{80}$

Q11 (0,75 pt) La limite de la suite de terme général $u_n = 1{,}999\ldots999$, où 9 est écrit $n+1$ fois, est égale à :

A 0 B $+\infty$ C 3 D 2 E $1{,}99$

Q12 (0,75 pt) La valeur de l'intégrale $\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}} \sqrt{2 - x^2}\,dx$ est :

A π B 2π C 0 D $\pi\sqrt{2}$ E $2\sqrt{2}$

Q13 (0,75 pt) L'équation $x^{2019} + x - 2019 = 0$, d'inconnue x :

A admet une seule solution dans l'ensemble des nombres complexes
B admet 2019 solutions dans $\mathbb{R}$
C admet une seule solution dans $\mathbb{N}$
D admet une seule solution dans l'ensemble des entiers relatifs
E admet une seule solution dans $\mathbb{R}$

Q14 (0,5 pt) Pour tout entier naturel non nul n, l'équation $A_n^k = k!$, d'inconnue k dans $\mathbb{N}$:

A n'admet pas de solution
B admet la seule solution n
C admet exactement deux solutions
D admet une infinité de solutions
E admet $n+1$ solutions

Q15 (0,5 pt) Soient P et Q deux propositions telles que P est fausse. Si l'implication $P \Longrightarrow Q$ est vraie, alors :

A Q est à la fois vraie et fausse
B Q est soit vraie soit fausse
C Q est nécessairement fausse
D Q est nécessairement vraie
E P est vraie

Q16 (0,5 pt) Dans le plan complexe rapporté au repère $(O, \vec{u}, \vec{v})$, l'ensemble des points $M(z)$ tels que $\arg(z) \equiv 0\ [\pi]$ est :

A l'axe des imaginaires
B l'axe des réels
C le plan complexe
D l'axe des réels privé du point O
E une demi-droite d'origine O

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE DE FÈS · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie de Fès

Session 2018–2019

2018

Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12	Q13	Q14
D	A	E	C	B	D	A	E	C	B	D	A	E	C

Q15	Q16
B	D

Q1 ✔ Réponse D

Dans le programme marocain, $\sqrt[3]{a}$ n'est défini que pour $a \geq 0$. Or $-x^2 \geq 0 \iff x = 0$: $D_f = \{0\}$.

Q2 ✔ Réponse A

$\dfrac{t}{1+t} = 1 - \dfrac{1}{1+t}$, donc l'intégrale vaut $[t - \ln(1+t)]_0^x = x - \ln(1+x)$.

Q3 ✔ Réponse E

$\ln'(x) = \dfrac{1}{x}$, $\ln''(x) = -\dfrac{1}{x^2}$, $\ln'''(x) = \dfrac{2}{x^3}$… Par récurrence, si $\ln^{(n)}(x) = (-1)^{n-1}(n-1)!\,x^{-n}$, alors $\ln^{(n+1)}(x) = (-1)^{n-1}(n-1)!\,(-n)x^{-n-1} = (-1)^n \dfrac{n!}{x^{n+1}}$.

Q4 ✔ Réponse C

Avec $u = \dfrac{1}{x} \to 0^+$: $x \sin\dfrac{1}{x} = \dfrac{\sin u}{u} \to 1$.

Q5 ✔ Réponse B

$\left((t^2-1)e^t\right)' = 2te^t + (t^2-1)e^t = (t^2+2t-1)e^t$. La fonction vaut donc $(x^2-1)e^x + 1$; elle est continue et sa limite en 1 est $0 + 1 = 1$.

Q6 ✔ Réponse D

Le texte dépend de la variable x et ne contient aucun quantificateur (ni $\forall$ ni $\exists$) : c'est une fonction propositionnelle (une proposition « ouverte »). Avec le quantificateur, « $(\forall x \in \mathbb{R})\ x^2 \geq 0$ » serait une proposition vraie.

Q7 ✔ Réponse A

C'est l'intersection de la sphère de centre O et de rayon $\sqrt{2018}$ avec le plan $x - y + z = 0$, qui passe par le centre O : un cercle (grand cercle) de centre O et de rayon $\sqrt{2018}$.

Q8 ✔ Réponse E

$u_n = u_0^{2018^n}$ et $\ln u_n = 2018^n \ln(1{,}0001) \to +\infty$ car $\ln(1{,}0001) > 0$. Donc $u_n \to +\infty$.

Q9 ✔ Réponse C

Les quatre affixes ont le même module $|x|$: les points sont sur le cercle de centre O et de rayon $|x|$, donc cocycliques (et pas alignés).
- B : $z_A + z_C = |x|(1 + e^{-2i}) \neq z_B + z_D = |x|(e^{2i} - e^{-2i})$.
- D : $\dfrac{z_D - z_C}{z_B - z_A} = \dfrac{-2e^{-2i}}{e^{2i} - 1} = \dfrac{ie^{-3i}}{\sin 1}$ n'est pas réel.
- E : $AB = 2|x|\sin 1 \neq CD = 2|x|$.

Q10 ✔ Réponse B

Dans cette épreuve, chaque question rapporte 2, $0{,}75$ ou $0{,}5$ point. Une note est une somme de tels nombres (ou 0) : la plus petite note non nulle possible est $0{,}5$. La note $0{,}25$ est impossible, sa probabilité est 0.

Q11 ✔ Réponse D

$u_n = 2 - \dfrac{1}{10^{n+1}} \to 2$.

Q12 ✔ Réponse A

$y = \sqrt{2 - x^2}$ décrit le demi-cercle supérieur de centre O et de rayon $\sqrt{2}$: l'intégrale est l'aire du demi-disque, $\dfrac{\pi(\sqrt{2})^2}{2} = \pi$.

Q13 ✔ Réponse E

$g(x) = x^{2019} + x - 2019$ a pour dérivée $2019x^{2018} + 1 > 0$: g est strictement croissante sur $\mathbb{R}$, de $-\infty$ à $+\infty$, donc s'annule exactement une fois (E, B fausse).
Cette solution est entre 1 et 2 ($g(1) = -2017 < 0 < g(2)$) : elle n'est pas entière (C, D fausses). Dans $\mathbb{C}$, un polynôme de degré 2019 a 2019 racines comptées avec multiplicité (A fausse).

Q14 ✔ Réponse C

Pour $0 \leq k \leq n$:
$A_n^k = k! \iff \dfrac{n!}{(n-k)!\,k!} = 1 \iff C_n^k = 1 \iff k = 0$ ou $k = n$. Comme $n \geq 1$, ce sont deux solutions distinctes.

Q15 ✔ Réponse B

Quand P est fausse, l'implication $P \Longrightarrow Q$ est vraie quelle que soit Q : on ne peut rien conclure sur Q, qui peut être vraie ou fausse.

Q16 ✔ Réponse D

L'argument n'est défini que pour $z \neq 0$, et $\arg z \equiv 0\ [\pi]$ signifie que z est un réel non nul (positif ou négatif) : c'est l'axe des réels privé de O.

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE DE FÈS · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie de Fès

Session 2016–2017

2016 Énoncé

Q1 (2 pts) Pour tout entier naturel n tel que $n \geq 2$, on a :

A A_n^2 est un multiple de C_n^2
B $A_n^2 = C_n^2$
C $A_n^2 < C_n^2$
D $A_n^2 = \dfrac{C_n^2}{2!}$
E $A_n^2 \leq C_n^2$

Q2 (2 pts) La fonction dérivée de la fonction $f :]0,+\infty[\to \mathbb{R}$,

$$x \mapsto e^x - \ln x + \sqrt[3]{x} - x^2 + \frac{x-1}{x+1} - x$$

est la fonction définie sur l'intervalle $]0,+\infty[$ par :

A $f'(x) = e^x - \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} - 2x - \dfrac{2}{(x+1)^2} - 1$
B $f'(x) = -\dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} - 2x + \dfrac{2}{(x+1)^2} - 1$
C $f'(x) = e^x - \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} - 2x + \dfrac{2}{(x+1)^2}$
D $f'(x) = e^x + \dfrac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} - 2x + \dfrac{2}{(x+1)^2} - 1$
E $f'(x) = e^x - \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} - 2x + \dfrac{2}{(x+1)^2} - 1$

Q3 (2 pts) La valeur de l'intégrale $I = \displaystyle\int_0^{\ln 4} \left(e^{2x} - 4e^x\right) \mathrm{d}x$ est :

A $-4{,}5$ B $\ln 4$ C 0 D $\ln 2 - 1$ E $e^2 - 4e$

Q4 (2 pts) La limite de la suite de terme général : $u_n = n + \cos\left((-1)^n n^3 - n^2 + \sqrt[3]{n}\right)$ est :

A n'existe pas B 0 C $-\infty$ D $+\infty$ E -1

Q5 (2 pts) Le domaine de définition de la fonction numérique f de la variable réelle x définie par $f(x) = e^{\frac{\ln x}{\sqrt[3]{x}-1}}$ est :

A $]-\infty,0[$ B $]0,1[\cup]1,+\infty[$
C $]0,1[\cup]1,+\infty]$ D $]0,1[\cup[1,+\infty[$
E $]0,+\infty[$

Q6 (2 pts) La probabilité pour qu'un candidat obtienne la note 20 dans cette épreuve de mathématiques, sachant qu'il a choisi au hasard l'une des cinq réponses possibles dans chacune des seize questions, est :

A $\dfrac{1}{80}$ B $\dfrac{C_5^1}{80}$ C $\dfrac{16}{80}$ D $\dfrac{1}{5^{16}}$ E 0

Q7 (2 pts) Les deux nombres complexes $z_1 = e^{2017i} + e^{2016i}$ et $z_2 = e^{-2017i} + e^{-2016i}$ sont :

A strictement positifs
B strictement négatifs
C conjugués
D égaux
E opposés

Q8 (0,75 pt) La solution de l'équation différentielle $y' + y + 1 = 0$ vérifiant $y(0) = 0$ est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

A $y(x) = (x+1)e^{-x}$
B $y(x) = e^x - e^{-x}$
C $y(x) = e^{-x} - 1$
D $y(x) = \cos(x) - 1$
E $y(x) = e^{-x}(\cos x + \sin x) - 1$

Q9 (0,75 pt) Dans l'ensemble des nombres réels, l'équation $(\cos x + i \sin x)^5 = 0$:

A admet deux solutions
B admet une seule solution
C admet une infinité de solutions
D n'admet pas de solution
E admet cinq solutions

Q10 (0,75 pt) La limite de la suite de terme général $v_n = \sqrt[n+1]{7} - \sqrt[n+1]{e}$ est :

A $\dfrac{7}{e}$ B $7 - e$ C 0 D $-\infty$ E $+\infty$

Q11 (0,75 pt) La limite $\displaystyle\lim_{x \to 1} \frac{x^x - 1}{x - 1}$ est égale à :

A $-\infty$ B $+\infty$ C -1 D 1 E 0

Q12 (0,75 pt) Si f^{-1} est la fonction réciproque de la fonction $f :]\ln 4,+\infty[\to \mathbb{R}$, $x \mapsto \ln\left(e^{2x} - 4e^x\right)$, alors :

A $\left(f^{-1}\right)'(\ln 5) = 0$
B $\left(f^{-1}\right)'(\ln 5) = \dfrac{1}{6}$
C $\left(f^{-1}\right)'(\ln 5) = -\dfrac{1}{6}$
D $\left(f^{-1}\right)'(\ln 5) \neq \dfrac{1}{6}$
E $f(\ln 5) \neq \ln 5$

Q13 (0,75 pt) L'écart type d'une variable aléatoire binomiale X de paramètres $n = 16$ et $p = 0{,}5$ est :

A $\sigma(X) = 4$ B $\sigma(X) = 2$
C $\sigma(X) = -4$ D $\sigma(X) = 3$
E $\sigma(X) = -2$

Q14 (0,5 pt) La suite définie par : $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n = 1{,}222\ldots222$ où le chiffre 2 est écrit n fois :

A admet une limite infinie
B est strictement décroissante
C est constante
D est strictement négative
E est strictement croissante

Q15 (0,5 pt) L'équation $e^x - \ln(x) = 0$:

A admet une solution unique dans $]-2,+\infty[$
B admet au moins une solution dans $]-\infty;+\infty[$
C admet une solution unique dans $]0,+\infty[$
D admet deux solutions dans $]-2,+\infty[$
E n'admet pas de solution dans $]0,+\infty[$

Q16 (0,5 pt) La valeur de l'intégrale $J = \displaystyle\int_0^1 2\left(e^t + e^{-t}\right)^2 \mathrm{d}t$ est :

A $e^2 - e^{-2} + 4$ B $e^{-2} - e^2 + 4$
C $e^2 - e^{-2} - 4$ D $e^2 + e^{-2} + 4$
E 2

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE DE FÈS · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie de Fès

Session 2016–2017

2016

Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12	Q13	Q14
A	E	A	D	B	D	C	C	D	C	D	B	B	E

Q15	Q16
E	A

Q1 ✔ Réponse A

$A_n^2 = n(n-1)$ et $C_n^2 = \dfrac{n(n-1)}{2}$, donc $A_n^2 = 2C_n^2$: c'est un multiple de C_n^2. Comme $C_n^2 > 0$ pour $n \geq 2$, $A_n^2 > C_n^2$ (B, C, D, E fausses).

Q2 ✔ Réponse E

Terme par terme : $(e^x)' = e^x$, $(-\ln x)' = -\dfrac{1}{x}$, $\left(x^{1/3}\right)' = \dfrac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$, $(-x^2)' = -2x$, $\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)' = \dfrac{(x+1)-(x-1)}{(x+1)^2} = \dfrac{2}{(x+1)^2}$ et $(-x)' = -1$.

Q3 ✔ Réponse A

$$I = \left[\frac{e^{2x}}{2} - 4e^x\right]_0^{\ln 4} = (8-16) - \left(\frac{1}{2} - 4\right) = -8 + 3{,}5 = -4{,}5.$$

Q4 ✔ Réponse D

Le cosinus est compris entre -1 et 1, donc $u_n \geq n - 1 \to +\infty$.

Q5 ✔ Réponse B

Il faut $x > 0$ (pour $\ln x$) et $\sqrt[3]{x} \neq 1$, c'est-à-dire $x \neq 1$: $D_f =]0,1[\cup]1,+\infty[$. (C est mal écrit avec « $+\infty$] » et D contient 1.)

Q6 ✔ Réponse D

La note 20 exige les seize bonnes réponses. Chaque question est réussie avec la probabilité $\dfrac{1}{5}$, indépendamment des autres : $p = \left(\dfrac{1}{5}\right)^{16} = \dfrac{1}{5^{16}}$.

Q7 ✔ Réponse C

$\overline{e^{i\theta}} = e^{-i\theta}$, donc $z_2 = \overline{z_1}$: ils sont conjugués. Ils ne sont pas réels ($\mathfrak{Im}(z_1) = \sin 2017 + \sin 2016 \neq 0$), donc ni égaux, ni opposés, ni de signe défini.

Q8 ✔ Réponse C

$y' = -y - 1$ a pour solutions $y = Ce^{-x} - 1$. La condition $y(0) = C - 1 = 0$ donne $C = 1$: $y(x) = e^{-x} - 1$.

Q9 ✔ Réponse D

$(\cos x + i \sin x)^5 = e^{5ix}$ a pour module 1 : il n'est jamais nul.

Q10 ✔ Réponse C

$\sqrt[n+1]{7} = e^{\frac{\ln 7}{n+1}} \to 1$ et $\sqrt[n+1]{e} = e^{\frac{1}{n+1}} \to 1$: $v_n \to 0$.

Q11 ✔ Réponse D

C'est le nombre dérivé en 1 de $g(x) = x^x = e^{x \ln x}$: $g'(x) = (\ln x + 1)x^x$, donc $g'(1) = 1$.

Q12 ✔ Réponse B

$f(\ln 5) = \ln(25-20) = \ln 5$ (E fausse), donc $f^{-1}(\ln 5) = \ln 5$. $f'(x) = \dfrac{2e^{2x} - 4e^x}{e^{2x} - 4e^x}$, d'où $f'(\ln 5) = \dfrac{50-20}{25-20} = 6$ et $\left(f^{-1}\right)'(\ln 5) = \dfrac{1}{f'(\ln 5)} = \dfrac{1}{6}$.

Q13 ✔ Réponse B

$V(X) = np(1-p) = 16 \times 0{,}5 \times 0{,}5 = 4$, donc $\sigma(X) = \sqrt{4} = 2$.

Q14 ✔ Réponse E

$u_{n+1} - u_n = \dfrac{2}{10^{n+1}} > 0$: la suite est strictement croissante. Elle est majorée par $1 + \dfrac{2}{9} = \dfrac{11}{9}$, sa limite (finie).

Q15 ✔ Réponse E

L'équation n'a de sens que pour $x > 0$. Pour $x > 0$: $e^x > x + 1 > x > \ln x$, donc $e^x - \ln x > 0$. L'équation n'a aucune solution.

Q16 ✔ Réponse A

$2\left(e^t + e^{-t}\right)^2 = 2e^{2t} + 4 + 2e^{-2t}$, donc $J = \left[e^{2t} + 4t - e^{-2t}\right]_0^1 = e^2 + 4 - e^{-2} - 0$.

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE DE FÈS · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie de Fès

Session 2013–2014

2013 Énoncé

Q1 Le domaine de définition de la fonction $F : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto \sqrt{x^4 - x^2}$ est :

A $\mathbb{R}$
B $]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[\cup \{0\}$
C $\varnothing$
D $[0, +\infty[$
E $]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[$

Q2 Une urne contient 5 boules blanches, 4 vertes et 3 rouges. On tire simultanément 4 boules de cette urne. Le nombre de tirages contenant au moins une boule non blanche est :

A $C_{12}^4 - C_5^4$
B $C_{12}^4 - C_7^4$
C $A_{12}^4 - A_5^4$
D C_5^4
E C_{12}^4

Q3 Le module du nombre complexe $\dfrac{2012 - 2013i}{2012 + 2013i}$ est :

A 4025
B $\sqrt{2012^2 + 2013^2}$
C $\sqrt{2012 + 2013}$
D 1
E -1

Q4 La forme exponentielle du nombre complexe $1 + e^{i\frac{8\pi}{7}}$ est :

A $e^{i\frac{8\pi}{7}}$
B $2\cos\left(\dfrac{11\pi}{7}\right) e^{i\frac{11\pi}{7}}$
C $2\cos\left(\dfrac{4\pi}{7}\right) e^{i\frac{11\pi}{7}}$
D $-e^{i\frac{8\pi}{7}}$
E $2\sin\left(\dfrac{4\pi}{7}\right) e^{i\frac{11\pi}{7}}$

Q5 L'intersection de la sphère $S(\Omega(-1,0,1), R = 1)$ et de la droite (AB), où $A(-1,0,1)$ et $B(1,0,-1)$, est :

A deux points
B un segment
C un demi-cercle
D l'ensemble vide
E un point

Q6 Soit a un nombre réel strictement positif. La solution générale de l'équation différentielle $y'' + ay = 0$ est l'ensemble des fonctions y définies sur $\mathbb{R}$ par (avec α et β deux nombres réels) :

A $y(x) = \alpha\cos(ax) + \beta\sin(ax)$
B $y(x) = \alpha e^{ax} + \beta e^{-ax}$
C $y(x) = \alpha e^{ax} + \beta$
D $y(x) = (\alpha x + \beta) e^{ax}$
E $y(x) = \alpha\cos\left(\sqrt{a}\,x\right) + \beta\sin\left(\sqrt{a}\,x\right)$

Q7 La valeur de l'intégrale $I = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan(x)\,\mathrm{d}x$ est :

A $I = \dfrac{\pi}{4}$
B $I = \ln\left(\sqrt{2}\right)$
C $I = \ln 2$
D $I = 1$
E $I = 0$

Q8 La fonction primitive de la fonction ln sur l'intervalle $]0, +\infty[$ s'annulant en $\sqrt{e}$ est la fonction F définie sur $]0, +\infty[$ par :

A $F(x) = x\ln x - x - \sqrt{e}$
B $F(x) = e^x$
C $F(x) = x\ln x - x + \dfrac{\sqrt{e}}{2}$
D $F(x) = -\displaystyle\int_{\sqrt{e}}^{x} \ln t\,\mathrm{d}t$
E $F(x) = x\ln x - x + \sqrt{e}$

Q9 La limite de la suite récurrente convergente définie par $U_0 = 2013$ et $(\forall n \in \mathbb{N})\ U_{n+1} = \ln(U_n) + 1$ est :

A n'existe pas
B $-\infty$
C $\ln(2013)$
D $+\infty$
E $\ln(e)$

Q10 $\displaystyle\lim_{x \to +\infty} \frac{e^x - \ln x}{\sqrt[3]{x} - x^3} =$

A 0
B 1
C $+\infty$
D $-\infty$
E -1

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE DE FÈS · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie de Fès

Session 2013–2014

2013

Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
B	A	D	B	A	E	B	C	E	D

Q1 ✔ Réponse **B**

$x^4 - x^2 = x^2(x^2-1) \geq 0 \iff x = 0$ ou $x^2 \geq 1$. Le domaine est $]-\infty, -1] \cup [1, +\infty[\cup \{0\}$ (E oublie 0).

Q2 ✔ Réponse **A**

On retire du nombre total de tirages (C_{12}^4) ceux qui ne contiennent que des boules blanches (C_5^4) : $C_{12}^4 - C_5^4 = 495 - 5 = 490$.

Q3 ✔ Réponse **D**

Le numérateur est le conjugué du dénominateur : ils ont le même module, donc le quotient a pour module 1. (Un module n'est jamais négatif.)

Q4 ✔ Réponse **B**

$1 + e^{i\theta} = 2\cos\dfrac{\theta}{2}\, e^{i\theta/2}$, d'où $1 + e^{i\frac{8\pi}{7}} = 2\cos\dfrac{4\pi}{7}\, e^{i\frac{4\pi}{7}}$. Mais $\cos\dfrac{4\pi}{7} < 0$: ce n'est pas une forme exponentielle (le module doit être positif).

On écrit $2\cos\dfrac{4\pi}{7}\, e^{i\frac{4\pi}{7}} = \left(-2\cos\dfrac{4\pi}{7}\right) e^{i\frac{4\pi}{7}+i\pi} = 2\cos\dfrac{11\pi}{7}\, e^{i\frac{11\pi}{7}}$, car $\cos\dfrac{11\pi}{7} = \cos\dfrac{3\pi}{7} = -\cos\dfrac{4\pi}{7} > 0$. C'est B. (C est l'opposé du nombre.)

Q5 ✔ Réponse **A**

A est le centre Ω de la sphère : la droite (AB) passe par le centre, elle coupe donc la sphère en deux points (diamétralement opposés).

Q6 ✔ Réponse **E**

$y'' + \omega^2 y = 0$ avec $\omega = \sqrt{a} > 0$ a pour solutions $y(x) = \alpha\cos(\sqrt{a}\,x) + \beta\sin(\sqrt{a}\,x)$.

Q7 ✔ Réponse **B**

$\tan x = \dfrac{\sin x}{\cos x}$ a pour primitive $-\ln(\cos x)$ sur $\left[0, \frac{\pi}{4}\right]$.

$I = -\ln\dfrac{\sqrt{2}}{2} = \ln\sqrt{2}$.

Q8 ✔ Réponse **C**

Les primitives de $\ln$ sont $x\ln x - x + c$. En $\sqrt{e}$: $\dfrac{\sqrt{e}}{2} - \sqrt{e} + c = 0$, donc $c = \dfrac{\sqrt{e}}{2}$: C. (D s'annule en $\sqrt{e}$, mais sa dérivée est $-\ln$.)

Q9 ✔ Réponse **E**

La limite $\ell > 0$ vérifie $\ell = \ln\ell + 1$. Or $\ln t \leq t - 1$ avec égalité seulement pour $t = 1$: donc $\ell = 1 = \ln(e)$.

Q10 ✔ Réponse **D**

$\dfrac{e^x - \ln x}{\sqrt[3]{x} - x^3} = \dfrac{e^x}{x^3} \cdot \dfrac{1 - \frac{\ln x}{e^x}}{x^{-8/3} - 1}$. Le premier facteur tend vers $+\infty$, le second vers $\dfrac{1}{-1} = -1$: la limite est $-\infty$.

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE DE FÈS · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie de Fès

Session 2012–2013

2012 Énoncé

Q1 Le domaine de définition de la fonction numérique f de la variable réelle x définie par $f(x) = \ln\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)$ est :

A $[1, +\infty[$
B $\mathbb{R}$
C $]-\infty, -1[\cup]1, +\infty[$
D $]-\infty, -1[$
E $]1, +\infty[$

Q2 La fonction dérivée de la fonction $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $x \mapsto \ln\left(\sqrt[3]{e^x}\right)$ est la fonction g' définie sur $\mathbb{R}$ par :

A $g'(x) = \dfrac{1}{3\sqrt[3]{e^{2x}}}$
B $g'(x) = \dfrac{1}{3\sqrt[3]{e^{x}}}$
C $g'(x) = \dfrac{e^x}{3}$
D $g'(x) = \dfrac{1}{3}$
E $g'(x) = \dfrac{1}{3e^x}$

Q3 La valeur de l'intégrale $I = \displaystyle\int_0^{\pi} 2e^x \sin(x)\,\mathrm{d}x$ est :

A $I = e^{\pi}$
B $I = e^{\pi} - 1$
C $I = e^{\pi} + 1$
D $I = 0$
E $I = 1 - e^{\pi}$

Q4 Soit m un nombre réel non nul. La solution générale de l'équation différentielle $y'' - 2my' + 2m^2y = 0$ est l'ensemble des fonctions y définies sur $\mathbb{R}$ par (avec a et b deux nombres réels) :

A $y(x) = e^{mx}\left(a\cos(mx) + b\sin(mx)\right)$
B $y(x) = ae^{mx} + be^{-mx}$
C $y(x) = ae^{mx} + b$
D $y(x) = (ax + b)e^{mx}$
E $y(x) = a\cos(mx) + b\sin(mx)$

Q5 L'intersection de la sphère $S\left(\Omega(1,1,1), R = 1\right)$ et du plan $(P) :\ x - y + z + \sqrt{3} - 1 = 0$ est :

A un segment
B un demi-cercle
C un point
D l'ensemble vide
E un cercle

Q6 On considère trois urnes U_1, U_2 et U_3 contenant 20 boules réparties comme suit :

Urne	U_1	U_2	U_3
Boules blanches	4	3	1
Boules vertes	3	4	5

On choisit au hasard une urne et on tire au hasard une boule de cette urne. Sachant que la boule tirée est blanche, la probabilité p pour qu'elle provienne de l'urne U_1 est :

A $p = \dfrac{24}{49}$
B $p = \dfrac{4}{21}$
C $p = \dfrac{7}{18}$
D $p = \dfrac{8}{20}$
E $p = \dfrac{4}{7}$

Q7 L'écriture sous la forme exponentielle du nombre complexe $\dfrac{\sqrt{3} - i}{-1 + i\sqrt{3}}$ est :

A $e^{-\frac{5i\pi}{6}}$
B $-e^{-\frac{5i\pi}{6}}$
C $2e^{-\frac{5i\pi}{6}}$
D $e^{\frac{4i\pi}{3}}$
E 2

Q8 La forme algébrique du nombre complexe $(-1+i)^{2012}$ est :

A 2^{2012}
B $2^{2012}\cos\left(\dfrac{3\pi}{4}\right)$
C $-2^{2012}i\sqrt{2}\cos\left(\dfrac{3\pi}{4}\right)$
D -2^{1006}
E -2^{2013}

Q9 La limite de la suite de terme général $S_n = \ln\left(\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \frac{e^k}{3^{k+1}}\right)$ est :

A $\ln 3$
B $-\infty$
C $\ln(e)$
D $+\infty$
E $-\ln(3-e)$

Q10 La limite l au point 1 de la fonction numérique R de la variable réelle x définie par $R(x) = \dfrac{1}{x-1}\displaystyle\int_1^x e^{-t^2}\,\mathrm{d}t$ est :

A $l = \dfrac{1}{e^2}$
B $l = \dfrac{1}{e}$
C n'existe pas
D $l = +\infty$
E $l = 0$

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE DE FÈS · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie de Fès

Session 2012–2013

2012

Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
C	D	C	A	C	A	A	D	E	B

Q1 ✔ Réponse C

$\dfrac{x-1}{x+1} > 0$ quand $x-1$ et $x+1$ ont le même signe (et $x \neq -1$) : $x < -1$ ou $x > 1$.

Q2 ✔ Réponse D

$\sqrt[3]{e^x} = e^{x/3}$, donc $g(x) = \dfrac{x}{3}$ et $g'(x) = \dfrac{1}{3}$.

Q3 ✔ Réponse C

Une primitive de $2e^x \sin x$ est $e^x(\sin x - \cos x)$ (dériver pour vérifier). Donc $I = e^\pi(0+1) - (0-1) = e^\pi + 1$.

Q4 ✔ Réponse A

Équation caractéristique : $r^2 - 2mr + 2m^2 = 0$, de discriminant $-4m^2 = (2im)^2$. Racines $r = m \pm im$, d'où $y(x) = e^{mx}\left(a\cos(mx) + b\sin(mx)\right)$.

Q5 ✔ Réponse C

$d(\Omega,(P)) = \dfrac{|1-1+1+\sqrt{3}-1|}{\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 1 = R$: le plan est tangent à la sphère, l'intersection est un point.

Q6 ✔ Réponse A

Chaque urne est choisie avec la probabilité $\frac{1}{3}$. Probabilités totales :

$$P(B) = \frac{1}{3}\left(\frac{4}{7} + \frac{3}{7} + \frac{1}{6}\right) = \frac{1}{3} \times \frac{7}{6} = \frac{7}{18}.$$

Formule de Bayes : $p = \dfrac{\frac{1}{3} \times \frac{4}{7}}{\frac{7}{18}} = \dfrac{4}{21} \times \dfrac{18}{7} = \dfrac{24}{49}$.

Q7 ✔ Réponse A

$\sqrt{3} - i = 2e^{-i\pi/6}$ et $-1 + i\sqrt{3} = 2e^{2i\pi/3}$, donc le quotient vaut $e^{-i\pi/6 - 2i\pi/3} = e^{-5i\pi/6}$.

Q8 ✔ Réponse D

$-1 + i = \sqrt{2}\, e^{3i\pi/4}$, donc $(-1+i)^{2012} = 2^{1006} e^{1509 i\pi} = -2^{1006}$ (car 1509 est impair).

Q9 ✔ Réponse E

$\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \frac{e^k}{3^{k+1}} = \frac{1}{3}\sum_{k=0}^{n}\left(\frac{e}{3}\right)^k \to \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{1-\frac{e}{3}} = \frac{1}{3-e}$ (car $\frac{e}{3} < 1$). Par continuité de $\ln$: $S_n \to \ln \dfrac{1}{3-e} = -\ln(3-e)$.

Q10 ✔ Réponse B

$R(x)$ est le taux d'accroissement en 1 d'une primitive G de $t \mapsto e^{-t^2}$: il tend vers $G'(1) = e^{-1} = \dfrac{1}{e}$.

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE DE FÈS · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie de Fès

Session 2011–2012

2011 Énoncé

Q1 Dans un laboratoire de production de médicaments, on dispose de deux machines $L1$ et $L2$ pour la production du médicament $D1$. La machine $L1$ assure 70% de la production du médicament $D1$, alors que la machine $L2$ assure 30% restante. 5% du médicament $D1$ produit par $L1$ n'est pas valable et 1% de celui de $L2$ n'est pas aussi valable. On choisit au hasard un échantillon de ce médicament $D1$. La probabilité pour que cet échantillon soit produit par la machine $L2$ sachant qu'il n'est pas valable est :

A $p = \dfrac{3}{38}$ B $p = \dfrac{5}{38}$
C $p = \dfrac{70}{380}$ D $p = \dfrac{A_3^2}{70}$
E $p = \dfrac{C_3^2}{70}$

Q2 La limite en $+\infty$ de la suite $S_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{k=n} \frac{1}{\sqrt{k}}$ est :

A 2 B 0 C e D $+\infty$ E 1

Q3 L'ensemble des solutions complexes de l'équation : $Z^2 = \dfrac{8}{Z}$ est :

A $S = \{2, -1 + i\sqrt{3}, -1 - i\sqrt{3}\}$
B $S = \{2, 1 + i\sqrt{3}, 1 - i\sqrt{3}\}$
C $S = \{2, 1 + i\sqrt{3}, -1 - i\sqrt{3}\}$
D $S = \{2i, 1 + i\sqrt{3}, -1 - i\sqrt{3}\}$
E $S = \{-2, 1 + i\sqrt{3}, -1 - i\sqrt{3}\}$

Q4 L'ensemble de définition de la fonction :

$$f(x) = \sqrt{|\ln(x) - 1| - 1}$$

est :

A $D =]0, +\infty[$
B $D =]0, 1[\cup [e^2, +\infty[$
C $D =]0, 1] \cup [e^2, +\infty[$
D $D =]-\infty, 1] \cup [e^2, +\infty[$
E $D = [e^2, +\infty[$

Q5 L'intersection de la sphère $S\,(\Omega(1, -2, 0), R = 3)$ et le plan (P) : $x + y + z + (3\sqrt{3} + 1) = 0$ est :

A un segment B un cercle
C un point D vide
E un demi-cercle

Q6 La limite en $x = 2$ de la fonction : $g(x) = \dfrac{e^{2x} - e^4}{x - 2}$ est :

A $l = 4$ B $l = e^4$
C $l = 2e^4$ D $l = +\infty$
E $l = 0$

Q7 La valeur de l'intégrale

$$I = \int_2^e \frac{\ln(2)}{x(\ln x)^2}\, dx$$

est :

A $I = 1 + \ln(2)$ B $I = 1 - \ln(4)$
C $I = 1 + \ln(4)$ D $I = 1 - \ln(2)$
E $I = e - \ln(2)$

Q8 L'ensemble des solutions de l'inéquation :

$$10^{2x} - 3.(10)^x - 4 > 0$$

est :

A $S = \left]0, \dfrac{\ln 2}{\ln 10}\right]$
B $S = \left]0, \dfrac{\ln 10}{\ln 2}\right]$
C $S = \left[\dfrac{\ln 10}{\ln 2}, +\infty\right[$
D $S = \left[\dfrac{\ln 2}{\ln 10}, +\infty\right[$
E $S = \left]\dfrac{\ln 4}{\ln 10}, +\infty\right[$

Q9 La limite en $+\infty$ de la suite : $u_n = \dfrac{(-1)^n(n + 2^n)}{n2^{n+1}}$ est :

A $L = +\infty$ B $L = 1$
C $L = \dfrac{1}{2}$ D $L = 2$
E $L = 0$

Q10 La population statistique $P(t)$ d'une bactérie dans une solution biologique vérifie l'équation différentielle :

$$\begin{cases} P'(t) = 2P(t), \ t \geq 0 \\ P(0) = 10 \end{cases}$$

Le temps nécessaire pour avoir une population de 10^{21} Pour cette bactérie est :

A $t = 10 \ln 10$
B $t = 10^{10}$
C $t = (\ln 10)^{10}$
D $t = (10 \ln 10)^{10}$
E $t = 10(\ln 2)^{10}$

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE DE FÈS · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie de Fès

Session 2011–2012

2011

Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
A	D	A	C	C	C	D	E	E	A

Q1 ✔ Réponse A

Probabilités totales :
$P(\text{non valable}) = 0{,}7 \times 0{,}05 + 0{,}3 \times 0{,}01 = 0{,}035 + 0{,}003 = 0{,}038$.
Formule de Bayes : $p = \dfrac{0{,}003}{0{,}038} = \dfrac{3}{38}$.

Q2 ✔ Réponse D

Chacun des n termes est au moins égal au dernier, $\dfrac{1}{\sqrt{n}}$:
$S_n \geq \dfrac{n}{\sqrt{n}} = \sqrt{n} \to +\infty$.

Q3 ✔ Réponse A

Pour $Z \neq 0$: $Z^3 = 8$. Les solutions sont 2, $2e^{2i\pi/3} = -1 + i\sqrt{3}$ et $2e^{-2i\pi/3} = -1 - i\sqrt{3}$.

Q4 ✔ Réponse C

Il faut $x > 0$ et $|\ln x - 1| \geq 1$, c'est-à-dire $\ln x - 1 \geq 1$ ($x \geq e^2$) ou $\ln x - 1 \leq -1$ ($0 < x \leq 1$).

Q5 ✔ Réponse C

$d(\Omega, (P)) = \dfrac{|1 - 2 + 0 + 3\sqrt{3} + 1|}{\sqrt{3}} = \dfrac{3\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 3 = R$: le plan est tangent, l'intersection est un point.

Q6 ✔ Réponse C

C'est le taux d'accroissement en 2 de $x \mapsto e^{2x}$, dont la dérivée en 2 vaut $2e^4$.

Q7 ✔ Réponse D

Une primitive de $\dfrac{1}{x(\ln x)^2}$ est $-\dfrac{1}{\ln x}$. Donc
$I = \ln 2 \left(-1 + \dfrac{1}{\ln 2}\right) = 1 - \ln 2$.

Q8 ✔ Réponse E

Avec $t = 10^x > 0$: $t^2 - 3t - 4 = (t-4)(t+1) > 0 \iff t > 4$,
c'est-à-dire $x \ln 10 > \ln 4$, soit $x > \dfrac{\ln 4}{\ln 10}$.

Q9 ✔ Réponse E

$|u_n| = \dfrac{n + 2^n}{n2^{n+1}} = \dfrac{1}{2^{n+1}} + \dfrac{1}{2n} \to 0$, donc $u_n \to 0$.

Q10 ✔ Réponse A

$P(t) = 10e^{2t}$.
$10e^{2t} = 10^{21} \iff e^{2t} = 10^{20} \iff t = \dfrac{20 \ln 10}{2} = 10 \ln 10$.

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE DE FÈS · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie de Fès

Session 2010–2011

2010 Énoncé

Q1 Un sac contient 34 jetons, sur chacun est écrit une lettre de la phrase suivante : « GAGNER LA COUPE DU MONDE EN AFRIQUE DU SUD ». On tire 12 fois un jeton avec remise. La probabilité de former avec les lettres tirées la phrase : « ESPAGNE GAGNE » dans cet ordre est :

A $p = \dfrac{5^3.3^2.3^2}{34^{12}}$

B $p = \dfrac{5^3.3^4.2^3}{34^{12}}$

C $p = \dfrac{A_5^3.A_3^2.A_3^2}{A_{34}^{12}}$

D $p = \dfrac{A_5^3.A_3^2.A_3^2}{34^{12}}$

E $p = \dfrac{C_5^3.C_3^2.C_3^2}{C_{34}^{12}}$

Q2 La limite en $+\infty$ de la suite $\left(1+\dfrac{1}{\sqrt{n}}\right)^{-\sqrt{n}}$ est :

A e^{-1} B 0 C e D $+\infty$ E 1

Q3 La valeur du nombre complexe $\left(-1+i\sqrt{3}\right)^{2010}+\left(-1-i\sqrt{3}\right)^{2010}$ est :

A 2^{2009}

B $2\cos\left(\dfrac{4\pi}{3}\right)e^{\frac{i2\pi}{3}}$

C $2\cos\left(\dfrac{2\pi}{3}\right)e^{\frac{i4\pi}{3}}$

D $2i\sin\left(\dfrac{2\pi}{3}\right)e^{\frac{i4\pi}{3}}$

E 2^{2011}

Q4 La limite en $+\infty$ de la fonction : $f(x)=\exp\left(x+x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right)\right)$ est :

A $l=1$ B n'existe pas

C $l=0$ D $l=-1$

E $l=+\infty$

Q5 L'ensemble des points M de l'espace tels que $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=0$ est :

A une droite

B un cercle

C une sphère

D un demi-cercle

E un plan

Q6 La dérivée de la fonction $g(x)=\ln\left(\sqrt[3]{x}\right)$ sur $]0,+\infty[$ est :

A $g'(x)=\dfrac{1}{3x}$ B $g'(x)=\dfrac{\sqrt[3]{x}}{3x}$

C $g'(x)=\dfrac{x}{\sqrt[3]{x}}$ D $g'(x)=\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}$

E $g'(x)=\dfrac{1}{x.\sqrt[3]{x}}$

Q7 La valeur de l'intégrale $J=\displaystyle\int_1^e \frac{\ln^n(x)}{x}\,dx$ est :

A $J=\dfrac{1}{n+1}$ B $J=\dfrac{e}{n+1}$

C $J=\dfrac{2e}{n+1}$ D $J=\dfrac{2e}{n}$

E $J=\dfrac{1}{n}$

Q8 L'ensemble des solutions de l'inéquation :

$$\left(\frac{1}{3}\right)^x \geq 2$$

est :

A $S=\left]-\infty,\dfrac{-\ln 2}{\ln 3}\right]$

B $S=\left]-\infty,\dfrac{\ln 3}{\ln 2}\right]$

C $S=\left[\dfrac{\ln 3}{\ln 2},+\infty\right[$

D $S=\left[\dfrac{\ln 2}{\ln 3},+\infty\right[$

E $\varnothing$

Q9 La valeur de la somme $S_n=\displaystyle\sum_{k=1}^{n} kC_n^k$ est :

A $S_n=n2^{n-1}$

B $S_n=(n-1)2^n$

C $S_n=n2^n$

D $S_n=2^n$

E $S_n=n3^{n-1}$

Q10 Soit i le nombre imaginaire. La valeur de la somme $S=\displaystyle\sum_{k=0}^{2011}(i)^k$ est :

A $S=0$ B $S=\dfrac{2}{1-i}$

C $S=\dfrac{2i}{1-i}$ D $S=\dfrac{-2i}{1-i}$

E $S=\dfrac{1+i}{1-i}$

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE DE FÈS · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie de Fès

Session 2010–2011

2010

Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
B	A	E	E	C	A	A	A	A	A

Q1 ✔ Réponse B

Dans la phrase (34 lettres) : E apparaît 5 fois, A 3 fois, N 3 fois, G 2 fois, S et P 1 fois chacun.
« ESPAGNE GAGNE » contient E (3 fois), S, P, A (2 fois), G (3 fois) et N (2 fois). Les tirages sont indépendants (avec remise), donc

$$p = \frac{5^3 \times 1 \times 1 \times 3^2 \times 2^3 \times 3^2}{34^{12}} = \frac{5^3 \cdot 3^4 \cdot 2^3}{34^{12}}.$$

Q2 ✔ Réponse A

$-\sqrt{n}\ln\left(1+\frac{1}{\sqrt{n}}\right) = -\frac{\ln(1+h)}{h}$ avec $h = \frac{1}{\sqrt{n}} \to 0$: cette quantité tend vers -1, et la suite vers e^{-1}.

Q3 ✔ Réponse E

$-1+i\sqrt{3} = 2e^{2i\pi/3}$, donc $\left(-1+i\sqrt{3}\right)^{2010} = 2^{2010}e^{1340i\pi} = 2^{2010}$. Le second terme est le conjugué, égal lui aussi à 2^{2010}. La somme vaut 2^{2011}.

Q4 ✔ Réponse E

$x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right) \to 1$, donc l'exposant $x + x\ln\left(1+\frac{1}{x}\right)$ tend vers $+\infty$ et $f(x) \to +\infty$.

Q5 ✔ Réponse C

Avec I milieu de $[AB]$: $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB} = MI^2 - \frac{AB^2}{4}$. La condition donne $MI = \frac{AB}{2}$: c'est la sphère de diamètre $[AB]$ (pour $A \neq B$).

Q6 ✔ Réponse A

$g(x) = \frac{1}{3}\ln x$, donc $g'(x) = \frac{1}{3x}$.

Q7 ✔ Réponse A

Une primitive de $\frac{\ln^n x}{x}$ est $\frac{\ln^{n+1} x}{n+1}$, donc $J = \frac{1-0}{n+1} = \frac{1}{n+1}$.

Q8 ✔ Réponse A

En passant au logarithme : $-x\ln 3 \geq \ln 2 \iff x \leq -\frac{\ln 2}{\ln 3}$.

Q9 ✔ Réponse A

$kC_n^k = nC_{n-1}^{k-1}$, donc $S_n = n\sum_{j=0}^{n-1} C_{n-1}^j = n2^{n-1}$. (On peut aussi dériver $(1+x)^n = \sum C_n^k x^k$ et prendre $x = 1$.)

Q10 ✔ Réponse A

$S = \frac{1-i^{2012}}{1-i}$ et $i^{2012} = (i^4)^{503} = 1$, donc $S = 0$. (Les autres propositions sont non nulles.)

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE DE FÈS · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie de Fès

Session 2009–2010

2009 Énoncé

Q1 La dérivée de la fonction $f(x) = x^x$, $x > 0$ est :

A $f'(x) = (\ln x + 1)e^{x \ln x}$
B $f'(x) = e^{x \ln 2}(x \ln 2)$
C $f'(x) = x(x^{x-1})$
D $f'(x) = (1-x)x^{x-1}$
E $f'(x) = e^x + (1-x)e^{x-1}$

Q2 La limite de la fonction $f(x) = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ en $+\infty$ est :

A 1
B 0
C n'existe pas
D $+\infty$
E e

Q3 L'ensemble des points $M(Z)$ du plan complexe tels que : $\left|\frac{iZ+3}{Z-4}\right| = 1$ est :

A un cercle
B une droite
C une demi-droite
D un demi-cercle
E réunion de deux demi-droites

Q4 $l = \lim\limits_{n \to +\infty} \frac{n(-1)^n}{2n^2+1}$ est :

A $l = 1$
B l n'existe pas
C $l = 0$
D $l = -1$
E $l = +\infty$

Q5 La solution générale de l'équation différentielle $y'' = 2y'$ est :

A $y(x) = ae^x + be^{2x}$
B $y(x) = a + be^{2x}$
C $y(x) = ae^x + b$
D $y(x) = ae^x + be^{-2x}$
E $y(x) = a + be^{-2x}$

Q6 $L = \lim\limits_{n \to +\infty} \sum\limits_{k=2}^{n-1} \left(\frac{1}{3^k}\right)$ est :

A $L = 0$
B $L = \frac{1}{6}$
C $L = 1$
D $L = -1$
E $L = +\infty$

Q7 La valeur de l'intégrale $I = \int_2^e \frac{(\ln(\sqrt{x}))^2}{x}\,dx$ est :

A $I = \frac{1}{12}\left(1 + (\ln 2)^3\right)$
B $I = \frac{1}{12}\left(1 - (\ln 2)^3\right)$
C $I = \left(1 + (\ln 2)^3\right)$
D $I = \left(1 - (\ln 2)^3\right)$
E $I = \frac{1}{12}\left(1 + (\ln 2)^2\right)$

Q8 L'intersection de la sphère (S) de centre $I(1,1,0)$ et de rayon $R = 2$ avec le plan $(P) : 2x + 2y - z = 0$ est :

A un point
B un segment
C un cercle
D deux points
E l'ensemble vide

Q9 Le concours de la médecine pour l'année $2008 - 2009$ est composé de 4 épreuves : (E_1), (E_2), (E_3) et (E_4). La probabilité de passer chaque épreuve (E_i) est $\frac{1}{2^i}$. La probabilité de passer toutes les épreuves est :

A $p = \frac{1}{2^{10}}$
B $p = \frac{15}{2^4}$
C $p = 1$
D $p = 0$
E $p = \frac{1}{2}$

Q10 L'argument du nombre complexe $z = (\sqrt{3} - i)^{2009}$ est :

A $\beta = \pi$
B $\beta = \frac{-5\pi}{6}$
C $\beta = \frac{\pi}{6}$
D $\beta = \frac{5\pi}{6}$
E $\beta = -\pi$

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE DE FÈS · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie de Fès

Session 2009–2010

2009

Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
A	E	B	C	B	B	B	C	A	B

Q1 ✔ Réponse A

$f(x) = e^{x\ln x}$, donc $f'(x) = (x\ln x)'\,e^{x\ln x} = (\ln x + 1)e^{x\ln x}$.

Q2 ✔ Réponse E

$x\ln\left(1+\dfrac{1}{x}\right) \to 1$, donc $f(x) \to e$.

Q3 ✔ Réponse B

$iZ+3 = i(Z-3i)$, donc $|iZ+3| = |Z-3i|$. La condition s'écrit $|Z-3i| = |Z-4|$: M est équidistant des points d'affixes $3i$ et 4, c'est la médiatrice de ces deux points, une droite.

Q4 ✔ Réponse C

$\left|\dfrac{n(-1)^n}{2n^2+1}\right| = \dfrac{n}{2n^2+1} \leq \dfrac{1}{2n} \to 0 : l = 0.$

Q5 ✔ Réponse B

Équation caractéristique $r^2 - 2r = 0$, de racines 0 et 2 : $y(x) = a + be^{2x}$.

Q6 ✔ Réponse B

Somme géométrique de raison $\frac{1}{3}$ et de premier terme $\frac{1}{9}$: la limite vaut $\dfrac{1/9}{1-1/3} = \dfrac{1/9}{2/3} = \dfrac{1}{6}$.

Q7 ✔ Réponse B

$(\ln\sqrt{x})^2 = \dfrac{(\ln x)^2}{4}$, et une primitive de $\dfrac{(\ln x)^2}{4x}$ est $\dfrac{(\ln x)^3}{12}$. Donc $I = \dfrac{1-(\ln 2)^3}{12}$.

Q8 ✔ Réponse C

$d(I,(P)) = \dfrac{|2+2-0|}{\sqrt{4+4+1}} = \dfrac{4}{3} < 2 = R$: le plan coupe la sphère suivant un cercle.

Q9 ✔ Réponse A

En considérant les épreuves comme indépendantes : $p = \dfrac{1}{2}\times\dfrac{1}{4}\times\dfrac{1}{8}\times\dfrac{1}{16} = \dfrac{1}{2^{1+2+3+4}} = \dfrac{1}{2^{10}}$.

Q10 ✔ Réponse B

$\sqrt{3} - i = 2e^{-i\pi/6}$, donc $\arg z \equiv -\dfrac{2009\pi}{6}$. Comme $2009 = 12\times 167 + 5$, $-\dfrac{2009\pi}{6} = -334\pi - \dfrac{5\pi}{6} \equiv -\dfrac{5\pi}{6}\ [2\pi]$.

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE D'OUJDA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie d'Oujda

Session 2019–2020

2019

Énoncé

Q1 L'espace est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$. On considère le point $G(1,2,-1)$, la droite (Δ) : $x = y-1 = z+1$ et le plan (P) : $2x - y + z - 1 = 0$.

- **A** La droite (Δ) est contenue dans le plan (P)
- **B** La distance de G à (P) est 3
- **C** (Δ) et (P) sont orthogonaux
- **D** (Δ) et (P) sont parallèles
- **E** La distance de G à (Δ) est $\sqrt{\frac{2}{3}}$

Q2 (u_n) est une suite réelle définie par : $u_1 = 1$ et $u_{n+1} = \frac{2}{n}u_n$ pour $n \in \mathbb{N}^*$.

- **A** (u_n) est une suite géométrique de raison $\frac{2}{n}$
- **B** (u_n) est une suite croissante
- **C** (u_n) est une suite minorée par $\frac{1}{4}$
- **D** $\forall n \in \mathbb{N}^*$; $u_n = \frac{2^{n-1}}{(n-1)!}$
- **E** Les suggestions précédentes sont fausses

Q3 On pose $S = 327 + 338 + 349 + 360 + 371 + 382 + 393 + 404 + \cdots + 767$.

- **A** S est pair
- **B** $S = 22427$
- **C** $S = 22417$
- **D** $S > 22447$
- **E** $S < 22426$

Q4 On considère dans l'ensemble des nombres complexes le nombre $z = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$.

- **A** $z^2 = 1 + i$
- **B** $|z| = 2\cos\frac{5\pi}{8}$
- **C** $z^8 = -\left(2\cos\frac{5\pi}{8}\right)^8$
- **D** $z^8 = \left(2\cos\frac{5\pi}{8}\right)^8$
- **E** $\arg(z) \equiv \frac{3\pi}{4}\ [2\pi]$

Q5 On pose $u = \cos\left(\frac{2\pi}{7}\right) + i\sin\left(\frac{2\pi}{7}\right)$.

- **A** $1 + u = 2\overline{u}$
- **B** $1+u+u^2+u^3+u^4+u^5+u^6 = -1$
- **C** $1+u+u^2+u^3+u^4+u^5+u^6 = 2$
- **D** $\frac{1-u}{1+u}$ est un nombre réel
- **E** Les suggestions précédentes sont fausses

Q6 Un sac contient 3 boules blanches, 3 boules noires et 3 boules rouges indiscernables au toucher. On tire successivement avec remise 4 boules du sac. La probabilité d'avoir les trois couleurs est :

- **A** $\frac{4}{9}$
- **B** $\frac{1}{27}$
- **C** $\frac{1}{81}$
- **D** $\frac{4}{27}$
- **E** Les suggestions précédentes sont fausses

Q7 On considère l'équation différentielle suivante : $y'' - 6y' + 9y = 0$. La solution de cette équation qui vérifie $y(0) = 3$ et $y'(0) = 10$ est :

- **A** $y(x) = e^x(2x+3) + 5x$
- **B** $y(x) = e^{2x}(x+3) + x$
- **C** $y(x) = e^{3x}(3-x) + 2x$
- **D** $y(x) = e^{3x}(x+10) - 7$
- **E** $y(x) = e^{3x}(x+3)$

Q8 On pose : $I = \int_{\frac{1}{2}}^{1} (2x-1)^4\,\mathrm{d}x$;

$J = \int_1^e \frac{2}{x\,(2+\ln x)^3}\,\mathrm{d}x$;

$K = \int_0^{\pi} \cos(x)\sin(x)\cos(2x)\,\mathrm{d}x$.

- **A** $I = 1$
- **B** $J = \frac{7}{36}$
- **C** $K = 0$
- **D** $K = \frac{1}{2}$
- **E** Les suggestions précédentes sont fausses

Q9 On considère la fonction f définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par $f(x) = \sqrt{(1-x)\,(1-e^x)}$.

- **A** L'ensemble de définition de f est $]-\infty; 0]$
- **B** L'ensemble de définition de f est $\mathbb{R}$
- **C** f est croissante sur $]-\infty; 0[$
- **D** f est décroissante sur $]-\infty; 0[$
- **E** f est dérivable en 1 à droite

Q10 Le plan est rapporté à un repère orthonormé. La fonction f est définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{1-e^x}{1-\ln x}$.

- **A** La courbe de f présente une branche parabolique de direction l'axe des ordonnées au voisinage de $+\infty$
- **B** La fonction f est positive sur D_f
- **C** La pente de la tangente à la courbe en 1 est 1
- **D** La tangente à la courbe en 1 est parallèle à l'axe des abscisses
- **E** Les suggestions précédentes sont fausses

(On rappelle que $\ln$ désigne la fonction logarithme népérien et e sa base.)

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE D'OUJDA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie d'Oujda

Session 2019–2020

2019 Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
E	D	B	C	E	A	E	C	D	A

Q1 ✔ Réponse E

(Δ) passe par $A(0,1,-1)$ et a pour vecteur directeur $\vec{u}(1,1,1)$; (P) a pour vecteur normal $\vec{n}(2,-1,1)$.
- $\vec{u}\cdot\vec{n}=2\neq 0$: (Δ) n'est ni contenue dans (P) ni parallèle à (P) ; $\vec{u}$ et $\vec{n}$ ne sont pas colinéaires : pas orthogonaux.
- $d(G,(P))=\dfrac{|2-2-1-1|}{\sqrt{6}}=\dfrac{2}{\sqrt{6}}\neq 3$.
- $\overrightarrow{AG}(1,1,0)$ et $\overrightarrow{AG}\wedge\vec{u}=(1,-1,0)$, donc $d(G,(\Delta))=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\dfrac{2}{3}}$: E.

Q2 ✔ Réponse D

Par récurrence : $u_1=\dfrac{2^0}{0!}=1$, et si $u_n=\dfrac{2^{n-1}}{(n-1)!}$ alors $u_{n+1}=\dfrac{2}{n}\cdot\dfrac{2^{n-1}}{(n-1)!}=\dfrac{2^n}{n!}$: D est vraie.
A est fausse (la « raison » $\frac{2}{n}$ dépend de n), B aussi $(u_4=\frac{4}{3}<u_3=2)$, et C aussi : $u_n=\dfrac{2^{n-1}}{(n-1)!}\to 0$.

Q3 ✔ Réponse B

Les termes forment une suite arithmétique de raison 11 : de 327 à 767 il y a $\dfrac{767-327}{11}+1=41$ termes. Donc

$$S=\frac{41\times(327+767)}{2}=41\times 547=22427,$$

nombre impair : seule B est vraie.

Q4 ✔ Réponse C

$z=1-e^{i\pi/4}=e^{i\pi/8}\left(e^{-i\pi/8}-e^{i\pi/8}\right)=-2i\sin\dfrac{\pi}{8}\,e^{i\pi/8}=2\sin\dfrac{\pi}{8}\,e^{-3i\pi/8}$.
Donc $|z|=2\sin\dfrac{\pi}{8}>0$, alors que $2\cos\dfrac{5\pi}{8}=-2\sin\dfrac{\pi}{8}<0$ (B fausse), et $\arg z\equiv-\dfrac{3\pi}{8}$ (E fausse).
$z^8=\left(2\sin\frac{\pi}{8}\right)^8 e^{-3i\pi}=-\left(2\sin\frac{\pi}{8}\right)^8=-\left(2\cos\frac{5\pi}{8}\right)^8$ (puissance paire) : C. Enfin $z^2=1-\sqrt{2}+i(1-\sqrt{2})\neq 1+i$.

Q5 ✔ Réponse E

$u=e^{2i\pi/7}$ vérifie $u^7=1$ et $u\neq 1$, donc $1+u+\cdots+u^6=\dfrac{1-u^7}{1-u}=0$: B et C sont fausses.
$|1+u|=2\cos\dfrac{\pi}{7}\neq 2=|2\bar{u}|$: A est fausse. Enfin $\dfrac{1-u}{1+u}=\dfrac{-2i\sin\frac{\pi}{7}}{2\cos\frac{\pi}{7}}=-i\tan\dfrac{\pi}{7}$ est imaginaire pur non nul : D est fausse. Donc E.

Q6 ✔ Réponse A

À chaque tirage, chaque couleur a la probabilité $\frac{1}{3}$. On retire les cas où une couleur au moins manque (inclusion-exclusion) :

$$P=1-3\left(\frac{2}{3}\right)^4+3\left(\frac{1}{3}\right)^4=1-\frac{48}{81}+\frac{3}{81}=\frac{36}{81}=\frac{4}{9}.$$

Q7 ✔ Réponse E

L'équation caractéristique $r^2-6r+9=0$ a la racine double 3 : $y=(ax+b)e^{3x}$.
$y(0)=b=3$ et $y'(x)=(a+3ax+3b)e^{3x}$, donc $y'(0)=a+9=10$ et $a=1$: $y=(x+3)e^{3x}$.

Q8 ✔ Réponse C

- $I=\left[\dfrac{(2x-1)^5}{10}\right]_{1/2}^{1}=\dfrac{1}{10}$.
- Avec $u=2+\ln x$: $J=\displaystyle\int_2^3\frac{2}{u^3}\,du=\left[-\frac{1}{u^2}\right]_2^3=\frac{1}{4}-\frac{1}{9}=\frac{5}{36}$.
- $\cos x\sin x\cos 2x=\frac{1}{2}\sin 2x\cos 2x=\frac{1}{4}\sin 4x$, donc $K=\left[-\dfrac{\cos 4x}{16}\right]_0^{\pi}=0$: C.

Q9 ✔ Réponse D

$g(x)=(1-x)(1-e^x)\geq 0$ quand les deux facteurs ont le même signe : $x\leq 0$ ou $x\geq 1$. Donc $D_f=]-\infty;0]\cup[1;+\infty[$ (A et B fausses).
$g'(x)=-(1-e^x)-(1-x)e^x=xe^x-1<0$ pour $x<0$: g, donc $f=\sqrt{g}$, est décroissante sur $]-\infty;0[$ (D).
En 1 : $g(1)=0$ et $g'(1)=e-1>0$, donc $\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}=\dfrac{\sqrt{g(x)}}{x-1}\to+\infty$ quand $x\to 1^+$: pas dérivable (E fausse).

Q10 ✔ Réponse A

$D_f=]0,e[\cup]e,+\infty[$. En $+\infty$: $\dfrac{f(x)}{x}=\dfrac{e^x-1}{x(\ln x-1)}\to+\infty$ (croissances comparées), et $f(x)\to+\infty$: branche parabolique de direction (Oy) (A).
Sur $]0,e[$, $1-e^x<0$ et $1-\ln x>0$: $f<0$ (B fausse). Enfin

$$f'(1)=\frac{-e(1-\ln 1)+(1-e)\cdot 1}{(1-\ln 1)^2}=1-2e,$$

ni 1 ni 0 : C et D sont fausses.

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE D'OUJDA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie d'Oujda

Session 2017–2018

2017 Énoncé

Q1 On pose : $A = 1+\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)+\cos\left(\frac{2\pi}{5}\right)+\cdots+\cos\left(\frac{9\pi}{5}\right)$ et $B = \sin\left(\frac{\pi}{5}\right)+\sin\left(\frac{2\pi}{5}\right)+\cdots+\sin\left(\frac{9\pi}{5}\right)$. On considère le nombre complexe $z = A + iB$. Le nombre complexe z est égal à :

A $z = 0$ B $z = -2i$
C $z = \frac{1}{2}$ D $z = 2i$
E Toutes les réponses proposées sont fausses

Q2 Soit la fonction numérique f définie pour la variable réelle x par : $f(x) = 2\ln\left(x^2 - 2x + 2\right)$.

A Le domaine de définition de f est : $D_f = \mathbb{R}^+$
B $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$
C $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x} = 0$
D $f''(x) = \dfrac{x(4-x)}{\left((x-1)^2+1\right)^2}$
E $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = \ln 2$

Q3 On considère $I = \int_0^1 5e^t\cos(2t)\,\mathrm{d}t$ et $J = 5\int_0^1 e^t\sin(2t)\,\mathrm{d}t$.

A $2J - I = e\cos(2) - 1$
B $2I + J = 1 - e\sin(2)$
C $J = 2 + e\sin(2) - 2e\cos(2)$
D $I = 2 + e\cos(2) - 2\sin(2)$
E Toutes les propositions sont fausses

Q4 Si une fonction f est définie en un point a, alors nécessairement :

A f est continue en a
B $\ln(f)$ est définie en a
C $\dfrac{1}{f}$ est définie en a
D $\dfrac{1}{e^f}$ est définie en a
E Toutes les propositions sont fausses

Q5 Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O;\vec{u},\vec{v})$. On considère les points A et B d'affixes respectives $z_A = 1$ et $z_B = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$. Soit C le symétrique de B par rapport à l'axe des abscisses.

A L'affixe z_C du point C est $z_C = \dfrac{1}{2} - \dfrac{\sqrt{3}}{2}i$
B Le triangle ABC est équilatéral
C Le module $|z_B - z_A| = \sqrt{2}$
D Le triangle ABC est isocèle
E L'affixe z_C du point C est $z_C = -\dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}i$

Q6 Choisir la bonne réponse :

A La solution de l'équation différentielle $y'' - 2y' - 8y = 0$ avec $y(0) = 1$ et $y'(0) = 2$ est $y = e^{-2x} + 2e^{4x}$
B Le nombre $\left(e^{i\theta}\right)^m$ avec $m \in \mathbb{N}$ et $\theta \in \mathbb{R}$ est égal à : $\cos(\theta^m) + i\sin(\theta^m)$
C Le nombre $\left(e^{i\theta}\right)^m$ avec $m \in \mathbb{N}$ et $\theta \in \mathbb{R}$ est égal à : $m(\cos\theta + i\sin\theta)$
D L'ensemble des points $M(x,y,z)$ de l'espace tels que $x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z+3 = 0$ est une sphère
E L'ensemble des points $M(x,y,z)$ de l'espace tels que $x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z+3 = 0$ est un ensemble vide

Q7 On considère la fonction f_n définie par : pour tout réel $x \in [0;+\infty[$, $f_n(x) = nxe^{-nx}$ avec n un entier supérieur ou égal à 1 ($n \geq 1$). On note C_n la courbe représentative de f_n dans le plan rapporté à un repère orthogonal $(O;\vec{i},\vec{j})$.

A $\lim\limits_{x\to+\infty} f_n(x) = +\infty$
B $\lim\limits_{x\to+\infty} f_n(x) = -\infty$
C $\lim\limits_{x\to+\infty} f_n(x) = n$
D $f_n'(x) = ne^{-nx}(nx-1)$
E Toutes les propositions sont fausses

Q8 On prend les mêmes données de la question précédente.

A La courbe C_n admet l'asymptote d'équation $y = 1$
B La courbe C_n admet l'asymptote d'équation $y = e$
C f_n présente un maximum au point de coordonnées $\left(\frac{1}{e};\frac{1}{n}\right)$
D f_n présente un maximum au point de coordonnées $\left(\frac{1}{n};\frac{1}{e}\right)$
E f_n présente un maximum au point de coordonnées $\left(\frac{1}{e};-\frac{1}{n}\right)$

Q9 On prend les mêmes données de la question 7. On note C_1 et C_2 les courbes représentatives de f_1 et f_2 (pour $n = 1$ et $n = 2$).

A Les deux courbes C_1 et C_2 se coupent en deux points P et Q d'abscisses respectives $p = e^2$ et $q = \ln 4$
B Dans l'intervalle $]\ln 2, +\infty[$, C_2 est en dessous de C_1
C Les deux courbes C_1 et C_2 ne se coupent pas
D Dans l'intervalle $]0, \ln 2[$, C_2 est en dessous de C_1
E Les deux courbes C_1 et C_2 se coupent en deux points P et Q d'abscisses respectives $p = e^2$ et $q = e$

Q10 On prend les mêmes données de la question 7. L'aire du domaine compris entre C_1, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = \ln 2$ est :

A $\frac{1}{2}(\ln 2 - 1)$ B $\ln 2 - 1$
C $1 - \ln 2$ D $\dfrac{\ln 2}{2}$
E Toutes les réponses proposées sont fausses

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE D'OUJDA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie d'Oujda

Session 2017–2018

2017

Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
A	C	C	D	B	D	E	D	B	E

Q1 ✔ Réponse A

Avec $\omega = e^{i\pi/5}$: $z = \sum_{k=0}^{9} \omega^k = \dfrac{1-\omega^{10}}{1-\omega} = \dfrac{1-e^{2i\pi}}{1-\omega} = 0$ (car $\omega \neq 1$).

Q2 ✔ Réponse C

$x^2-2x+2 = (x-1)^2+1 > 0$: $D_f = \mathbb{R}$ (A fausse). $f(x) \to +\infty$ en $+\infty$ (B fausse), mais $\dfrac{f(x)}{x} = \dfrac{2\ln(x^2-2x+2)}{x} \to 0$ (croissances comparées) : C.

$f'(x) = \dfrac{4(x-1)}{(x-1)^2+1}$ et $f''(x) = \dfrac{4\left(1-(x-1)^2\right)}{\left((x-1)^2+1\right)^2} = \dfrac{4x(2-x)}{\left((x-1)^2+1\right)^2}$ (D fausse). Enfin $f(0) = 2\ln 2$ (E fausse).

Q3 ✔ Réponse C

$I + iJ = 5\displaystyle\int_0^1 e^{(1+2i)t}\,dt = \dfrac{5\left(e^{1+2i}-1\right)}{1+2i} = \left(e^{1+2i}-1\right)(1-2i)$.

Avec $e^{1+2i}-1 = (e\cos 2 - 1) + ie\sin 2$:

$$I = e\cos 2 - 1 + 2e\sin 2, \qquad J = e\sin 2 - 2e\cos 2 + 2.$$

C est vraie. On vérifie que les autres sont fausses : $2J - I = 5 - 5e\cos 2$ et $2I + J = 5e\sin 2$.

Q4 ✔ Réponse D

$e^{f(a)}$ existe et est strictement positif, donc $\dfrac{1}{e^{f(a)}}$ est toujours défini : D.

Les autres ne sont pas automatiques : f peut être discontinue en a, et si $f(a) \leq 0$ (ou $f(a) = 0$), $\ln f$ (ou $\frac{1}{f}$) n'est pas défini en a.

Q5 ✔ Réponse B

$z_C = \bar{z}_B = -\dfrac{1}{2} - \dfrac{\sqrt{3}}{2}i$ (A et E fausses). 1, $e^{2i\pi/3}$ et $e^{-2i\pi/3}$ sont les racines cubiques de l'unité : ABC est équilatéral, de côté $|z_B - z_A| = \left|-\dfrac{3}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}i\right| = \sqrt{3}$ (C fausse).

Remarque : un triangle équilatéral est aussi isocèle, donc D est vraie elle aussi.

Remarque : B (triangle équilatéral) est la réponse visée, mais D (triangle isocèle) est vraie aussi puisqu'un triangle équilatéral est isocèle. À trancher par le professeur (garder B ou retirer la question).

Q6 ✔ Réponse D

$x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z+3 = (x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2-3$: l'ensemble est la sphère de centre $(1,-2,-1)$ et de rayon $\sqrt{3}$ (D, et E fausse).

A est fausse : la fonction proposée vaut 3 en 0 (la bonne solution est $\frac{2}{3}e^{4x} + \frac{1}{3}e^{-2x}$). B et C sont fausses : $(e^{i\theta})^m = \cos(m\theta) + i\sin(m\theta)$.

Q7 ✔ Réponse E

$f_n(x) = \dfrac{nx}{e^{nx}} \to 0$ en $+\infty$: A, B et C sont fausses.

$f_n'(x) = ne^{-nx} - n^2xe^{-nx} = ne^{-nx}(1-nx)$: D a le signe inversé. Donc E.

Q8 ✔ Réponse D

$f_n'(x) = ne^{-nx}(1-nx)$ est positive puis négative : maximum en $x = \dfrac{1}{n}$, de valeur $f_n\left(\frac{1}{n}\right) = e^{-1} = \dfrac{1}{e}$. L'asymptote en $+\infty$ est $y = 0$ (A et B fausses).

Q9 ✔ Réponse B

$f_2(x) - f_1(x) = 2xe^{-2x} - xe^{-x} = xe^{-2x}\left(2 - e^{x}\right)$.

Les courbes se coupent en $x = 0$ et $x = \ln 2$ (A, C, E fausses). Sur $]0, \ln 2[$, $2 - e^x > 0$: C_2 est au-dessus (D fausse) ; sur $]\ln 2, +\infty[$, $2 - e^x < 0$: C_2 est en dessous de C_1 (B).

Q10 ✔ Réponse E

$f_1(x) = xe^{-x} \geq 0$ et une primitive est $-(x+1)e^{-x}$:

$$\int_0^{\ln 2} xe^{-x}\,dx = 1 - \frac{\ln 2 + 1}{2} = \frac{1 - \ln 2}{2} \approx 0{,}153.$$

Cette valeur n'est pas proposée ($\frac{1}{2}(\ln 2 - 1)$ est son opposé) : E.

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE D'OUJDA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie d'Oujda

Session 2016–2017

2016

Énoncé

Q1 Soit $n \in \mathbb{N}^*$. On considère la suite (V_n) définie par :

$$V_n = \sin\left(\frac{\pi}{n}\right) + \sin\left(\frac{2\pi}{n}\right) + \cdots + \sin\left(\frac{n-1}{n}\pi\right).$$

On considère le nombre complexe z tel que : $z = \cos\left(\frac{\pi}{n}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{n}\right)$.

- **A** $V = 1 + z + z^2 + \cdots + z^{n-1} = 1 + i\tan\left(\frac{\pi}{2n}\right)$
- **B** $V = 1 + z + z^2 + \cdots + z^{n-1} = 1 + i\cos\left(\frac{\pi}{2n}\right)$
- **C** $V_n = \dfrac{1}{\tan\left(\frac{\pi}{2n}\right)}$
- **D** $V_n = \tan\left(\frac{\pi}{2n}\right)$
- **E** $\lim\limits_{n\to+\infty} \dfrac{V_n}{n} = 0$

Q2 Soit $S_n = \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{1}{k(k+1)}$. On pose $S = \sum\limits_{n\geq 1} \dfrac{1}{n(n+1)}$.

- **A** $S_n = 1 + \dfrac{1}{n+1}$
- **B** S est divergente
- **C** S est convergente et sa somme est égale à 1
- **D** S est convergente et sa somme est égale à n
- **E** Toutes les réponses proposées sont fausses

Q3 On considère la suite numérique définie par : $u_0 = e^2 - 1$ et $u_{n+1} = (1 + u_n)e^{-2} - 1$ avec n un entier naturel. On pose $V_n = 3(1 + u_n)$.

- **A** (u_n) est croissante
- **B** (V_n) est une suite arithmétique
- **C** $u_n = e^{2n+2} - 1$
- **D** $\lim\limits_{n\to+\infty} V_n = -1$
- **E** $\ln V_0 + \ln V_1 + \cdots + \ln V_n = (n+1)(2 - n + \ln 3)$

Q4 On considère la fonction f : $f(x) = x - \dfrac{1 - 2\ln(1+x)}{x+1}$ et C_f la courbe qui la représente dans un repère orthonormé $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

- **A** Le domaine de définition de f est $[-1; +\infty[$
- **B** $\lim\limits_{x\to-1^+} f(x) = +\infty$
- **C** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +1$
- **D** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -1$
- **E** $f'(x) = \dfrac{x^2 + 2x + 4 - 2\ln(x+1)}{(x+1)^2}$

Q5 On prend les mêmes données de la question précédente.

- **A** La solution de l'équation $f(x) = x$ est $x = 1 - \sqrt{e}$
- **B** Dans le domaine $]-1; -1+\sqrt{e}]$; $f(x) - x \geq 0$
- **C** Dans le domaine $[\sqrt{e} - 1; +\infty[$; $f(x) - x \leq 0$
- **D** La droite d'équation $y = x + \dfrac{2}{\sqrt{e^3}}$ est tangente à la courbe C_f au point d'abscisse $x_0 = \sqrt{e^3} - 1$
- **E** Toutes les réponses proposées sont fausses

Q6 Dans un repère orthonormé direct $(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$, on considère les points : $A(-1, 2, 0)$, $B(3, 0, 4)$ et $C(-2, 1, 2)$.

- **A** La surface du triangle ABC est $5\sqrt{2}$
- **B** La surface du triangle ABC est $5\sqrt{3}$
- **C** La hauteur passant par le point A dans le triangle ABC est $\sqrt{5}$
- **D** La hauteur passant par A dans le triangle ABC est $\sqrt{6}$
- **E** Les points A, B et C sont alignés

Q7 Choisir la réponse juste :

- **A** Le périmètre d'un cercle de rayon R est πR
- **B** Le nombre complexe $e^{i\frac{\pi}{4}} + e^{i\frac{3\pi}{4}}$ est égal à $i\dfrac{\sqrt{2}}{2}$
- **C** On peut choisir un jury de 5 personnes parmi 9 personnes de 256 façons possibles
- **D** L'hectare est une unité de longueur
- **E** Toutes les propositions sont fausses

Q8 Soit $I = 2\displaystyle\int_0^{-a} \left(\tan^3(x) + \tan x\right) \mathrm{d}x$ et $J = \displaystyle\int_0^{-a} \cos^3(2t)\,\mathrm{d}t$.

- **A** $I = 1 - \dfrac{1}{\cos^2 a}$
- **B** $I = 2 - \dfrac{1}{\cos^2 a}$
- **C** $J = \sin a \cdot \left(\dfrac{\cos a \, \sin^2 2a}{3} + \cos a\right)$
- **D** $J = \dfrac{\sin a}{2} \cdot \left(\dfrac{\cos a \, \sin^2 2a}{3} + \cos a\right)$
- **E** Toutes les réponses proposées sont fausses

Q9 Soit $I_n = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^n \cos x \,\mathrm{d}x$ avec $n \in \mathbb{N}$.

- **A** $I_0 = -1$
- **B** $I_1 = \dfrac{\pi}{2}$
- **C** $I_{n+2} = \left(\dfrac{\pi}{2}\right)^{n+1} + (n+1)I_n$
- **D** $I_{n+2} = \left(\dfrac{\pi}{2}\right)^{n+2} - (n+1)(n+2)I_n$
- **E** $I_2 = 2 - \dfrac{\pi^2}{4}$

Q10 Choisir l'affirmation juste :

- **A** $\cos^2\dfrac{3\pi}{12} + \cos^2\dfrac{5\pi}{12} + \cos^2\dfrac{9\pi}{12} + \cos^2\dfrac{11\pi}{12} = 3$
- **B** Le point $I(2, 0)$ est le centre de symétrie de la courbe représentant la fonction : $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$
- **C** $\sqrt{1 - \sin 2x} = \cos 2x$
- **D** La période de la fonction $f(x) = 1 - 8\cos x - 4\cos 2x$ est π
- **E** La propriété suivante est fausse : $(g \circ f)' = f' \cdot g'(f)$

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE D'OUJDA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie d'Oujda

Session 2016–2017

2016

Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
C	C	E	E	D	D	E	E	D	B

Q1 ✔ Réponse C

$z = e^{i\pi/n}$ et $z^n = -1$, donc

$$\begin{aligned} 1 + z + \cdots + z^{n-1} &= \frac{1 - z^n}{1 - z} \\ &= \frac{2}{1 - e^{i\pi/n}} \\ &= \frac{2}{-2i \sin\frac{\pi}{2n}\, e^{i\pi/(2n)}} \\ &= 1 + \frac{i}{\tan\frac{\pi}{2n}}. \end{aligned}$$

A et B sont fausses. V_n est la partie imaginaire de cette somme : $V_n = \dfrac{1}{\tan\frac{\pi}{2n}}$ (C). Enfin $\dfrac{V_n}{n} \sim \dfrac{2n/\pi}{n} \to \dfrac{2}{\pi} \neq 0$.

Q2 ✔ Réponse C

$\dfrac{1}{k(k+1)} = \dfrac{1}{k} - \dfrac{1}{k+1}$: la somme télescope,

$S_n = 1 - \dfrac{1}{n+1} \to 1$. La série converge et sa somme vaut 1.

Q3 ✔ Réponse E

$1 + u_{n+1} = e^{-2}(1 + u_n) : 1 + u_n = e^2 \cdot e^{-2n}$, donc $u_n = e^{2-2n} - 1$ (décroissante ; A et C fausses) et $V_n = 3e^{2-2n}$, géométrique de limite 0 (B et D fausses).

$\ln V_k = \ln 3 + 2 - 2k$, d'où

$\displaystyle\sum_{k=0}^{n} \ln V_k = (n+1)(\ln 3 + 2) - n(n+1) = (n+1)(2 - n + \ln 3)$: E.

Q4 ✔ Réponse E

$D_f =]-1; +\infty[$ (A fausse). En -1^+ : $1 - 2\ln(1+x) \to +\infty$ et $x + 1 \to 0^+$, donc $f(x) \to -\infty$ (B fausse). En $+\infty$:

$\dfrac{1 - 2\ln(1+x)}{x+1} \to 0$, donc $f(x) \to +\infty$ (C et D fausses).

$\left(\dfrac{1 - 2\ln(1+x)}{x+1}\right)' = \dfrac{-2 - 1 + 2\ln(1+x)}{(x+1)^2}$, donc

$$f'(x) = 1 - \frac{2\ln(1+x) - 3}{(x+1)^2} = \frac{x^2 + 2x + 4 - 2\ln(x+1)}{(x+1)^2}.$$

Q5 ✔ Réponse D

$f(x) - x = \dfrac{2\ln(1+x) - 1}{x+1}$: elle s'annule pour $x = \sqrt{e} - 1$ (A fausse), est ≤ 0 sur $]-1; \sqrt{e} - 1]$ (B fausse) et ≥ 0 ensuite (C fausse).

En $x_0 = \sqrt{e^3} - 1$: $\ln(1 + x_0) = \frac{3}{2}$, donc

$f'(x_0) = 1 - \dfrac{3-3}{(x_0+1)^2} = 1$ et $f(x_0) = x_0 - \dfrac{1-3}{\sqrt{e^3}} = x_0 + \dfrac{2}{\sqrt{e^3}}$.

La tangente est $y = x + \dfrac{2}{\sqrt{e^3}}$: D.

Q6 ✔ Réponse D

$\overrightarrow{AB}(4,-2,4)$ et $\overrightarrow{AC}(-1,-1,2)$: $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = (0,-12,-6)$, de norme $6\sqrt{5} \neq 0$ (non alignés). L'aire vaut $3\sqrt{5}$ (A et B fausses).

$BC = \|(-5,1,-2)\| = \sqrt{30}$, donc la hauteur issue de A vaut $\dfrac{2 \times 3\sqrt{5}}{\sqrt{30}} = \dfrac{6}{\sqrt{6}} = \sqrt{6}$: D.

Q7 ✔ Réponse E

- A : le périmètre vaut $2\pi R$.
- B : $e^{i\pi/4} + e^{3i\pi/4} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right) + \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + i\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = i\sqrt{2}$.
- C : $\binom{9}{5} = 126$.
- D : l'hectare est une unité d'aire.

Toutes sont fausses : E.

Q8 ✔ Réponse E

$\tan^3 x + \tan x = \tan x(1 + \tan^2 x)$, dont une primitive est $\dfrac{\tan^2 x}{2}$: $I = \tan^2(-a) = \tan^2 a = \dfrac{1}{\cos^2 a} - 1$. A en est l'opposé et B vaut $1 - \tan^2 a$: fausses.

$\cos^3 u = \cos u\,(1 - \sin^2 u)$, donc

$$J = \frac{1}{2}\left[\sin 2t - \frac{\sin^3 2t}{3}\right]_0^{-a} = -\frac{\sin 2a}{2}\left(1 - \frac{\sin^2 2a}{3}\right).$$

C vaut $\dfrac{\sin 2a}{2}\left(1 + \dfrac{\sin^2 2a}{3}\right)$ et D la moitié de C : aucune n'est égale à J (par exemple pour $a = \frac{\pi}{4}$, $J = -\frac{1}{3}$, C $= \frac{2}{3}$, D $= \frac{1}{3}$).

Donc E.

Q9 ✔ Réponse D

Deux intégrations par parties :

$$\begin{aligned} I_{n+2} &= \left[x^{n+2} \sin x\right]_0^{\pi/2} - (n+2)\int_0^{\pi/2} x^{n+1} \sin x\, dx \\ &= \left(\frac{\pi}{2}\right)^{n+2} - (n+2)(n+1)I_n, \end{aligned}$$

car

$$\int_0^{\pi/2} x^{n+1} \sin x\, dx = \left[-x^{n+1}\cos x\right]_0^{\pi/2} + (n+1)I_n = (n+1)I_n.$$

D est vraie.

$I_0 = 1$, $I_1 = \frac{\pi}{2} - 1$ et $I_2 = \frac{\pi^2}{4} - 2$: A, B, E sont fausses.

Q10 ✔ Réponse B

B : en développant, $f(2+h) = h^3 - 3h$, fonction impaire de h. Donc $f(2-h) = -f(2+h)$: le point $I(2,0)$ est centre de symétrie de la courbe.

- A : $\cos^2\frac{\pi}{4} + \cos^2\frac{3\pi}{4} = 1$ et $\cos^2\frac{5\pi}{12} + \cos^2\frac{11\pi}{12} = \sin^2\frac{\pi}{12} + \cos^2\frac{\pi}{12} = 1$: la somme vaut 2.
- C : $\sqrt{1 - \sin 2x} = |\cos x - \sin x|$, différent de $\cos 2x$ en général.
- D : la période est 2π (à cause de $\cos x$).
- E : la formule $(g \circ f)' = f' \cdot g' \circ f$ est vraie.

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE D'OUJDA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie d'Oujda

Session 2015–2016

2015

Énoncé

Q1 On considère le nombre complexe $z = \dfrac{\sqrt{3}-i}{1-i}$.

- **A** $z = \dfrac{\sqrt{3}+1}{2} - \dfrac{\sqrt{3}-1}{2}i$
- **B** $z = \sqrt{2}\left(\cos\left(\dfrac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\dfrac{\pi}{6}\right)\right)$
- **C** $z = \dfrac{\sqrt{3}-1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}+1}{2}i$
- **D** $\sin\left(\dfrac{\pi}{12}\right) = \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$
- **E** $z = \sqrt{2}\left(\cos\left(\dfrac{5\pi}{4}\right) + i\sin\left(\dfrac{5\pi}{4}\right)\right)$

Q2 On considère la suite complexe définie par :

$$u_0 = 1 \quad \text{et} \quad u_{n+1} = \left(\frac{1+i\sqrt{3}}{4}\right) u_n$$

$(\forall n \in \mathbb{N})$.

- **A** $u_4 = \dfrac{1}{32}\left(1+i\sqrt{3}\right)$
- **B** $|u_n| = 2^n$
- **C** $\lim\limits_{n\to+\infty} |u_n| = 2$
- **D** u_n est réel si et seulement si $n = 3k+1$ avec $k \in \mathbb{N}$
- **E** Toutes les réponses proposées sont fausses

Q3 On considère les suites suivantes : $u_n = \sum\limits_{p=0}^{n-1} \dfrac{2}{3^p}$ et $V_n = -5\left(\sqrt{2}\right)^n$.

- **A** $u_n = 2\left(1-3^n\right)$
- **B** $\lim\limits_{n\to+\infty} V_n = 0$
- **C** $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 3$
- **D** $\lim\limits_{n\to+\infty} V_n = -5$
- **E** $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$

Q4 Une étude sur la fréquentation d'un stade de sport a permis de constater que pour chaque année un taux de réabonnement de 80 % ainsi que l'apparition de 4000 nouveaux abonnés. On note V_n le nombre d'abonnés à la fin de la n-ième année et on a $V_0 = 7000$. On pose $u_n = 2\cdot 10^4 - V_n$.

- **A** $V_{n+1} = 11000 + 0{,}8\,V_n$
- **B** $V_{n+1} = 7000 + 0{,}8\,V_n$
- **C** (u_n) est une suite arithmétique
- **D** $u_n = 13000\cdot(0{,}8)^n$
- **E** $u_n = 13000\cdot(0{,}8)^{n+1}$

Q5 On considère la fonction numérique définie pour tout x réel par : $g(x) = \dfrac{x}{2}\sqrt{x^2+4} + \dfrac{x^2}{2}$.

- **A** Le domaine de définition de g est $D_g =]-\infty;-2] \cup [2;+\infty[$
- **B** Dans un intervalle déterminé, $g^{-1}(x) = \dfrac{x}{2\sqrt{x+1}}$
- **C** $\left(g^{-1}\right)'(0) = 1$
- **D** $g'(0) = 0$
- **E** $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x) = 2$

Q6

- **A** Le volume d'un cube dont la diagonale d'une face mesure $4\sqrt{2}$ cm est 8 cm^3
- **B** Il faut multiplier par $\sqrt[3]{3}$ le rayon d'une sphère pour tripler son volume
- **C** Si $x^2+y^2 = 208$ et $xy = 58$, alors $x+y = 16$
- **D** Le produit de 3 entiers consécutifs est 990. La somme des deux plus petits est alors de 21
- **E** Toutes les affirmations proposées sont fausses

Q7 Soit la fonction f définie dans $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2x + \sin(2x)$ et C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

- **A** La fonction f est paire
- **B** Le point O n'est pas le centre de symétrie de C_f
- **C** C_f est au-dessus de la droite d'équation $y = 2x+1$
- **D** La période de f est π
- **E** $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{f(x)}{x} = 4$

Q8 On considère la fonction numérique $f(x) = 2\dfrac{\sqrt{\ln(1-x)}}{1-x}$ et

$I_n = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-nx}\sin x\,\mathrm{d}x$ et

$J_n = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-nx}\cos x\,\mathrm{d}x$.

- **A** $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 2$
- **B** Pour $x = -\sqrt{e}$; $f'(x) = 0$
- **C** $J_n - nI_n = e^{n\frac{\pi}{2}}$
- **D** $I_n = \dfrac{1-ne^{-n\frac{\pi}{2}}}{n^2+1}$
- **E** $J_n = \dfrac{1+ne^{-n\frac{\pi}{2}}}{n^2+1}$

Q9 Soit $I = \displaystyle\int_0^a \frac{\cos x}{1+2\sin x}\,\mathrm{d}x$ et

$J = \displaystyle\int_0^a \frac{\sin 2x}{1+2\sin x}\,\mathrm{d}x$.

- **A** $I = 1 - \ln(1-\sin a)$
- **B** $I = 1 - \ln(1-2\sin a)$
- **C** $J = \sin a + \ln(1+2\sin a)$
- **D** $J = \sin a + \ln\dfrac{1}{\sqrt{1+2\sin a}}$
- **E** Toutes les réponses proposées sont fausses

Q10 Soit $I_n = \displaystyle\int_0^a x^n e^{-x}\,\mathrm{d}x$ $(n \geq 1)$.

- **A** $I_1 = 1 + \dfrac{a+1}{e^a}$
- **B** La suite (I_n) est croissante (avec $a = 1$)
- **C** $\lim\limits_{x\to-\infty} I_n = +\infty$ (avec $a = 1$)
- **D** $I_n = nI_{n-1} + a^n e^{-a}$
- **E** Toutes les réponses proposées sont fausses

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE D'OUJDA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie d'Oujda

Session 2015–2016

2015

Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
D	E	C	D	C	B	E	D	D	E

Q1 ✔ Réponse D

$z = \dfrac{(\sqrt{3}-i)(1+i)}{2} = \dfrac{\sqrt{3}+1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}-1}{2}i$ (A et C fausses).

Sous forme exponentielle : $z = \dfrac{2e^{-i\pi/6}}{\sqrt{2}\,e^{-i\pi/4}} = \sqrt{2}\,e^{i\pi/12}$ (B et E fausses). En identifiant les parties imaginaires : $\sqrt{2}\sin\dfrac{\pi}{12} = \dfrac{\sqrt{3}-1}{2}$, d'où $\sin\dfrac{\pi}{12} = \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$: D.

Q2 ✔ Réponse E

$\dfrac{1+i\sqrt{3}}{4} = \dfrac{1}{2}e^{i\pi/3}$, donc $u_n = \dfrac{1}{2^n}e^{in\pi/3}$.

- $u_4 = \dfrac{1}{16}e^{4i\pi/3} = -\dfrac{1}{32}\left(1+i\sqrt{3}\right)$: A a le mauvais signe.
- $|u_n| = 2^{-n} \to 0$: B et C fausses.
- u_n est réel si et seulement si $\frac{n\pi}{3} \equiv 0\ [\pi]$, c'est-à-dire $n = 3k$: D fausse.

Donc E.

Q3 ✔ Réponse C

$u_n = 2\cdot\dfrac{1-(1/3)^n}{1-1/3} = 3\left(1-\dfrac{1}{3^n}\right) \to 3$: C (A et E fausses).

$V_n = -5(\sqrt{2})^n \to -\infty$: B et D fausses.

Q4 ✔ Réponse D

$V_{n+1} = 0{,}8\,V_n + 4000$ (A et B fausses). Alors $u_{n+1} = 20000 - 0{,}8V_n - 4000 = 0{,}8(20000 - V_n) = 0{,}8\,u_n$: (u_n) est géométrique (C fausse), de premier terme $u_0 = 13000$, donc $u_n = 13000\times 0{,}8^n$: D.

Q5 ✔ Réponse C

$D_g = \mathbb{R}$ (A fausse). $g'(x) = \dfrac{1}{2}\sqrt{x^2+4} + \dfrac{x^2}{2\sqrt{x^2+4}} + x > 0$ et $g'(0) = 1$ (D fausse). Comme $g(0) = 0$: $(g^{-1})'(0) = \dfrac{1}{g'(0)} = 1$: C.

En écrivant $g(x) = \dfrac{x}{2}\left(\sqrt{x^2+4}+x\right)$ et en posant $s = \sqrt{x^2+4}+x$, on trouve $g^{-1}(y) = \dfrac{y}{\sqrt{y+1}}$ (B a un facteur 2 de trop). En $-\infty$, $\sqrt{x^2+4}+x = \dfrac{4}{\sqrt{x^2+4}-x} \sim \dfrac{2}{|x|}$, d'où $g(x) \to -1$ (E fausse).

Q6 ✔ Réponse B

- A : le côté vaut 4 cm, donc le volume 64 cm^3.
- B : le volume $\frac{4}{3}\pi R^3$ est multiplié par k^3 quand R est multiplié par k ; $k^3 = 3$ donne $k = \sqrt[3]{3}$: **vraie**.
- C : $(x+y)^2 = 208 + 116 = 324$, donc $x+y = \pm 18$.
- D : $990 = 9\times 10\times 11$ et $9+10 = 19$.

Q7 ✔ Réponse E

$\dfrac{f(x)}{x} = 2 + 2\cdot\dfrac{\sin 2x}{2x} \to 2+2 = 4$: E.

f est impaire (A fausse), donc O est centre de symétrie (B fausse). $f(x) - (2x+1) = \sin 2x - 1 \le 0$ (C fausse). f n'est pas périodique (elle tend vers $+\infty$).

Q8 ✔ Réponse D

$J_n + iI_n = \displaystyle\int_0^{\pi/2} e^{(i-n)x}\,dx = \dfrac{ie^{-n\pi/2}-1}{i-n}$. En multipliant par $\dfrac{-n-i}{-n-i}$:

$$J_n + iI_n = \frac{n + e^{-n\pi/2} + i\left(1 - ne^{-n\pi/2}\right)}{n^2+1}.$$

Donc $I_n = \dfrac{1-ne^{-n\pi/2}}{n^2+1}$ (D), $J_n = \dfrac{n+e^{-n\pi/2}}{n^2+1}$ (E fausse) et $J_n - nI_n = e^{-n\pi/2}$ (C fausse).

Pour f ($x \le 0$, $t = 1-x \ge 1$) : $f = \dfrac{2\sqrt{\ln t}}{t} \to 0$ en $-\infty$ (A fausse), et la dérivée s'annule pour $\ln t = \frac{1}{2}$, soit $x = 1-\sqrt{e}$, pas $-\sqrt{e}$ (B fausse).

Q9 ✔ Réponse D

$I = \dfrac{1}{2}\ln(1+2\sin a)$ (A et B fausses).

Avec $u = \sin x$:

$J = \displaystyle\int_0^{\sin a} \frac{2u}{1+2u}\,du = \int_0^{\sin a}\left(1 - \frac{1}{1+2u}\right)du =$

$\sin a - \dfrac{1}{2}\ln(1+2\sin a) = \sin a + \ln\dfrac{1}{\sqrt{1+2\sin a}}$: D.

Q10 ✔ Réponse E

- $I_1 = \left[-(x+1)e^{-x}\right]_0^a = 1 - \dfrac{a+1}{e^a}$: A a le mauvais signe.
- Pour $a = 1$: sur $[0,1]$, $x^{n+1} \le x^n$, donc $I_{n+1} \le I_n$: la suite est décroissante (B fausse), et $0 \le I_n \le \int_0^1 x^n\,dx = \frac{1}{n+1}$, donc elle tend vers 0 (C fausse).
- Par parties : $I_n = \left[-x^n e^{-x}\right]_0^a + nI_{n-1} = nI_{n-1} - a^n e^{-a}$: D a le mauvais signe.

Donc E.

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE D'OUJDA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie d'Oujda

Session 2014–2015

2014

Énoncé

Q1 Soit : $S=\sum_{k=1}^{n}(2k-1)$; $u_n=\dfrac{5^n+(-3)^n}{2^n+3(-1)^n}$; $v_n=\dfrac{n+\sin n}{n-\sin n}$ avec $n>1$, et :

$$w_n=\frac{n}{n^2+1}+\frac{n}{n^2+2}+\cdots+\frac{n}{n^2+n}.$$

A $S=2n^2-1$

B $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=1$

C $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=\dfrac{5}{2}$

D $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n=+\infty$

E $\lim\limits_{n\to+\infty} w_n=1$

Q2 On considère les points M, N et P dont les affixes sont respectivement : $z_M=2\left(i\sqrt{3}+1\right)$, $z_N=2\left(1-i\sqrt{3}\right)$ et $z_P=i\sqrt{3}-1$.

A $|z_N|=2$

B $z_M=\dfrac{1}{\overline{z_N}}$

C $z_M=\cos\dfrac{\pi}{3}+i\sin\dfrac{\pi}{3}$

D Les droites (MP) et (NP) sont perpendiculaires

E Les droites (MP) et (NP) sont parallèles

Q3 Soit f une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$, paire et périodique de période T.

A La fonction dérivée f' est paire et périodique

B La fonction dérivée f' est impaire mais non nécessairement périodique

C $\forall k\in\mathbb{Z},\ f'(kT)=0$

D $\displaystyle\int_T^{2T} f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int_0^{\frac{T}{2}} f(x)\,\mathrm{d}x$

E Toutes les réponses proposées sont fausses

Q4 Soit f la fonction définie par : $f(x)=\dfrac{e^{1-x}}{1+e^{-x}}$ et C_f la courbe qui la représente dans un repère orthonormé.

A Le domaine de définition de f est : $D_f=]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$

B f est croissante sur son domaine de définition

C $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=1$

D L'équation $f(x)=e^{-x}$ n'a pas de solution

E La tangente à C_f au point M d'abscisse $x_M=0$ coupe l'axe des abscisses au point $N(2;0)$

Q5 Soient f et g les fonctions définies sur $[0;1]$ par : $f(x)=2x$ et $g(x)=x^2$. Soit C_f la courbe représentant f et C_g la courbe représentant g dans un repère orthonormé. L'aire S, en unité d'aire, de la surface comprise entre les courbes C_f et C_g et les droites d'équations $x=0$ et $x=1$ est :

A 0 B 1 C $\dfrac{2}{3}$ D 2 E $\dfrac{1}{3}$

Q6 Le nombre d'habitants d'un pays était de 32 millions en 2012. Cette population s'accroît naturellement chaque année de 5 %. Par ailleurs, ce pays accueille chaque année un demi-million d'immigrés. Soit v_n le nombre d'habitants de ce pays, en millions, lors de l'année $(2012+n)$. On pose $u_n=v_n+10$.

A $v_{n+1}=32{,}5+0{,}05\,v_n$

B (u_n) est une suite arithmétique de raison $1{,}05$

C Le nombre d'années n au bout duquel la population de ce pays dépassera 158 millions d'habitants est de 29 ans

D Le nombre d'années n au bout duquel la population de ce pays dépassera 158 millions d'habitants est de 20 ans

E Toutes les réponses proposées sont fausses

Q7 Choisir la réponse juste :

A La courbe représentative de la fonction $f(x)=x^2+2x-1$ admet comme axe de symétrie la droite d'équation $x=1$

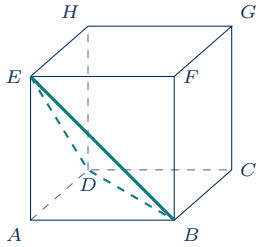
B La courbe représentative d'une fonction ne coupe jamais son asymptote oblique

C On considère une fonction numérique g dérivable sur $\mathbb{R}$. L'équation $g'(x)=2g(x)$ n'a pas de solution dans $\mathbb{R}$

D La fonction $h(x)=|4x(x-5)|$ est non dérivable au point $x_0=5$

E La fonction $f(x)=|x+5|-|3-x|+2x-3$ n'admet pas de primitive dans $\mathbb{R}$

Q8 On considère un cube $ABCDEFGH$ (schéma) de côté a.



A $\overrightarrow{AG}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{EA}$

B $\overrightarrow{AG}$ est un vecteur normal au plan (BDE)

C $\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{BE}=a^2$

D Les droites (AG) et (DE) ne sont pas orthogonales

E $\overrightarrow{BC}\wedge\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{BG}$

Q9 Une étude sur la propagation de deux types de maladies M_1 et M_2 dans un pays a prouvé que 18 % sont atteints de la maladie M_1. Parmi les malades atteints par M_1, il y a 8 % atteints par la maladie M_2, et parmi les non atteints par M_1, il y a 7 % atteints par M_2. On choisit au hasard une personne de ce pays et on définit les événements suivants : C : « la personne est atteinte de M_1 » ; D : « la personne est atteinte de M_2 ».

A La probabilité pour que cette personne soit atteinte par M_2 est de $7{,}18\cdot10^{-2}$

B La probabilité pour que cette personne soit atteinte par M_1 et par M_2 est de $0{,}18$

C La probabilité pour que cette personne soit atteinte par M_1 et par M_2 est de $0{,}144$

D Sachant que cette personne est atteinte par la maladie M_2, la probabilité pour qu'elle ne soit pas atteinte par M_1 est $0{,}2$

E Toutes les réponses proposées sont fausses

Q10 $I_n=(n+1)\displaystyle\int_a^1 t^n\ln(t)\,\mathrm{d}t$.

A $I_n=\dfrac{1}{(n+1)^2}\left(a^{n+1}-1\right)-\dfrac{a^{n+1}}{n+1}\ln a$

B $I_n=\dfrac{1}{n+1}\left(1-a^{n+1}\right)-a^{n+1}\ln a$

C $I_n=\dfrac{1}{n+1}\left(a^{n+1}-1\right)-a^{n+1}\ln a$

D $I_n=\dfrac{1}{(n+1)^2}\left(a^{n+1}-1\right)-a^{n+1}\ln a$

E Pour $a=\dfrac{1}{2}$, $\lim\limits_{n\to\infty} I_n=+\infty$

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE D'OUJDA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie d'Oujda

Session 2014–2015

2014

Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
E	D	C	E	C	C	D	B	A	C

Q1 ✔ Réponse E

- $S = 2 \cdot \dfrac{n(n+1)}{2} - n = n^2$ (A fausse).
- $u_n = \left(\dfrac{5}{2}\right)^n \cdot \dfrac{1+(-3/5)^n}{1+3(-1/2)^n} \to +\infty$ (B et C fausses).
- $v_n = \dfrac{1+\frac{\sin n}{n}}{1-\frac{\sin n}{n}} \to 1$ (D fausse).
- Chacun des n termes de w_n est compris entre $\dfrac{n}{n^2+n}$ et $\dfrac{n}{n^2+1}$, donc $\dfrac{n^2}{n^2+n} \le w_n \le \dfrac{n^2}{n^2+1}$; les deux bornes tendent vers 1 : E.

Q2 ✔ Réponse D

$|z_N| = |z_M| = 4$: A et C sont fausses, et $\dfrac{1}{\bar{z}_N}$ a pour module $\dfrac{1}{4}$ (B fausse).
$\dfrac{z_P - z_M}{z_P - z_N} = \dfrac{-3-i\sqrt{3}}{-3+3i\sqrt{3}} = \dfrac{(-3-i\sqrt{3})(-3-3i\sqrt{3})}{36} = \dfrac{12i\sqrt{3}}{36} = \dfrac{i\sqrt{3}}{3}$, imaginaire pur : $(MP) \perp (NP)$ (D).

Q3 ✔ Réponse C

En dérivant $f(-x) = f(x)$: f' est impaire ; en dérivant $f(x+T) = f(x)$: f' est T-périodique (A et B fausses). Donc $f'(kT) = f'(0) = 0$ (une fonction impaire s'annule en 0) : C.
Par périodicité puis parité : $\displaystyle\int_T^{2T} f = \int_{-T/2}^{T/2} f = 2\int_0^{T/2} f$, et non la moitié (D fausse).

Q4 ✔ Réponse E

$f(x) = \dfrac{e}{e^x+1}$ est définie et strictement décroissante sur $\mathbb{R}$ (A et B fausses), de limite e en $-\infty$ (C fausse).
$f(x) = e^{-x} \iff e = 1+e^{-x} \iff x = -\ln(e-1)$: il y a une solution (D fausse).
$f(0) = \dfrac{e}{2}$ et $f'(x) = -\dfrac{e\,e^x}{(e^x+1)^2}$, $f'(0) = -\dfrac{e}{4}$. La tangente $y = \dfrac{e}{2} - \dfrac{e}{4}x$ coupe l'axe des abscisses en $x = 2$: E.

Q5 ✔ Réponse C

Sur $[0;1]$, $2x - x^2 = x(2-x) \ge 0$, donc
$S = \displaystyle\int_0^1 (2x-x^2)\,dx = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$.

Q6 ✔ Réponse C

$v_{n+1} = 1{,}05\,v_n + 0{,}5$ (A fausse). Alors
$u_{n+1} = 1{,}05v_n + 10{,}5 = 1{,}05\,u_n$: (u_n) est géométrique de raison 1,05 (B fausse) et $u_n = 42 \times 1{,}05^n$.
$v_n > 158 \iff 1{,}05^n > 4 \iff n > \dfrac{\ln 4}{\ln 1{,}05} \approx 28{,}4$: il faut 29 ans (C).

Q7 ✔ Réponse D

D : $u(x) = 4x(x-5)$ s'annule en 5 avec $u'(5) = 20 \neq 0$. Les dérivées à droite et à gauche de $h = |u|$ en 5 valent 20 et -20 : h n'est pas dérivable en 5.
- A : l'axe de symétrie de la parabole est $x = -1$.
- B : une courbe peut couper son asymptote (par exemple $x + \frac{\sin x}{x}$).
- C : par exemple $g(x) = e^{2x}$ vérifie $g' = 2g$ pour tout x.
- E : f est continue sur $\mathbb{R}$, donc admet des primitives.

Q8 ✔ Réponse B

Dans le repère $\left(A; \frac{1}{a}\overrightarrow{AB}, \frac{1}{a}\overrightarrow{AD}, \frac{1}{a}\overrightarrow{AE}\right)$: $B(a,0,0)$, $D(0,a,0)$, $E(0,0,a)$, $G(a,a,a)$.
- $\overrightarrow{AG}(a,a,a)$, $\overrightarrow{BD}(-a,a,0)$, $\overrightarrow{BE}(-a,0,a)$: $\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{BE} = 0$, donc $\overrightarrow{AG}$ est normal au plan (BDE) (B) ; C est fausse ($0 \neq a^2$).
- A : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{EA} = (a,a,-a) \neq \overrightarrow{AG}$.
- D : $\overrightarrow{AG}\cdot\overrightarrow{DE} = (a,a,a)\cdot(0,-a,a) = 0$: elles sont orthogonales.
- E : $\overrightarrow{BC} \wedge \overrightarrow{BA} = (0,a,0) \wedge (-a,0,0) = (0,0,a^2) \neq \overrightarrow{BG} = (0,a,a)$.

Q9 ✔ Réponse A

$P(C \cap D) = 0{,}18 \times 0{,}08 = 0{,}0144$ (B et C fausses) et $P(\bar{C} \cap D) = 0{,}82 \times 0{,}07 = 0{,}0574$.
Formule des probabilités totales : $P(D) = 0{,}0144 + 0{,}0574 = 0{,}0718 = 7{,}18 \cdot 10^{-2}$ (A). Enfin $P_D(\bar{C}) = \dfrac{0{,}0574}{0{,}0718} \approx 0{,}80$ (D fausse).

Q10 ✔ Réponse C

Par parties ($u = \ln t$, $v' = t^n$) :

$$\int_a^1 t^n \ln t\,dt = \left[\frac{t^{n+1}}{n+1}\ln t\right]_a^1 - \int_a^1 \frac{t^n}{n+1}\,dt = -\frac{a^{n+1}\ln a}{n+1} - \frac{1-a^{n+1}}{(n+1)^2}.$$

En multipliant par $n+1$: $I_n = \dfrac{a^{n+1}-1}{n+1} - a^{n+1}\ln a$ (C). Pour $a = \frac{1}{2}$, $I_n \to 0$ (E fausse).

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE D'OUJDA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie d'Oujda

Session 2013–2014

2013

Énoncé

Q1 Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$. z est un nombre complexe.

- **A** $\text{Im}\left(z^2\right) = -\left(\text{Im}(z)\right)^2$
- **B** Si $|2i - \overline{z}| = |2 + iz|$, alors $\text{Im}(z) = 1$
- **C** Pour tout nombre complexe non nul z, les points M d'affixe z, N d'affixe $\frac{1}{\overline{z}}$ et le point O sont alignés
- **D** Si $|1 + iz| = |1 - i\overline{z}|$, alors $\text{Re}(z) = 0$
- **E** Pour $z = 1 + i$, alors $z^6 = -4i$

Q2 Pour $z \in \mathbb{C}$, on pose $p(z) = 2z^3 + 14z^2 + 41z + 68$. On note z_1, z_2 et z_3 les solutions de l'équation $p(z) = 0$ avec $z_1 \in \mathbb{R}$ et $\text{Im}(z_2) > 0$. Les points A, B et C sont respectivement les images de z_1, z_2 et z_3 dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{u}, \vec{v})$.

- **A** $p(z)$ n'est pas divisible par $(z + 4)$
- **B** $z_2 + z_3 = 0$
- **C** Le triangle ABC est isocèle et rectangle en A
- **D** $|z_2 - z_1| = 2$
- **E** Les affixes des points M et N tels que $BCMN$ est un carré de centre A sont respectivement $z_M = -13 - 5i$ et $z_N = -13 + 5i$

Q3 L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$. Soit (P) le plan d'équation $2x - 3y + z - 6 = 0$.

- **A** Le plan (P) ne passe pas par le point $A(3; 0; 0)$
- **B** On considère le point $D(5; -3; 1)$. Le vecteur $\overrightarrow{AD}$ n'est pas normal au plan (P)
- **C** Une équation cartésienne du plan (P') passant par D et parallèle à (P) est $2x - 3y + z + 20 = 0$
- **D** Les points A et D n'appartiennent pas au plan (R) d'équation $x + y + z - 3 = 0$
- **E** Les plans (P) et (R) sont sécants suivant une droite (Δ) passant par A. La droite (Δ) admet pour vecteur directeur $\vec{u}(4; 1; -5)$

Q4 Choisir la réponse juste :

- **A** On considère la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = |x - 2| + 1$: $\displaystyle\int_0^3 f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{11}{4}$
- **B** $\displaystyle I = \int_{-3}^{3} \sqrt{9 - x^2}\,\mathrm{d}x$; I représente l'aire d'un demi-disque de rayon 3
- **C** $\displaystyle\int_0^1 x^{2k}\,\mathrm{d}x = 2k + 1$ avec $k \in \mathbb{N}^*$
- **D** $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \left(xe^{x^2} - \frac{1}{\cos^2 x}\right)\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\left(e^{\frac{\pi}{4}} - 3\right)$
- **E** $\displaystyle\int_0^{\pi} e^{-x}\sin(2x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}\int_0^{\pi} e^{-x}\cos(2x)\,\mathrm{d}x$

Q5 Soit la fonction numérique définie sur $]-\infty, 0[$ par : $f(x) = x + 5 + 6\ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$. Soit C_f la courbe représentant f dans un repère orthonormé.

- **A** La droite d'équation $y = -x + 4$ est asymptote oblique au voisinage de $-\infty$
- **B** La dérivée de la fonction au point $x = -5$ est $f'(-5) = 7$
- **C** La droite d'équation $y = \frac{1}{2}x + \frac{7}{2} + 6\ln\frac{3}{4}$ est tangente à la courbe C_f au point M d'abscisse $x_M = -3$
- **D** La fonction $h(x) = \frac{x^2}{2} + 5x + 6x\ln\left(\frac{x}{x-1}\right)$ est la primitive de f
- **E** $\displaystyle\lim_{x\to 0^-} f(x) = +\infty$

Q6 (u_n) et (v_n) sont deux suites numériques définies par :

$$\begin{cases} u_0 = -2 \\ u_{n+1} = 1 + \frac{1}{2}u_n \ ; \ (n \in \mathbb{N}) \end{cases}$$ et

$v_n = u_n - 2$.

- **A** (u_n) est décroissante
- **B** $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} u_n = \frac{1}{2}$
- **C** (v_n) est une suite arithmétique de raison $\frac{1}{2}$
- **D** $v_n = -\frac{1}{2^{n-2}}$
- **E** $u_n = 2 + 4 \times \left(\frac{1}{2}\right)^n$

Q7 Choisir la réponse juste :

- **A** $\frac{1}{1\times 2\times 3} + \frac{1}{2\times 3\times 4} + \cdots + \frac{1}{n(n+1)(n+2)} = \frac{n+3}{4(n+1)(n+2)}$ avec $n \in \mathbb{N}^*$
- **B** $1^3 + 2^3 + \cdots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$ avec $n \in \mathbb{N}^*$
- **C** $\displaystyle\sum_{k=2}^{n+1} \frac{1}{10^k} = \frac{1}{90}\left(1 + \frac{1}{10^n}\right)$ avec $n \in \mathbb{N}^*$
- **D** On pose $S_n = \displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{k}{n^2}$ avec $n \in \mathbb{N}^*$: $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} S_n = 0$
- **E** $1! + 2! + \cdots + (n-1)! \geq n!$ avec n entier et $n \geq 2$

Q8 On considère la fonction $f(x) = \frac{\cos x}{x + 2\sin x}$.

- **A** La dérivée de f est : $f'(x) = \frac{x\sin x + \cos x - 2}{(x + 2\sin x)^2}$
- **B** La dérivée de f est : $f'(x) = \frac{x\sin x + \cos x + 2}{(x + 2\sin x)^2}$
- **C** $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$
- **D** $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x) = \frac{1}{2}$
- **E** $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$

Q9 La solution de l'inéquation $1 + \ln x + \ln^2 x + \ln^3 x > 0$ est :

- **A** $]0, e^{-1}[$
- **B** $]0, +\infty[$
- **C** $]-\infty, e^{-1}[$
- **D** $]e, +\infty[$
- **E** $\left]\frac{1}{e}, +\infty\right[$

Q10 Choisir la réponse juste :

- **A** $\tan(a + b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 - \tan a \tan b}$
- **B** Le nombre de mots de six (6) lettres, qui ont un sens ou non, qu'on puisse écrire en utilisant toutes les lettres du mot « poumon » est 720
- **C** Le produit vectoriel de deux vecteurs est une valeur algébrique
- **D** Le produit scalaire de deux vecteurs est un nombre qui est toujours positif
- **E** $\tan\frac{\pi}{5} + \tan\frac{2\pi}{5} + \tan\frac{3\pi}{5} + \tan\frac{4\pi}{5} = 1$

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE D'OUJDA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie d'Oujda

Session 2013–2014

2013

Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
C	C	E	B	C	D	B	E	E	–

Q1 ✔ Réponse C

C : $\dfrac{1}{\bar{z}} = \dfrac{z}{|z|^2}$ est un multiple réel positif de z, donc O, M, N sont alignés.
- A : avec $z = x + iy$, $\mathfrak{Im}(z^2) = 2xy$, différent de $-y^2$ en général.
- B : $|2i - \bar{z}| = |z + 2i|$ et $|2 + iz| = |z - 2i|$; l'égalité donne $\mathfrak{Im}(z) = 0$.
- D : $1 - i\bar{z} = \overline{1 + iz}$, donc l'égalité est vraie pour tout z (par exemple $z = 1$).
- E : $(1+i)^6 = (2i)^3 = -8i$.

Q2 ✔ Réponse C

$p(-4) = -128 + 224 - 164 + 68 = 0$ (A fausse) et $p(z) = (z+4)(2z^2 + 6z + 17)$. Les racines sont $z_1 = -4$ et $z_{2,3} = -\dfrac{3}{2} \pm \dfrac{5}{2}i$; $z_2 + z_3 = -3$ (B fausse).

$\dfrac{z_2 - z_1}{z_3 - z_1} = \dfrac{\frac{5}{2} + \frac{5}{2}i}{\frac{5}{2} - \frac{5}{2}i} = \dfrac{1+i}{1-i} = i$: $AB = AC$ et $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB}) = \frac{\pi}{2}$, le triangle est isocèle rectangle en A (C). $|z_2 - z_1| = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$ (D fausse).

Si A est le centre du carré $BCMN$, M est le symétrique de B : $z_M = 2z_1 - z_2 = -\dfrac{13}{2} - \dfrac{5}{2}i$ (E fausse).

Q3 ✔ Réponse E

- A : $2 \times 3 - 6 = 0$, donc $A \in (P)$.
- B : $\overrightarrow{AD}(2;-3;1)$ est exactement le vecteur normal de (P).
- C : le plan parallèle passant par D a pour équation $2x - 3y + z + d = 0$ avec $10 + 9 + 1 + d = 0$, soit $d = -20$.
- D : $3 + 0 + 0 - 3 = 0$, donc $A \in (R)$.
- E : A appartient aux deux plans, et $(2;-3;1) \wedge (1;1;1) = (-4;-1;5)$, colinéaire à $\vec{u}(4;1;-5)$: **vraie**.

Q4 ✔ Réponse B

B : $y = \sqrt{9 - x^2}$ décrit le demi-cercle supérieur de centre O et de rayon 3 : l'intégrale est l'aire du demi-disque.
- A : $\displaystyle\int_0^3 (|x-2|+1)\,dx = 2 + \frac{1}{2} + 3 = \frac{11}{2}$.
- C : l'intégrale vaut $\dfrac{1}{2k+1}$.
- D : l'intégrale vaut $\left[\frac{e^{x^2}}{2} - \tan x\right]_0^{\pi/4} = \dfrac{1}{2}\left(e^{\pi^2/16} - 3\right)$ (l'exposant est $\frac{\pi^2}{16}$).
- E : $\displaystyle\int_0^{\pi} e^{(2i-1)x}\,dx = \frac{(1-e^{-\pi})(1+2i)}{5}$, donc l'intégrale avec $\sin 2x$ vaut le **double** de celle avec $\cos 2x$.

Q5 ✔ Réponse C

$f'(x) = 1 + 6\left(\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{x-1}\right) = 1 - \dfrac{6}{x(x-1)}$.

En -3 : $f'(-3) = 1 - \dfrac{6}{12} = \dfrac{1}{2}$ et $f(-3) = 2 + 6\ln\dfrac{3}{4}$, d'où la tangente $y = \dfrac{1}{2}(x+3) + 2 + 6\ln\dfrac{3}{4} = \dfrac{1}{2}x + \dfrac{7}{2} + 6\ln\dfrac{3}{4}$: C.
- A : $\ln\frac{x}{x-1} \to 0$ en $-\infty$, l'asymptote est $y = x + 5$.
- B : $f'(-5) = 1 - \frac{6}{30} = \frac{4}{5}$.
- D : $h'(x) = x + 5 + 6\ln\frac{x}{x-1} - \frac{6}{x-1} \neq f(x)$.
- E : $\frac{x}{x-1} \to 0^+$ quand $x \to 0^-$, donc $f(x) \to -\infty$.

Q6 ✔ Réponse D

$v_{n+1} = u_{n+1} - 2 = \dfrac{1}{2}u_n - 1 = \dfrac{1}{2}v_n$: (v_n) est géométrique de raison $\frac{1}{2}$ (C fausse), avec $v_0 = -4$. Donc $v_n = -\dfrac{4}{2^n} = -\dfrac{1}{2^{n-2}}$ (D).

Alors $u_n = 2 - \dfrac{4}{2^n}$ (E a le mauvais signe) : la suite est croissante (A fausse) et tend vers 2 (B fausse).

Q7 ✔ Réponse B

B est la formule classique (récurrence : $\frac{n^2(n+1)^2}{4} + (n+1)^3 = \frac{(n+1)^2(n+2)^2}{4}$).
- A : avec $\frac{1}{k(k+1)(k+2)} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{k(k+1)} - \frac{1}{(k+1)(k+2)}\right)$, la somme vaut $\dfrac{n(n+3)}{4(n+1)(n+2)}$ (il manque le facteur n ; pour $n = 2$: $\frac{5}{24} \neq \frac{5}{48}$).
- C : la somme vaut $\dfrac{1}{90}\left(1 - \dfrac{1}{10^n}\right)$.
- D : $S_n = \dfrac{n+1}{2n} \to \dfrac{1}{2}$.
- E : pour $n = 2$, $1! = 1 < 2! = 2$.

Q8 ✔ Réponse E

Pour $x > 2$: $|f(x)| \leq \dfrac{1}{x-2} \to 0$, donc $f(x) \to 0$: E.

$f'(x) = \dfrac{-\sin x(x + 2\sin x) - \cos x(1 + 2\cos x)}{(x + 2\sin x)^2} = -\dfrac{x\sin x + \cos x + 2}{(x + 2\sin x)^2}$: ni A ni B (B a le mauvais signe).

Q9 ✔ Réponse E

Avec $t = \ln x$: $1 + t + t^2 + t^3 = (1+t)(1+t^2)$, du signe de $1 + t$.

L'inéquation équivaut à $\ln x > -1$, soit $x > \dfrac{1}{e}$.

Q10 ✔ Réponse –

- A : faux, $\tan(a+b) = \dfrac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$.
- B : faux, le mot « poumon » contient deux fois la lettre o : $\dfrac{6!}{2!} = 360$ mots.
- C : faux, le produit vectoriel est un vecteur.
- D : faux, $\vec{u} \cdot \vec{v} = \|\vec{u}\|\|\vec{v}\|\cos\theta$ peut être négatif.
- E : faux, $\tan(\pi - x) = -\tan x$ donne $\tan\frac{4\pi}{5} = -\tan\frac{\pi}{5}$ et $\tan\frac{3\pi}{5} = -\tan\frac{2\pi}{5}$: la somme vaut 0.

Aucune proposition n'est juste (erreur du sujet).

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE D'OUJDA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie d'Oujda

Session 2012–2013

2012

Énoncé

Q1 Soit la fonction numérique définie par : $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 2x}$. C_f est la courbe représentant f dans un repère orthonormé.

- **A** Le domaine de définition de f est $\mathbb{R}$
- **B** La fonction f est dérivable à gauche de $x_0 = -2$
- **C** La courbe représentant f possède une asymptote oblique au voisinage de $+\infty$ d'équation $y = 2x + 1$
- **D** La fonction f est strictement décroissante sur $[0, +\infty[$
- **E** $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

Q2 Choisir la réponse juste :

- **A** La dérivée de la fonction $f(x) = e^{\frac{x-1}{2x+3}}$ est $f'(x) = \dfrac{5}{2x+3} e^{\frac{x-1}{2x+3}}$
- **B** $\lim\limits_{x \to 1^-} \dfrac{e^{\frac{1}{x} + \frac{1}{\ln x}}}{x - 1} = 0$
- **C** $\dfrac{\sin x}{\cos x - 1} = \tan\left(\dfrac{\pi}{2} - \dfrac{x}{2}\right)$
- **D** La solution dans $\mathbb{R}$ de l'équation $\arctan\left(x^2 - 2x\right) = \dfrac{-\pi}{4}$ est $x = -1$
- **E** On pose $B = \arctan(3) + \arctan(2)$. Le calcul de $\tan B$ donne la valeur 1

Q3 Les nombres complexes :

- **A** $(1+i)^{2002} = -2^{1001}\, i$
- **B** Sachant que $z = \left(\dfrac{\sqrt{3} - i}{1 - i}\right)^3$, alors $|z| = \sqrt{2}$
- **C** $1 + i^2 + i^4 + \cdots + i^{2006} = 0$
- **D** La solution dans $\mathbb{C}$ de l'équation $-z\overline{z} + 3z + 2 = 6i$ est $z = 1 - 2i$
- **E** L'argument du nombre complexe $z = \left(\dfrac{1 + i\sqrt{3}}{1 + i}\right)^{20}$ est : $\arg z \equiv \dfrac{3\pi}{5}\ [2\pi]$

Q4 La fonction f solution de l'équation différentielle $y'' - 2y' + y = 0$ et qui vérifie les conditions initiales $f(1) = e$ et $f'(2) = 0$ est :

- **A** $f(x) = xe^x$
- **B** $f(x) = \left(\dfrac{3}{2}x - \dfrac{1}{2}\right) e^x$
- **C** $f(x) = \left(\dfrac{3}{2} + \dfrac{x}{2}\right) e^x$
- **D** $f(x) = \left(\dfrac{3 - x}{2}\right) e^x$
- **E** $f(x) = \left(\dfrac{x - 3}{2}\right) e^x$

Q5 Une boîte contient 9 jetons (on ne peut pas les identifier par le toucher) : 2 jetons rouges portant le numéro 1, 3 jetons blancs portant les numéros 1, 2, 2 et 4 jetons noirs portant les numéros 1, 1, 2, 2. On tire au hasard et en même temps 3 jetons de la boîte.

- **A** La probabilité de l'événement X « les 3 jetons tirés ont des couleurs différentes » est $\dfrac{1}{6}$
- **B** La probabilité de l'événement Y « les 3 jetons tirés portent le même numéro » est $\dfrac{2}{7}$
- **C** La probabilité de l'événement Z « parmi les jetons tirés il y a au moins un jeton blanc » est $\dfrac{16}{21}$
- **D** La probabilité de l'événement $X \cap Y$ est $\dfrac{5}{21}$
- **E** La probabilité de l'événement $X \cap Y$ est $\dfrac{16}{21}$

Q6 On considère la suite numérique $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par : $u_n = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x)^n \, dx$.

- **A** $u_2 = \dfrac{\pi}{2}$
- **B** La suite (u_n) est croissante
- **C** $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{u_{n+1}}{u_n} = \dfrac{1}{2}$
- **D** $u_{n+2} = \dfrac{n+1}{n+2} u_n$
- **E** $\lim\limits_{x \to +\infty} \left(\sqrt{n}\, u_n\right) = \dfrac{1}{2}$

Q7 La valeur de $I = \displaystyle\int_0^2 \frac{2x^2 - x - 2}{2x^2 + 3x + 1} \, dx$ est :

- **A** 2
- **B** $\ln 2$
- **C** -2
- **D** $2 - \ln 15$
- **E** $2 - \ln 2$

Q8 On considère la fonction $f(x) = x + \dfrac{1}{x} - (\ln x)^2 - 2$. Soit C_f sa courbe représentative. La surface de la partie du plan limitée par la courbe C_f, l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 1$ et $x = e$ est (avec u_a unité de mesure de la surface) :

- **A** $\dfrac{1}{2}\left(e^2 - 6e + 9\right) u_a$
- **B** $\dfrac{1}{2}(e+3)^2 u_a$
- **C** $(e-3)^2 u_a$
- **D** $(e+3)^2 u_a$
- **E** $-\dfrac{1}{2}(e-3)^2 u_a$

Q9 Les fonctions exponentielles :

- **A** La solution unique de l'équation $e^{2x}\left(4 - e^{2x}\right) = 3$ est $x = 0$
- **B** Dans $\mathbb{R}$, la solution de l'inéquation $e^{x^2 - 2} \leq e^{4 - x}$ est $S = [-2, 3]$
- **C** (u_n) est la suite définie par $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = u_n e^{-u_n} \ ; \ n \in \mathbb{N} \end{cases}$: la suite (u_n) est convergente
- **D** $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin x}{1 - e^{-x}} = -1$
- **E** $\displaystyle\int_0^{\pi} \sin x \, e^{\cos x} \, dx = \frac{1}{e} - e$

Q10 On considère dans l'espace associé à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ les points $A(1, 2, -2)$, $B(0, 3, -3)$ et $C(1, 1, -2)$ et le plan (P) d'équation $x + y - 3 = 0$.

- **A** La distance du point $\Omega(0, 1, -1)$ au plan (P) est $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$
- **B** La sphère (S) de centre $\Omega(0, 1, -1)$ tangente au plan (P) a pour équation cartésienne : $x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 2z = 0$
- **C** Les points A, B et C sont alignés
- **D** La sphère (S) n'est pas tangente au plan (ABC)
- **E** Le point de contact de (S) et du plan (ABC) est C

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE D'OUJDA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie d'Oujda

Session 2012–2013

2012

Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
C	B	C	D	C	D	D	A	C	E

Q1 ✔ Réponse C

$x^2+2x=x(x+2)\geq 0$: $D_f=]-\infty,-2]\cup[0,+\infty[$ (A fausse).

En $+\infty$: $\sqrt{x^2+2x}-(x+1)=\dfrac{-1}{\sqrt{x^2+2x}+x+1}\to 0$, donc $f(x)-(2x+1)\to 0$: C.

- B : en -2, $\dfrac{\sqrt{x(x+2)}}{x+2}$ tend vers $-\infty$ à gauche : pas dérivable.
- D : f est une somme de fonctions croissantes sur $[0,+\infty[$.
- E : $x+\sqrt{x^2+2x}=\dfrac{-2x}{\sqrt{x^2+2x}-x}\to -1$ en $-\infty$.

Q2 ✔ Réponse B

B : avec $h=\ln x\to 0^-$, $e^{1/h}\to 0$ beaucoup plus vite que $x-1\sim h$: $\dfrac{e^{1/x}e^{1/h}}{x-1}\sim e\,\dfrac{e^{1/h}}{h}\to 0$.

- A : $\left(\dfrac{x-1}{2x+3}\right)'=\dfrac{5}{(2x+3)^2}$ (le carré manque).
- C : $\dfrac{\sin x}{\cos x-1}=\dfrac{2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}}{-2\sin^2\frac{x}{2}}=-\tan\left(\dfrac{\pi}{2}-\dfrac{x}{2}\right)$ (signe opposé).
- D : $x^2-2x=-1\iff x=1$.
- E : $\tan B=\dfrac{3+2}{1-6}=-1$.

Q3 ✔ Réponse C

C : $i^{2k}=(-1)^k$; la somme compte 1004 termes ($k=0$ à 1003) qui s'annulent deux à deux : elle vaut 0.

- A : $(1+i)^{2002}=(2i)^{1001}=2^{1001}i^{1001}=2^{1001}i$.
- B : le module de la fraction est $\frac{2}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$, donc $|z|=2\sqrt{2}$.
- D : avec $z=x+iy$, la partie imaginaire donne $y=2$ et la partie réelle $x^2-3x+2=0$: $z=1+2i$ ou $z=2+2i$.
- E : la fraction vaut $\sqrt{2}\,e^{i\pi/12}$, donc $\arg z\equiv\dfrac{20\pi}{12}=\dfrac{5\pi}{3}$.

Q4 ✔ Réponse D

Racine double 1 : $f(x)=(ax+b)e^x$ et $f'(x)=(ax+a+b)e^x$.

$f(1)=(a+b)e=e$ donne $a+b=1$; $f'(2)=(3a+b)e^2=0$ donne $3a+b=0$. D'où $a=-\dfrac{1}{2}$, $b=\dfrac{3}{2}$: $f(x)=\dfrac{3-x}{2}e^x$.

Q5 ✔ Réponse C

Il y a $\binom{9}{3}=84$ tirages.

- $P(X)=\dfrac{2\times 3\times 4}{84}=\dfrac{2}{7}$ (A fausse).
- Cinq jetons portent le 1 et quatre le 2 :

$P(Y)=\dfrac{\binom{5}{3}+\binom{4}{3}}{84}=\dfrac{14}{84}=\dfrac{1}{6}$ (B fausse ; les valeurs de A et B sont inversées).

- $P(Z)=1-\dfrac{\binom{6}{3}}{84}=1-\dfrac{20}{84}=\dfrac{16}{21}$: C.
- $X\cap Y$: un rouge, un blanc et un noir portant tous le 1 :

$2\times 1\times 2=4$ tirages, $P=\dfrac{1}{21}$ (D et E fausses).

Q6 ✔ Réponse D

Intégration par parties (intégrales de Wallis) : $u_{n+2}=\dfrac{n+1}{n+2}u_n$: D.

- A : $u_2=\displaystyle\int_0^{\pi/2}\sin^2 x\,dx=\frac{\pi}{4}$.
- B : $0\leq\sin x\leq 1$, donc $(\sin x)^{n+1}\leq(\sin x)^n$: la suite est décroissante.
- C : $u_{n+2}\leq u_{n+1}\leq u_n$ donne $\dfrac{n+1}{n+2}\leq\dfrac{u_{n+1}}{u_n}\leq 1$, donc le rapport tend vers 1.
- E : on sait que $(n+1)u_nu_{n+1}=\frac{\pi}{2}$, d'où $\sqrt{n}\,u_n\to\sqrt{\frac{\pi}{2}}$.

Q7 ✔ Réponse D

$\dfrac{2x^2-x-2}{2x^2+3x+1}=1-\dfrac{4x+3}{(2x+1)(x+1)}=1-\dfrac{2}{2x+1}-\dfrac{1}{x+1}$.

Donc

$$I=[x-\ln(2x+1)-\ln(x+1)]_0^2=2-\ln 5-\ln 3=2-\ln 15.$$

Q8 ✔ Réponse A

Sur $[1,e]$, $f\geq 0$: $f(1)=0$, et $f'(x)=1-\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{2\ln x}{x}=\dfrac{x^2-1-2x\ln x}{x^2}$ où $g(x)=x^2-1-2x\ln x$ vérifie $g(1)=0$ et $g'(x)=2(x-1-\ln x)\geq 0$. Donc f croît à partir de $f(1)=0$.

Avec $\displaystyle\int_1^e(\ln x)^2\,dx=e-2$:

$$\begin{aligned}\int_1^e f(x)\,dx&=\frac{e^2-1}{2}+1-(e-2)-2(e-1)\\&=\frac{e^2-6e+9}{2}\\&=\frac{(e-3)^2}{2}.\end{aligned}$$

Q9 ✔ Réponse C

C : par récurrence $u_n>0$, donc $e^{-u_n}<1$ et $u_{n+1}<u_n$. La suite est décroissante et minorée par 0 : elle converge.

- A : avec $t=e^{2x}$, $t^2-4t+3=0$ donne $t=1$ ou $t=3$: deux solutions, 0 et $\frac{\ln 3}{2}$.
- B : $x^2-2\leq 4-x\iff(x+3)(x-2)\leq 0$, soit $S=[-3,2]$.
- D : $\dfrac{\sin x}{1-e^{-x}}\sim\dfrac{x}{x}=1$.
- E : $[-e^{\cos x}]_0^\pi=e-\dfrac{1}{e}$.

Q10 ✔ Réponse E

$d(\Omega,(P))=\dfrac{|0+1-3|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$ (A fausse) : (S) a pour équation $x^2+(y-1)^2+(z+1)^2=2$, soit $x^2+y^2+z^2-2y+2z=0$ (B a le mauvais signe devant $2z$).

$\overrightarrow{AB}(-1,1,-1)$ et $\overrightarrow{AC}(0,-1,0)$ ne sont pas colinéaires (C fausse) ; $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=(-1,0,1)$, d'où (ABC) : $x-z-3=0$.

$d(\Omega,(ABC))=\dfrac{|0+1-3|}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}$: le plan est tangent (D fausse).

Le point de contact est $\Omega+(1,0,-1)=(1,1,-2)=C$: E.

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE D'OUJDA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie d'Oujda

Session 2011–2012

2011 Énoncé

Q1 On considère le nombre complexe $z = 1 + \dfrac{\sqrt{3}+i}{2}$. Le nombre z^{12} est égal à :

- **A** 1
- **B** $\left(2\cos\dfrac{\pi}{12}\right)^{12}$
- **C** $-\left(2\cos\dfrac{\pi}{12}\right)^{12}$
- **D** -1
- **E** -2^{12}

Q2 On considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 0$, $u_1 = 1$ et $u_{n+2} = \dfrac{2}{5}u_{n+1} - \dfrac{1}{25}u_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$. On pose, pour tout $n \in \mathbb{N}$: $v_n = u_{n+1} - \dfrac{1}{5}u_n$ et $S_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$.

- **A** (v_n) est une suite géométrique de raison 5
- **B** (v_n) est une suite arithmétique de raison 5
- **C** $v_n = 5^n$
- **D** $S_n = \dfrac{1}{4}\left(5 - \dfrac{1}{5^n}\right)$
- **E** $S_n = \dfrac{1}{4}\left(5 - \dfrac{1}{5^{n-1}}\right)$

Q3 Soit la fonction numérique définie par : $f(x) = 1 - \dfrac{1}{2}x - \dfrac{2}{e^x+1}$.

- **A** Le domaine de définition de f est $]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$
- **B** La fonction f est paire
- **C** La courbe représentant f possède une asymptote oblique au voisinage de $+\infty$ d'équation $y = -1 + \dfrac{1}{2}x$
- **D** La courbe représentant f possède une asymptote oblique au voisinage de $+\infty$ d'équation $y = 1 - \dfrac{1}{2}x$
- **E** La fonction f est croissante sur $[0;+\infty[$

Q4 On considère la fonction numérique $f(x) = \ln\left(\dfrac{x}{2-x}\right)$.

- **A** Le domaine de définition de f est $]0;2[\cup]2;+\infty[$
- **B** $f'(x) = \dfrac{2}{(2-x)^2}$
- **C** Le point $A(1,0)$ est le centre de symétrie de la courbe représentant f dans un repère orthonormé
- **D** La fonction réciproque est $f^{-1}(x) = \dfrac{e^x}{1+e^x}$
- **E** $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x) = -\infty$

Q5 Pour tout x réel, on considère la fonction définie par : $f(x) = \dfrac{x}{x+e^{-x}}$. L'équation de la tangente à la courbe représentant f dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$ au point O, origine du repère, est :

- **A** $y = -x$
- **B** $y = x$
- **C** $y = 1 - x$
- **D** $y = x - 1$
- **E** $y = -2x$

Q6 La valeur de $J = \displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(x)\ln(1+\cos x)\,dx$ est :

- **A** $\dfrac{\pi}{2}$
- **B** -1
- **C** $e-1$
- **D** $\pi - 1$
- **E** $\dfrac{\pi}{2} - 1$

Q7 Une boîte contient 3 jetons blancs et 4 jetons noirs (on ne peut pas les identifier par le toucher). On tire au hasard et en même temps 3 jetons de la boîte. La probabilité que les trois jetons tirés soient de la même couleur est :

- **A** $\dfrac{1}{35}$
- **B** $\dfrac{1}{7}$
- **C** $\dfrac{1}{5}$
- **D** $\dfrac{12}{35}$
- **E** $\dfrac{31}{35}$

Q8 $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{x}\ln\left(x^2-2x+2\right)$ est égale à :

- **A** 0
- **B** $+\infty$
- **C** $-\infty$
- **D** 2
- **E** -2

Q9 L'abscisse du point d'inflexion de la courbe représentant la fonction $f(x) = \dfrac{x}{x+1} - \ln\left(\dfrac{x+1}{2}\right)$ est :

- **A** $-\dfrac{1}{2}$
- **B** 0
- **C** $\dfrac{1}{2}$
- **D** 1
- **E** 2

Q10 La fonction f solution de l'équation différentielle $4y'' + 25y = 0$ et qui vérifie les conditions initiales $f(0) = 3$ et $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ est :

- **A** $3\left(\cos\left(\dfrac{5}{2}x\right) - \sin\left(\dfrac{5}{2}x\right)\right)$
- **B** $3\left(\cos\left(\dfrac{5}{2}x\right) + \sin\left(\dfrac{5}{2}x\right)\right)$
- **C** $3\cos\left(\dfrac{5}{2}x\right)$
- **D** $3\sin\left(\dfrac{5}{2}x\right) + 3$
- **E** $3\left(\sin\left(\dfrac{5}{2}x\right) - \cos\left(\dfrac{5}{2}x\right)\right)$

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE D'OUJDA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie d'Oujda

Session 2011–2012

2011

Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
C	D	D	C	B	E	B	A	D	B

Q1 ✔ Réponse C

$z = 1 + e^{i\pi/6} = e^{i\pi/12}\left(e^{-i\pi/12} + e^{i\pi/12}\right) = 2\cos\dfrac{\pi}{12}\,e^{i\pi/12}$.

Donc $z^{12} = \left(2\cos\dfrac{\pi}{12}\right)^{12} e^{i\pi} = -\left(2\cos\dfrac{\pi}{12}\right)^{12}$.

Q2 ✔ Réponse D

$v_{n+1} = \dfrac{2}{5}u_{n+1} - \dfrac{1}{25}u_n - \dfrac{1}{5}u_{n+1} = \dfrac{1}{5}\left(u_{n+1} - \dfrac{1}{5}u_n\right) = \dfrac{1}{5}v_n$:

(v_n) est géométrique de raison $\frac{1}{5}$, avec $v_0 = 1$, donc $v_n = \dfrac{1}{5^n}$ (A, B, C fausses).

$$S_n = \frac{1 - \left(\frac{1}{5}\right)^{n+1}}{1 - \frac{1}{5}} = \frac{5}{4}\left(1 - \frac{1}{5^{n+1}}\right) = \frac{1}{4}\left(5 - \frac{1}{5^n}\right).$$

Q3 ✔ Réponse D

f est définie sur $\mathbb{R}$ (A fausse).

$f(x) + f(-x) = 2 - \dfrac{2}{e^x+1} - \dfrac{2e^x}{e^x+1} = 0$: f est impaire (B fausse).

En $+\infty$, $\dfrac{2}{e^x+1} \to 0$: la droite $y = 1 - \dfrac{1}{2}x$ est asymptote (D).

$f'(x) = -\dfrac{1}{2} + \dfrac{2e^x}{(e^x+1)^2} \le 0$, car $(e^x+1)^2 \ge 4e^x$: f est décroissante (E fausse).

Q4 ✔ Réponse C

$\dfrac{x}{2-x} > 0 \iff 0 < x < 2$ (A fausse).

$f(2-x) = \ln\dfrac{2-x}{x} = -f(x)$: $A(1,0)$ est centre de symétrie (C).

- B : $f'(x) = \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{2-x} = \dfrac{2}{x(2-x)}$.
- D : $y = \ln\dfrac{x}{2-x} \iff x = \dfrac{2e^y}{1+e^y}$ (il manque le facteur 2).
- E : quand $x \to 2^-$, $\dfrac{x}{2-x} \to +\infty$, donc $f \to +\infty$.

Q5 ✔ Réponse B

$f(0) = 0$ et $f'(x) = \dfrac{(x+e^{-x}) - x(1-e^{-x})}{(x+e^{-x})^2} = \dfrac{(1+x)e^{-x}}{(x+e^{-x})^2}$, d'où $f'(0) = 1$. Tangente : $y = x$.

Q6 ✔ Réponse E

Par parties avec $u = \ln(1+\cos x)$ et $v = \sin x$: le crochet $[\sin x \ln(1+\cos x)]_0^{\pi/2}$ vaut 0, et

$$J = \int_0^{\pi/2} \frac{\sin^2 x}{1+\cos x}\,dx = \int_0^{\pi/2} (1-\cos x)\,dx = \frac{\pi}{2} - 1.$$

Q7 ✔ Réponse B

$P = \dfrac{\binom{3}{3} + \binom{4}{3}}{\binom{7}{3}} = \dfrac{1+4}{35} = \dfrac{1}{7}$.

Q8 ✔ Réponse A

$\ln(x^2 - 2x + 2) = 2\ln x + \ln\left(1 - \frac{2}{x} + \frac{2}{x^2}\right)$, et $\dfrac{\ln x}{x} \to 0$: la limite est 0.

Q9 ✔ Réponse D

Sur $]-1, +\infty[$: $f'(x) = \dfrac{1}{(x+1)^2} - \dfrac{1}{x+1}$ et $f''(x) = -\dfrac{2}{(x+1)^3} + \dfrac{1}{(x+1)^2} = \dfrac{x-1}{(x+1)^3}$, qui s'annule en changeant de signe en $x = 1$.

Q10 ✔ Réponse B

$y'' + \dfrac{25}{4}y = 0$: $f(x) = a\cos\dfrac{5x}{2} + b\sin\dfrac{5x}{2}$, et $f(0) = a = 3$.

$f'(x) = \dfrac{5}{2}\left(-a\sin\dfrac{5x}{2} + b\cos\dfrac{5x}{2}\right)$; en $\frac{\pi}{2}$,

$\sin\frac{5\pi}{4} = \cos\frac{5\pi}{4} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, donc $f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \dfrac{5}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2}(a-b) = 0$ et $b = 3$.

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE D'OUJDA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie d'Oujda

Session 2009–2010

2009

Énoncé

Q1 $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(1+\dfrac{2}{n}\right)^n$ est égale à :

A 1 B $2e$ C $+\infty$ D e^2 E $\dfrac{2}{e}$

Q2 $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{x}\right)\ln x$ est égale à :

A $+\infty$ B 1 C $\sqrt{2}$ D 0 E n'existe pas

Q3 La dérivée de $\ln\left(x+\sqrt{1+x^2}\right)$ est égale à :

A $\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ B $\dfrac{x}{1+x^2}$ C $\dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}}$ D $1+\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ E $1+\dfrac{1}{\sqrt{1+x^2}}$

Q4 Soit f une fonction définie sur $]0,+\infty[$ par $f(x)=3\ln x-5x+2$. L'équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 1 est :

A $y=-2x-1$ B $y=2x+1$ C $y=2x-1$ D $y=-2x+1$ E $y=2x-3$

Q5 $\displaystyle\int_0^2 |1-x|\,dx$ est égale à :

A 2 B 1 C 3 D 4 E $0{,}5$

Q6 $\displaystyle\int_1^2 x\ln x\,dx$ est égale à :

A $-\dfrac{1}{2}+\ln 2$ B $\ln 2$ C $\ln 4$ D $\ln 4-\dfrac{3}{4}$ E $-1+\ln 2$

Q7 Soit une population de 1 000 000 habitants en 2009. Elle croît au taux de 5 % par an. En 2013, cette population sera :
(Indication : poser u_0 = population en 2009, u_4 = population en 2013 et exprimer u_4 en fonction de u_0.)

A 1 200 000 B 1 150 000 C 1 250 000 D 1 215 556 E 1 215 506

Q8 L'équation $(1-i)z+2i\overline{z}=7+3i$ a pour solution :

A $1-2i$ B $1+i$ C $2+i$ D $2-i$ E $1+2i$

Q9 Une urne contient trois boules rouges et cinq boules noires ; on les tire une à une. La probabilité de tirer d'abord toutes les boules rouges puis toutes les boules noires est :

A $\dfrac{15}{64}$ B $\dfrac{1}{56}$ C $\dfrac{1}{8}$ D $\dfrac{15}{56}$ E $\dfrac{3}{8}$

Q10 La somme $S=2+7+12+17+\cdots+97+102$ est égale à :

A 1092 B 1144 C 1040 D 1196 E 1300

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE D'OUJDA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie d'Oujda

Session 2009–2010

2009 — Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
D	D	C	A	B	D	E	E	B	A

Q1 ✔ Réponse D

$n\ln\left(1+\frac{2}{n}\right) \sim n\times\frac{2}{n}=2$, donc la limite vaut e^2.

Q2 ✔ Réponse D

$\left(\sqrt{x+1}-\sqrt{x}\right)\ln x=\frac{\ln x}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x}}\le\frac{\ln x}{\sqrt{x}}\to 0$ (croissances comparées). La limite est 0.

Q3 ✔ Réponse C

$$\frac{1+\frac{x}{\sqrt{1+x^2}}}{x+\sqrt{1+x^2}}=\frac{\frac{\sqrt{1+x^2}+x}{\sqrt{1+x^2}}}{x+\sqrt{1+x^2}}=\frac{1}{\sqrt{1+x^2}}.$$

Q4 ✔ Réponse A

$f(1)=-3$ et $f'(x)=\frac{3}{x}-5$, $f'(1)=-2$. Tangente : $y=-2(x-1)-3=-2x-1$.

Q5 ✔ Réponse B

L'intégrale est l'aire de deux triangles de base 1 et de hauteur 1 : $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1$.

Q6 ✔ Réponse D

Par parties :

$$\int_1^2 x\ln x\,dx=\left[\frac{x^2}{2}\ln x-\frac{x^2}{4}\right]_1^2=2\ln 2-1+\frac{1}{4}=\ln 4-\frac{3}{4}.$$

Q7 ✔ Réponse E

$u_4=u_0\times 1{,}05^4=1\,000\,000\times 1{,}21550625\approx 1\,215\,506$ habitants.

Q8 ✔ Réponse E

Avec $z=x+iy$:
$(1-i)(x+iy)+2i(x-iy)=(x+3y)+i(x+y)$.
Il faut $x+3y=7$ et $x+y=3$, d'où $y=2$, $x=1$: $z=1+2i$.

Q9 ✔ Réponse B

Il faut tirer les trois rouges en premier : $\frac{3}{8}\times\frac{2}{7}\times\frac{1}{6}=\frac{6}{336}=\frac{1}{56}$ (les noires viennent ensuite forcément). C'est aussi $\frac{1}{\binom{8}{3}}$.

Q10 ✔ Réponse A

Suite arithmétique de raison 5 : $\frac{102-2}{5}+1=21$ termes, donc $S=\frac{21\times(2+102)}{2}=1092$.

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE D'OUJDA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie d'Oujda

Session 2008–2009

2008 Énoncé

Q1 Le domaine de définition de la fonction $f(x)=\dfrac{\ln x}{\ln\left(x^2-8\right)}$ est :

A $\left]\sqrt{8},+\infty\right[$

B $\left]0,\sqrt{8}\right[$

C $\left]\sqrt{8},+\infty\right[\setminus\{3\}$

D $\left]-\sqrt{8},\sqrt{8}\right[$

E $]0,+\infty[$

Q2 La dérivée de la fonction $f(x)=e^{\frac{1}{1+x}}-\cos x+\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}$ est :

A $\dfrac{1}{(1+x)^2}e^{\frac{1}{1+x}}-\sin x-\dfrac{x}{\sqrt{(1+x^2)^3}}$

B $-\dfrac{1}{(1+x)^2}e^{\frac{1}{1+x}}+\sin x-\dfrac{x}{\sqrt{(1+x^2)^3}}$

C $e^{\frac{1}{1+x}}+\sin x-\dfrac{x}{2\sqrt{(1+x^2)^3}}$

D $-\dfrac{1}{(1+x)^2}e^{\frac{1}{1+x}}+\sin x-\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

E $-\dfrac{1}{(1+x)^2}e^{\frac{1}{1+x}}+\sin x+\dfrac{x}{\sqrt{(1+x^2)^3}}$

Q3 L'ensemble des solutions de l'inéquation $\sqrt{x^2-9}\geq 4$ est :

A $[5,+\infty[$

B $[-5,5]$

C $]-\infty,-3]\cup[3,+\infty[$

D $]-\infty,-5]\cup[5,+\infty[$

E $[3,+\infty[$

Q4 $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\tan x-\sin x}{x^3}\right)=$

A 1 B $+\infty$ C $\dfrac{1}{2}$ D 0

E n'existe pas

Q5 Une primitive de la fonction $2x\left(1+\ln\left(1+x^2\right)\right)$ est :

A $x^2\ln\left(1+x^2\right)$

B $x^2+2x\ln\left(1+x^2\right)$

C $\left(1+x^2\right)\ln\left(1+x^2\right)$

D $2x\ln\left(1+x^2\right)+1$

E $x^2\left(x+\dfrac{1}{2}\ln^2\left(1+x^2\right)\right)$

Q6 Une solution de l'équation $z\in\mathbb{C}$, $z=\dfrac{2iz-1}{z+i}$, est :

A $\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ B $\dfrac{i\left(-1+\sqrt{5}\right)}{2}$

C $\dfrac{1+i\sqrt{5}}{2}$ D $\dfrac{i\left(1+\sqrt{5}\right)}{2}$

E $\dfrac{-1+i\sqrt{5}}{2}$

Q7 On considère la suite numérique définie par : $u_0=1$; $u_{n+1}=\dfrac{1}{2}\left(u_n+\dfrac{1}{u_n}\right)$. $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=$

A -1 B $+\infty$ C $\dfrac{1}{2}$ D 1

E n'existe pas

Q8 $I=\displaystyle\int_1^2\frac{\ln x}{x}\,\mathrm{d}x$:

A $\dfrac{\ln 2}{2}$ B $\dfrac{1}{2}$ C $\dfrac{\ln^2 2}{2}$ D $\ln^2 2$

E $2\ln^2 2$

Q9 $S_n=1^2+2^2+\cdots+(n-1)^2+n^2$:

A $S_n=\dfrac{n(n+1)}{2}$

B $S_n=\dfrac{n(n+1)(3n-1)}{6}$

C $S_n=\dfrac{n^2(n^2+1)}{2}$

D $S_n=\dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

E $S_n=n^2\left(n^2+1\right)$

Q10 $\tan\left(x-\dfrac{3\pi}{2}\right)=$

A $\tan x$ B $\dfrac{1}{\tan x}$

C $\dfrac{1}{\sin x}$ D $-\dfrac{1}{\tan x}$

E $\dfrac{1}{\cos^2 x}$

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE D'OUJDA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie d'Oujda

Session 2008–2009

2008

Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
C	B	D	C	C	D	D	C	D	D

Q1 ✔ Réponse C

Il faut $x > 0$, $x^2 - 8 > 0$ (donc $x > \sqrt{8}$) et $\ln(x^2-8) \neq 0$, c'est-à-dire $x^2 \neq 9$, soit $x \neq 3$.

Q2 ✔ Réponse B

$\left(e^{\frac{1}{1+x}}\right)' = -\dfrac{1}{(1+x)^2} e^{\frac{1}{1+x}}$, $(-\cos x)' = \sin x$ et $\left((x^2+1)^{-1/2}\right)' = -\dfrac{1}{2} \cdot 2x\,(x^2+1)^{-3/2} = -\dfrac{x}{\sqrt{(1+x^2)^3}}$.

Q3 ✔ Réponse D

Les deux membres étant positifs, l'inéquation équivaut à $x^2 - 9 \geq 16$, soit $x^2 \geq 25$: $x \leq -5$ ou $x \geq 5$.

Q4 ✔ Réponse C

$\tan x - \sin x = \tan x\,(1 - \cos x)$ avec $\tan x \sim x$ et $1 - \cos x \sim \dfrac{x^2}{2}$. Le quotient tend vers $\dfrac{1}{2}$.

Q5 ✔ Réponse C

Avec $u = 1 + x^2$: $(u \ln u)' = u'(\ln u + 1) = 2x\left(1 + \ln(1+x^2)\right)$. Donc $(1+x^2)\ln(1+x^2)$ convient.

Q6 ✔ Réponse D

Pour $z \neq -i$: $z(z+i) = 2iz - 1 \iff z^2 - iz + 1 = 0$.

Discriminant $-5 = (i\sqrt{5})^2$, d'où $z = \dfrac{i(1+\sqrt{5})}{2}$ ou $z = \dfrac{i(1-\sqrt{5})}{2}$.

Seule D est solution (B est l'opposée de la seconde racine).

Q7 ✔ Réponse D

$u_1 = \dfrac{1}{2}(1+1) = 1$: la suite est constante égale à 1, donc sa limite est 1.

Q8 ✔ Réponse C

Une primitive de $\dfrac{\ln x}{x}$ est $\dfrac{(\ln x)^2}{2}$, donc $I = \dfrac{\ln^2 2}{2}$.

Q9 ✔ Réponse D

C'est la formule classique de la somme des carrés (vérification pour $n = 2$: $1 + 4 = 5 = \frac{2\times3\times5}{6}$).

Q10 ✔ Réponse D

$\tan$ est π-périodique : $\tan\left(x - \dfrac{3\pi}{2}\right) = \tan\left(x + \dfrac{\pi}{2}\right) = \dfrac{\sin(x+\frac{\pi}{2})}{\cos(x+\frac{\pi}{2})} = \dfrac{\cos x}{-\sin x} = -\dfrac{1}{\tan x}$.

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE DE MARRAKECH · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie de Marrakech

Session de juillet 2019

2019 Énoncé

Q1 (1 pt) f_1 est la fonction définie par :

$$f_1(x) = \ln\left(2 - \sqrt{x-3}\right)$$

Le domaine de définition de f_1 est :

A $]-\infty, 7[$ B $[3, +\infty[$
C $[3, 7[$ D $[3, 7]$
E $]3, 7[$

Q2 (2 pts) (u_n) est la suite définie par : $u_0 = 0{,}01$ et $u_{n+1} = (u_n)^{2019}$ pour tout entier naturel n.
La limite de la suite (u_n) est :

A -1 B 0 C $-\infty$ D $+\infty$
E 1

Q3 (2 pts) f_2 est la fonction définie par : $f_2(x) = \dfrac{e^{x^2} - 1}{1 - \sqrt{1+x^2}}$. La limite de la fonction f_2 au point 0 est :

A 0 B $-\infty$ C -2 D 2
E -1

Q4 (1 pt) f^{-1} désigne la fonction réciproque d'une fonction numérique f dérivable sur $\mathbb{R}$.
Si $f\left(\dfrac{3}{5}\right) = \dfrac{3}{2}$ et $(f^{-1})'\left(\dfrac{3}{2}\right) = \dfrac{3}{5}$, alors la valeur de $f'\left(\dfrac{3}{5}\right)$ est :

A $\dfrac{5}{3}$ B $\dfrac{3}{5}$ C $\dfrac{3}{2}$ D $\dfrac{2}{3}$ E $\dfrac{5}{2}$

Q5 (3 pts) On considère les deux intégrales : $I = \displaystyle\int_0^1 \frac{x^5}{2+x^3}\,dx$ et $K = \displaystyle\int_0^1 \frac{2x^2}{2+x^3}\,dx$
La valeur de l'intégrale I est :

A $\dfrac{1}{3} - \sqrt[3]{\dfrac{9}{4}}$ B $\dfrac{1}{3}\left(\ln\dfrac{9}{4} - 1\right)$
C $\sqrt[3]{\dfrac{9}{4}} - 1$ D $1 - \ln\sqrt[3]{\dfrac{9}{4}}$
E $\dfrac{1}{3}\left(1 - \ln\dfrac{9}{4}\right)$

Q6 (2 pts) L'ensemble de solutions de l'équation : $e^{\frac{1}{x}}\left(e^{\frac{1}{x}} - 7\right) = -12$ est :

A $\varnothing$ B $\{\ln 3, \ln 4\}$
C $\{e^3, e^4\}$ D $\left\{\dfrac{1}{\ln 3}, \dfrac{1}{\ln 4}\right\}$
E $\{-\ln 3, -\ln 4\}$

Q7 (2 pts) On munit le plan complexe d'un repère orthonormé.
L'ensemble des points M d'affixe z tel que $\left|\dfrac{1+iz}{\bar{z}-i}\right| = 1$ est :

A une droite
B un segment
C réduit à un point
D un cercle
E un demi-cercle

Q8 (2 pts) On considère le nombre complexe $z = \sin 2\alpha + 2i\cos^2\alpha$ avec $0 \leq \alpha < \dfrac{\pi}{2}$
L'écriture trigonométrique du nombre z est :

A $[\cos\alpha, \alpha]$ B $[1, 2\alpha]$
C $[2, \alpha]$ D $[2\cos\alpha, -\alpha]$
E $\left[2\cos\alpha, \dfrac{\pi}{2} - \alpha\right]$

Q9 (2 pts) Dans l'espace rapporté à un repère orthonormé on considère un triangle ABC.
L'ensemble des points M de l'espace tels que : $\left(\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB}\right).\left(\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right) = 0$ est :

A une droite B une sphère
C un plan D un cercle
E vide

Q10 (3 pts) Pour détecter une maladie qui affecte 10% d'une population, on procède à un test sanguin.
Le test sanguin est dit positif lorsqu'il confirme que la personne examinée est affectée, sinon, il est dit négatif.
Des recherches ont prouvé que la probabilité de l'erreur du test sanguin est de :
- $\dfrac{8}{100}$ pour une personne effectivement affectée ;
- $\dfrac{2}{100}$ pour une personne effectivement saine.
La probabilité que le test d'une personne de la population soit positif est :

A $\dfrac{8}{100}$ B $\dfrac{9}{100}$ C $\dfrac{10}{100}$ D $\dfrac{11}{100}$
E $\dfrac{18}{100}$

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE DE MARRAKECH · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie de Marrakech

Session de juillet 2019

2019

Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
C	B	C	A	E	D	A	E	B	D

Q1 ✔ Réponse C

Il faut $x-3\geq 0$ et $2-\sqrt{x-3}>0$, c'est-à-dire $x\geq 3$ et $x-3<4$: $D=[3,7[$.

Q2 ✔ Réponse B

$u_n=(0{,}01)^{2019^n}$ avec $0<0{,}01<1$ et $2019^n\to+\infty$: $u_n\to 0$.
(Par récurrence $0<u_n\leq 0{,}01$, et $u_{n+1}\leq 0{,}01\,u_n$.)

Q3 ✔ Réponse C

Quand $x\to 0$: $e^{x^2}-1\sim x^2$ et $1-\sqrt{1+x^2}=\dfrac{-x^2}{1+\sqrt{1+x^2}}\sim -\dfrac{x^2}{2}$. Le quotient tend vers $\dfrac{x^2}{-x^2/2}=-2$.

Q4 ✔ Réponse A

$(f^{-1})'\left(\dfrac{3}{2}\right)=\dfrac{1}{f'\left(f^{-1}\left(\frac{3}{2}\right)\right)}=\dfrac{1}{f'\left(\frac{3}{5}\right)}=\dfrac{3}{5}$, donc $f'\left(\dfrac{3}{5}\right)=\dfrac{5}{3}$.

Q5 ✔ Réponse E

$K=\dfrac{2}{3}\left[\ln(2+x^3)\right]_0^1=\dfrac{2}{3}\ln\dfrac{3}{2}=\dfrac{1}{3}\ln\dfrac{9}{4}$.

$I+K=\displaystyle\int_0^1\frac{x^2(x^3+2)}{2+x^3}\,dx=\int_0^1 x^2\,dx=\frac{1}{3}$, donc

$I=\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{3}\ln\dfrac{9}{4}=\dfrac{1}{3}\left(1-\ln\dfrac{9}{4}\right)$.

Q6 ✔ Réponse D

Avec $t=e^{1/x}>0$: $t^2-7t+12=0\iff t=3$ ou $t=4$. Donc $\dfrac{1}{x}=\ln 3$ ou $\dfrac{1}{x}=\ln 4$, soit $x=\dfrac{1}{\ln 3}$ ou $x=\dfrac{1}{\ln 4}$.

Q7 ✔ Réponse A

$|1+iz|=|i(z-i)|=|z-i|$ et $|\bar{z}-i|=|\overline{z+i}|=|z+i|$. La condition $|z-i|=|z+i|$ (avec $z\neq -i$) définit la médiatrice des points d'affixes i et $-i$: l'axe des réels, une droite.

Q8 ✔ Réponse E

$z=2\sin\alpha\cos\alpha+2i\cos^2\alpha=2\cos\alpha\,(\sin\alpha+i\cos\alpha)=2\cos\alpha\left(\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)\right)$.
Comme $2\cos\alpha>0$ sur $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$, c'est l'écriture trigonométrique $\left[2\cos\alpha,\dfrac{\pi}{2}-\alpha\right]$.

Q9 ✔ Réponse B

Avec I milieu de $[AB]$ et J milieu de $[BC]$: $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=2\overrightarrow{MI}$ et $\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=2\overrightarrow{MJ}$. La condition devient $\overrightarrow{MI}\cdot\overrightarrow{MJ}=0$: c'est la sphère de diamètre $[IJ]$ ($I\neq J$ car $A\neq C$).

Q10 ✔ Réponse D

Une personne affectée a un test positif avec la probabilité $0{,}92$; une personne saine, par erreur, avec la probabilité $0{,}02$.
Probabilités totales :

$$P(+)=0{,}1\times 0{,}92+0{,}9\times 0{,}02=0{,}092+0{,}018=0{,}11=\frac{11}{100}.$$

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE DE MARRAKECH · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie de Marrakech

Session du 27 juillet 2016

2016

Énoncé

Q1 (u_n) est une suite arithmétique décroissante. Son premier terme $u_0 = 2$, sa raison r tel que : $4(u_1)^2 + (u_2)^2 = 164$. La valeur de r est :

A 3 B -6 C 6 D -3 E 4

Q2 (u_n) est une suite géométrique. Son premier terme $u_1 = 5$, sa raison est $q > 0$ tel que : $u_9 = 1280$. La valeur de q est :

A $\frac{1}{3}$ B $\frac{1}{2}$ C 3 D 2 E $\frac{1}{4}$

Q3 Pour tout entier naturel n, on pose $S_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{2^n}$. Calculer $\lim\limits_{n\to\infty} S_n$

A $\frac{1}{3}$ B $\frac{1}{2}$ C 2 D 3 E 1

Q4 Combien de nombre,composé de 3 chiffres, peut-on composé à partir des chiffres 6, 7, 8, 9 ?

A C_4^3 B 9 C 4^3 D 3^4 E 4×3

Q5 Un sac contient deux boules blanches et trois boules noires, qu'on ne peut pas distinguer par le touché.On tire au hasard et en même temps deux boules du sac. Quelle est la probabilité d'obtenir deux boules de la même couleur ?

A $\frac{1}{4}$ B $\frac{2}{5}$ C $\frac{3}{5}$ D $\frac{1}{10}$ E $\frac{3}{10}$

Q6 $\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{\ln x}{1 - \ln x}$ est égale à :

A $+\infty$ B $-\infty$ C 1 D -1 E 0

Q7 Le nombre complexe $\left(\frac{1-i}{1+i}\right)^{16}$ est égale à :

A -1 B 1 C $\frac{1}{2}$ D 2 E -2

Q8 Le domaine de définition de la fonction $g(x) = \frac{x}{\sqrt{4 - (\ln(x))^2}}$ est :

A $]-\infty, e^2[$ B $]e^2, +\infty[$
C $]e^{-2}, e^2[$ D $]0, e^2[$
E $\mathbb{R}^+$

Q9 Dans le plan orthonormé (unité de mesure est cm)
On considère les graphes des deux fonctions f et g définies par $f(x) = \sqrt{x}$ et $g(x) = x^2$ (pour tout $x > 0$).
La surface limitée par les graphes respectifs de f et g,et les deux droites horizontales d'équations $x = 2$ et $x = 0$ est :

A $\frac{2 + 5\sqrt{2}}{-2}$ cm^2
B $\frac{1}{2}$ cm^2
C $\frac{2(5 - 2\sqrt{2})}{3}$ cm^2
D $\frac{5}{2}$ cm^2
E $\frac{2(2 - 5\sqrt{2})}{3}$ cm^2

Q10 On considère la fonction f définie par : $f(x) = \cos(e^x)$ et C le graphe de la fonction f dans le plan orthonormé. L'équation de la tangente au graphe de f au point 0 est :

A $y = \cos 1$
B $y = -\sin 1$
C $y = -(\sin 1)x + \cos 1$
D $y = -(\cos 1)x + \sin 1$
E $y = 1$

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE DE MARRAKECH · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie de Marrakech

Session du 27 juillet 2016

2016

Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
B	D	C	C	B	D	B	C	C	C

Q1 ✔ Réponse B

$u_1 = 2 + r$ et $u_2 = 2 + 2r$:
$4(2 + r)^2 + (2 + 2r)^2 = 8r^2 + 24r + 20 = 164$, soit $r^2 + 3r - 18 = 0$, d'où $r = 3$ ou $r = -6$. La suite étant décroissante, $r = -6$.

Q2 ✔ Réponse D

$u_9 = u_1 q^8 = 5q^8 = 1280$, donc $q^8 = 256 = 2^8$ et, avec $q > 0$, $q = 2$.

Q3 ✔ Réponse C

$$S_n = \frac{1 - (1/2)^{n+1}}{1 - 1/2} = 2\left(1 - \frac{1}{2^{n+1}}\right) \to 2.$$

Q4 ✔ Réponse C

Chacun des trois chiffres (centaines, dizaines, unités) peut être choisi parmi les 4 chiffres proposés, avec répétition possible : $4 \times 4 \times 4 = 4^3 = 64$ nombres.
(Sans répétition, on trouverait $4 \times 3 \times 2 = 24$, qui n'est pas proposé.)

Q5 ✔ Réponse B

$\binom{5}{2} = 10$ tirages ; deux blanches : 1, deux noires : $\binom{3}{2} = 3$.
$p = \dfrac{1 + 3}{10} = \dfrac{2}{5}$.

Q6 ✔ Réponse D

Avec $t = \ln x \to -\infty$: $\dfrac{t}{1 - t} = \dfrac{1}{\frac{1}{t} - 1} \to -1$.

Q7 ✔ Réponse B

$\dfrac{1 - i}{1 + i} = \dfrac{(1 - i)^2}{2} = -i$, et $(-i)^{16} = \big((-i)^4\big)^4 = 1$.

Q8 ✔ Réponse C

Il faut $x > 0$ et $4 - (\ln x)^2 > 0$, c'est-à-dire $-2 < \ln x < 2$, soit $e^{-2} < x < e^2$.

Q9 ✔ Réponse C

Les courbes se coupent en $x = 1$: $\sqrt{x} \geq x^2$ sur $[0, 1]$ et $x^2 \geq \sqrt{x}$ sur $[1, 2]$. L'aire vaut

$$\int_0^1 (\sqrt{x} - x^2)\,dx + \int_1^2 (x^2 - \sqrt{x})\,dx = \frac{1}{3} + \left(\frac{7}{3} - \frac{4\sqrt{2} - 2}{3}\right)$$
$$= \frac{10 - 4\sqrt{2}}{3}$$
$$= \frac{2(5 - 2\sqrt{2})}{3} \text{ cm}^2.$$

Q10 ✔ Réponse C

$f(0) = \cos 1$ et $f'(x) = -e^x \sin(e^x)$, donc $f'(0) = -\sin 1$.
Tangente : $y = -(\sin 1)x + \cos 1$.

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE DE MARRAKECH · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie de Marrakech

Session 2015–2016

2015 Énoncé

Q1 Soient m une constante de $\mathbb{R}$ et h la fonction définie sur $\mathbb{R}_+^*$ par $h(x) = x^m - (\ln x)^2$.

- **A** Si $m > 0$ $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x) = 0$
- **B** Si $m < 0$ $\lim\limits_{x\to 0^+} h(x) = 0$
- **C** Si $m < 0$ $\lim\limits_{x\to 0^+} h(x) = -\infty$
- **D** Si $m \leq 0$ $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x) = 0$
- **E** Si $m > 0$ $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x) = +\infty$

Q2 Soit U_n la suite définie par $U_n = \dfrac{(-1)^n}{n^2}$; $n \in \mathbb{N}$ et $n \neq 0$.
La suite $(U_n)_{n\geq 1}$ est

- **A** Monotone.
- **B** Convergente.
- **C** Négative.
- **D** Décroissante et minorée.
- **E** Croissante et Majorée.

Q3 Une seule des affirmations suivantes est exacte :

- **A** La partie réelle de $(1-i)^5$ est $\sqrt{2}$.
- **B** La partie imaginaire de $(1+i)^{20}$ est 42.
- **C** $(1+i)^{20}$ est réel.
- **D** L'équation $z^4 - 1 = 0$ possède une et une seule solution dans $\mathbb{C}$.
- **E** L'équation $z^4 - 1 = 0$ possède trois solutions distinctes dans $\mathbb{R}$.

Q4 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \begin{cases} e^x & \text{, si } x < 0 \\ \cos x & \text{, si } x \geq 0 \end{cases}$

- **A** L'équation $f(x) = 0$ possède trois solutions dans l'intervalle $]-\infty; 2\pi]$.
- **B** f n'est pas continue en 0.
- **C** f est dérivable en 0.
- **D** L'équation $f(x) = 0$ possède deux solutions dans l'intervalle $]-\infty; \pi]$.
- **E** L'équation $f(x) = 0$ possède une et une seule solution dans l'intervalle $]-\infty; \pi]$.

Q5 Une seule des affirmations suivantes est exacte :

- **A** $\displaystyle\int_2^e \frac{1}{x\ln x}\,dx = -2.$
- **B** $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x\,dx = -\frac{1}{2}\ln 2.$
- **C** $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x\,dx = \ln 2.$
- **D** $\displaystyle\int_1^e \frac{\ln x}{\sqrt{x}}\,dx = 4 + 2\sqrt{e}.$
- **E** $\displaystyle\int_1^e \frac{\ln x}{\sqrt{x}}\,dx = 4 - 2\sqrt{e}.$

Q6 Soient f et g les fonctions définies respectivement sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

et

$$g(x) = \int_x^{x+1} f(t)\,dt.$$

- **A** L'image de $\mathbb{R}$ par f est $]0; 1]$.
- **B** L'image de $\mathbb{R}$ par f est $]0; +\infty]$.
- **C** La fonction g est dérivable sur $\mathbb{R}$ et, pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g'(x) = f(x) - f(x+1)$.
- **D** Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g(x) < 0$.
- **E** Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $0 \leq g(x) < \dfrac{1}{2}$.

Q7 Soient n et p deux entiers naturels strictement positifs.

- **A** Si $n^2 + np + p^2$ est pair, alors n est impair et p est pair.
- **B** Si $n^2 + np + p^2$ est pair, alors n est pair et p est impair.
- **C** Si $n^2 + np + p^2$ est pair, alors np est impair.
- **D** Si $n^2 + np + p^2$ est pair, alors n et p sont pairs.
- **E** Si $n^2 + np + p^2$ est pair, alors n et p sont impairs.

Q8 Une seule des affirmations suivantes est exacte :

- **A** $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{8}} \frac{2\,dx}{\cos^2(x)} = 1 - \sqrt{2}.$
- **B** $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{8}} \frac{2\,dx}{\cos^2(x)} = 2(1 - \sqrt{2}).$
- **C** $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{2\,dx}{\cos^2(x)} = 4(\sqrt{2} - 1).$
- **D** $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{4}} \frac{2\,dx}{\cos^2(x)} = 4.$
- **E** $\displaystyle\int_{-\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{8}} \frac{2\,dx}{\cos^2(x)} = 4(1 - \sqrt{2}).$

Q9 Soient (u_n) et (v_n) deux suites définies pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, par $u_n = \dfrac{e^n}{n^n}$ et $v_n = \ln(u_n)$.

- **A** la suite (v_n) et la suite (u_n) ont la même limite.
- **B** la suite (v_n) est strictement croissante.
- **C** la suite (u_n) est strictement croissante.
- **D** La suite (u_n) est bornée.
- **E** la suite (u_n) admet une limite et cette limite est non nulle.

Q10 On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 1$ et pour $n \in \mathbb{N}$: $u_{n+1} = \dfrac{1}{3}u_n + n - 2$.
On définit la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ par, pour tout $n \in \mathbb{N}$: $v_n = -2u_n + 3n - \dfrac{21}{2}$.

- **A** Pour tout entier naturel $n \geq 5$, $u_n \leq n - 3$.
- **B** Pour tout entier naturel $n \geq 5$, $u_n \geq n - 3$.
- **C** La limite de la suite (u_n) est finie.
- **D** La suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison $\dfrac{1}{3}$ et de premier terme $\dfrac{25}{2}$.
- **E** Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = \dfrac{25}{4}\left(\dfrac{1}{3}\right)^n + \dfrac{3}{2}n + \dfrac{21}{4}$.

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE DE MARRAKECH · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie de Marrakech

Session 2015–2016

2015

Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
E	B	C	E	E	A	D	D	D	B

Q1 ✔ Réponse **E**

- $m > 0$, $x \to +\infty$: $h(x) = x^m\left(1 - \dfrac{(\ln x)^2}{x^m}\right)$ et $\dfrac{(\ln x)^2}{x^m} \to 0$, donc $h \to +\infty$: E (A fausse).
- $m < 0$, $x \to 0^+$: avec $t = -\ln x \to +\infty$, $h = e^{|m|t} - t^2 \to +\infty$: B et C fausses.
- $m \leq 0$, $x \to +\infty$: x^m reste borné et $-(\ln x)^2 \to -\infty$: D fausse.

Q2 ✔ Réponse **B**

$|U_n| = \dfrac{1}{n^2} \to 0$: la suite converge vers 0. Ses termes changent de signe ($U_1 = -1$, $U_2 = \frac{1}{4}$, $U_3 = -\frac{1}{9}$) : elle n'est ni monotone ni négative.

Q3 ✔ Réponse **C**

$(1+i)^2 = 2i$, donc $(1+i)^{20} = (2i)^{10} = 2^{10}i^{10} = -1024$: réel (C), de partie imaginaire 0 (B fausse).
- A : $(1-i)^5 = (1-i)(-2i)^2 = -4(1-i) = -4+4i$, de partie réelle -4.
- D et E : $z^4 = 1$ a quatre solutions dans $\mathbb{C}$ (± 1, $\pm i$), dont deux réelles.

Q4 ✔ Réponse **E**

Pour $x < 0$, $e^x > 0$; pour $x \geq 0$, $\cos x = 0$ en $\frac{\pi}{2}$, $\frac{3\pi}{2}\ldots$ Sur $]-\infty;\pi]$ la seule solution est $\frac{\pi}{2}$ (E, D fausse) ; sur $]-\infty;2\pi]$ il y en a deux (A fausse).
f est continue en 0 ($e^0 = \cos 0 = 1$), mais ses dérivées à gauche (1) et à droite ($-\sin 0 = 0$) diffèrent : B et C fausses.

Q5 ✔ Réponse **E**

Par parties avec $u = \ln x$ et $v = 2\sqrt{x}$:

$$\begin{aligned}\int_1^e \frac{\ln x}{\sqrt{x}}\,dx &= \left[2\sqrt{x}\ln x\right]_1^e - \int_1^e \frac{2}{\sqrt{x}}\,dx \\ &= 2\sqrt{e} - \left(4\sqrt{e} - 4\right) \\ &= 4 - 2\sqrt{e}.\end{aligned}$$

- A : $\displaystyle\int_2^e \frac{dx}{x\ln x} = \left[\ln(\ln x)\right]_2^e = -\ln(\ln 2) \approx 0{,}37$.
- B et C : $\displaystyle\int_0^{\pi/4} \tan x\,dx = \left[-\ln\cos x\right]_0^{\pi/4} = \frac{1}{2}\ln 2$.

Q6 ✔ Réponse **A**

$1 + x^2$ prend toutes les valeurs de $[1, +\infty[$, donc f prend toutes les valeurs de $]0;1]$: A.
- C : $g(x) = F(x+1) - F(x)$ avec $F' = f$, donc $g'(x) = f(x+1) - f(x)$ (signe inversé).
- D : $f > 0$, donc $g > 0$.
- E : $g\left(-\frac{1}{2}\right) = 2\arctan\frac{1}{2} \approx 0{,}93 > \frac{1}{2}$.

Q7 ✔ Réponse **D**

On raisonne sur les parités :
- n et p impairs : impair + impair + impair = impair ;
- l'un pair, l'autre impair : un seul des trois termes est impair, la somme est impaire ;
- n et p pairs : la somme est paire.

Donc la somme n'est paire que si n et p sont pairs.

Q8 ✔ Réponse **D**

Une primitive de $\dfrac{2}{\cos^2 x}$ est $2\tan x$, et $\tan\dfrac{\pi}{8} = \sqrt{2} - 1$.
- D : $2\left(\tan\frac{\pi}{4} - \tan\left(-\frac{\pi}{4}\right)\right) = 4$: **vraie** (et C fausse).
- A : $2(\sqrt{2}-1) > 0$, alors que $1 - \sqrt{2} < 0$.
- B et E : l'intégrale vaut $4(\sqrt{2}-1) > 0$.

Q9 ✔ Réponse **D**

$\dfrac{u_{n+1}}{u_n} = \dfrac{e}{n+1}\left(\dfrac{n}{n+1}\right)^n \leq \dfrac{e}{2} \times \dfrac{1}{2} < 1$: (u_n) est strictement décroissante (C fausse), positive et majorée par $u_1 = e$: elle est bornée (D).
$u_n = \left(\dfrac{e}{n}\right)^n \to 0$ (E fausse), tandis que $v_n = n(1 - \ln n) \to -\infty$ (A fausse) ; $(v_n) = (\ln u_n)$ est strictement décroissante (B fausse).

Q10 ✔ Réponse **B**

$v_{n+1} = -\dfrac{2}{3}u_n - 2n + 4 + 3n + 3 - \dfrac{21}{2} = -\dfrac{2}{3}u_n + n - \dfrac{7}{2} = \dfrac{1}{3}v_n$: (v_n) est géométrique de raison $\frac{1}{3}$, mais de premier terme $v_0 = -2 - \frac{21}{2} = -\dfrac{25}{2}$ (D fausse).
Donc $u_n = \dfrac{3n - \frac{21}{2} - v_n}{2} = \dfrac{25}{4}\left(\dfrac{1}{3}\right)^n + \dfrac{3}{2}n - \dfrac{21}{4}$ (E a le mauvais signe), et $u_n \to +\infty$ (C fausse).
$u_n - (n-3) = \dfrac{25}{4}\left(\dfrac{1}{3}\right)^n + \dfrac{n}{2} - \dfrac{9}{4} > 0$ dès que $n \geq 5$: B (A fausse).

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE DE MARRAKECH · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie de Marrakech

Session du 3 août 2011

2011 Énoncé

Q1 Le domaine de définition de la fonction $f(x)=\sqrt{\ln(x^2+3x-4)}$ est :

A $\left]-\infty,\dfrac{-3-\sqrt{29}}{2}\right]$

B $\left]\dfrac{-3-\sqrt{29}}{2},\dfrac{-3+\sqrt{29}}{2}\right[$

C $\left]-\infty,\dfrac{-3-\sqrt{29}}{2}\right]\cup\left[\dfrac{-3+\sqrt{29}}{2},+\infty\right[$

D $\left]-\infty,\dfrac{-3-\sqrt{29}}{2}\right[\cup\left]\dfrac{-3+\sqrt{29}}{2},+\infty\right[$

E $\left]\dfrac{-3+\sqrt{29}}{2},+\infty\right[$

Q2 La valeur de $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{n-\sqrt{n^2+1}}{n+\sqrt{n^2-1}}$ est :

A 1 B 0 C $-\infty$ D $+\infty$ E n'existe pas

Q3 On considère la fonction g définie par : $g(x)=\dfrac{\tan x-\sin x}{x^3}$ pour $x\neq 0$ et $g(0)=\mu$.
La valeur de μ pour que g soit continue en 0 est :

A 0 B $-\dfrac{1}{2}$ C $\dfrac{1}{4}$ D $\dfrac{1}{2}$ E $-\dfrac{1}{4}$

Q4 Soit $z=x+iy$ un nombre complexe. Le nombre z^2+2z-3 est réel si et seulement si

A $x=1$ et $y=0$
B $x=1$ ou $y=-1$
C $x=-1$ et $y=0$
D $y=0$ ou $x=-1$
E $y=0$ et $x=1$

Q5 Soit $(u_n)_{n\geq 0}$ une suite arithmétique. Si $u_3+u_4+\cdots+u_{10}=672$ et $u_7=81$ alors $u_3=$

A 103 B 213 C 123 D 105 E 107

Q6 La somme $S=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{8}-\cdots+\dfrac{1}{512}$ est égal à :

A $\dfrac{172}{521}$ B $\dfrac{171}{512}$ C $\dfrac{571}{723}$ D $\dfrac{571}{732}$ E $\dfrac{513}{824}$

Q7 La valeur de l'intégrale $\displaystyle\int_{-1}^{+1}\frac{1}{x^2-4}\,dx$ est :

A $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$ B $\dfrac{\ln 5}{2}$ C $\dfrac{\ln 3}{2}$ D $-\dfrac{\ln 3}{2}$ E $-\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

Q8 La primitive de la fonction $f(x)=\dfrac{\ln x}{x^3}$ qui vaut 0 au point 1 est :

A $\dfrac{\ln x}{x^2}-\dfrac{1}{3x^2}+\dfrac{1}{3}$
B $\dfrac{\ln x}{2x^2}-\dfrac{1}{4x^2}+\dfrac{1}{4}$
C $\dfrac{\ln x}{4x^2}+\dfrac{1}{2x^2}-\dfrac{1}{2}$
D $-\dfrac{\ln x}{2x^2}-\dfrac{1}{4x^2}+\dfrac{1}{4}$
E $-\dfrac{\ln x}{2x^2}+\dfrac{1}{4x^2}-\dfrac{1}{4}$

Q9 La courbe représentative de la fonction $f(x)=\cos(e^x)$ admet une tangente au point d'abscisse 0 dont l'équation est :

A $y=\cos 1$
B $y=-\sin 1$
C $y=-(\sin 1)x+\cos 1$
D $y=-(\cos 1)x+\sin 1$
E $y=1$

Q10 Un argument du nombre complexe $z=\dfrac{\sqrt{3}+i}{\sqrt{2}-i\sqrt{2}}$ est :

A $-\dfrac{5\pi}{12}$ B $\dfrac{7\pi}{12}$ C $\dfrac{5\pi}{12}$ D $-\dfrac{7\pi}{12}$ E $\dfrac{3\pi}{4}$

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE DE MARRAKECH · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie de Marrakech

Session du 3 août 2011

2011 — Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
C	B	D	D	D	B	D	D	C	C

Q1 ✔ Réponse C

Il faut $\ln(x^2+3x-4) \geq 0$, c'est-à-dire $x^2+3x-4 \geq 1$, soit $x^2+3x-5 \geq 0$ (cette condition assure aussi que le logarithme est défini). Les racines sont $\dfrac{-3 \pm \sqrt{29}}{2}$, d'où C (bornes comprises).

Q2 ✔ Réponse B

$n - \sqrt{n^2+1} = \dfrac{-1}{n+\sqrt{n^2+1}} \to 0$ et le dénominateur tend vers $+\infty$: la limite est 0.

Q3 ✔ Réponse D

$\tan x - \sin x = \tan x(1-\cos x)$ avec $\tan x \sim x$ et $1-\cos x \sim \dfrac{x^2}{2}$: $g(x) \to \dfrac{1}{2}$. Il faut $\mu = \dfrac{1}{2}$.

Q4 ✔ Réponse D

$z^2+2z-3 = (x^2-y^2+2x-3)+i(2xy+2y)$. Sa partie imaginaire $2y(x+1)$ est nulle si et seulement si $y=0$ ou $x=-1$.

Q5 ✔ Réponse D

La somme compte 8 termes : $\dfrac{8(u_3+u_{10})}{2} = 672$, donc $u_3+u_{10} = 2u_3+7r = 168$. Avec $u_7 = u_3+4r = 81$: $2(81-4r)+7r = 168$, d'où $r=-6$ et $u_3 = 81+24 = 105$.

Q6 ✔ Réponse B

Somme géométrique de 9 termes ($\frac{1}{512} = \frac{1}{2^9}$), de premier terme $\frac{1}{2}$ et de raison $-\frac{1}{2}$:

$$S = \frac{1}{2}\cdot\frac{1-\left(-\frac{1}{2}\right)^9}{1+\frac{1}{2}} = \frac{1}{3}\left(1+\frac{1}{512}\right) = \frac{513}{1536} = \frac{171}{512}.$$

Q7 ✔ Réponse D

$\dfrac{1}{x^2-4} = \dfrac{1}{4}\left(\dfrac{1}{x-2} - \dfrac{1}{x+2}\right)$, donc

$$\int_{-1}^{1} \frac{dx}{x^2-4} = \frac{1}{4}\left[\ln\left|\frac{x-2}{x+2}\right|\right]_{-1}^{1} = \frac{1}{4}\left(\ln\frac{1}{3} - \ln 3\right) = -\frac{\ln 3}{2}.$$

(Le résultat est négatif, ce qui est cohérent : $x^2-4<0$ sur $[-1,1]$.)

Q8 ✔ Réponse D

Par parties ($u=\ln x$, $v=-\frac{1}{2x^2}$) :
$\displaystyle\int \frac{\ln x}{x^3}\,dx = -\frac{\ln x}{2x^2} + \int \frac{dx}{2x^3} = -\frac{\ln x}{2x^2} - \frac{1}{4x^2} + c.$
En 1 : $-\dfrac{1}{4}+c=0$, donc $c=\dfrac{1}{4}$: D.

Q9 ✔ Réponse C

$f(0) = \cos 1$ et $f'(x) = -e^x\sin(e^x)$, donc $f'(0) = -\sin 1$.
Tangente : $y = -(\sin 1)x + \cos 1$.

Q10 ✔ Réponse C

$\sqrt{3}+i = 2e^{i\pi/6}$ et $\sqrt{2}-i\sqrt{2} = 2e^{-i\pi/4}$, donc $z = e^{i(\pi/6+\pi/4)} = e^{5i\pi/12}$.

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE DE MARRAKECH · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie de Marrakech

Session de juillet 2008

2008

Énoncé

Q1 Le module du nombre complexe $z = 1 + i(3 + 5i)$ est :

A $\sqrt{45}$ B 7 C $\sqrt{5}$ D 4 E 5

Q2 Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite arithmétique telles que : $u_4 = 0$ et $u_6 = -1$.
Alors la valeur du terme u_1 est :

A $\dfrac{-3}{2}$ B 0 C $\dfrac{2}{3}$ D 1 E $\dfrac{3}{2}$

Q3 Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite géométrique de premier terme $u_0 = 2$ et de raison $q = \dfrac{1}{4}$.
Alors la raison r de la suite arithmétique (v_n) définie par $v_n = \ln(u_n)$ est :

A $\dfrac{1}{\ln(4)}$ B $\ln(4)$
C $2\ln(4)$ D $-2\ln(2)$
E $\dfrac{-1}{\ln(4)}$

Q4 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = a + \dfrac{1 - \sqrt{1 + \sin(x)}}{x}$ si $x \neq 0$ et $f(x) = 0$ pour $x = 0$
La valeur de a pour que la fonction f soit continue au point zéro est :

A $\dfrac{-1}{2}$ B 0 C $\dfrac{1}{2}$ D 2 E -1

Q5 Soit $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite récurrente définie par :

$$w_0 = 3 \text{ et } w_{n+1} = \sqrt{\frac{2}{3}w_n^2 + 2}$$

Alors la suite $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers :

A $\sqrt{2}$ B $\sqrt{6}$ C 0 D $\sqrt{\dfrac{2}{3}}$
E -1

Q6 Soit g la fonction définie sur $\left[\dfrac{-1}{2}, +\infty\right[$ par :

$$g(x) = \frac{\sqrt{1+2x} - 1}{x} \text{ si } x \neq 0$$
$$g(x) = 1 \text{ pour } x = 0$$

Alors $g'(0)$ est :

A $\dfrac{-1}{2}$ B 1 C $\dfrac{1}{2}$ D $\sqrt{2}$
E n'est pas dérivable au point 0

Q7 La primitive de la fonction $h(x) = \dfrac{4}{4 - x^2}$ $(-2 < x < 2)$ qui prend la valeur zéro au point zéro est :

A $\ln\left(\dfrac{2+x}{2-x}\right)$ B $\ln\left(\dfrac{2-x}{2+x}\right)$
C $2\arctan\left(\dfrac{x}{2}\right)$ D $\ln\left(\dfrac{4-x^2}{4}\right)$
E $\ln\left(\dfrac{4}{4-x^2}\right)$

Q8 L'ensemble les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $e^{2x} - 2e^x - 3 = 0$ est :

A $\{0, \ln(3)\}$
B $\{\ln(3)\}$
C $\{-\ln(3), \ln(3)\}$
D $\varnothing$
E $\left\{\dfrac{1}{\ln(3)}\right\}$

Q9 Dans le plan rapporté à un repère orthonormal (unité de mesure est le cm) les courbes (C_1) et (C_2) représentent les fonctions f et g définies sur $]0, +\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{1}{x}$ et $g(x) = \dfrac{1}{2x}$.
Alors l'aire de la partie limitée par (C_1) et (C_2), les droites d'équations $x = \dfrac{1}{3}$ et $x = \dfrac{4}{3}$ est :

A $\ln(3)$ cm^2 B $\dfrac{4}{3}$ cm^2
C $\ln(2)$ cm^2 D $\ln\left(\dfrac{3}{2}\right)$ cm^2
E $2\ln(2)$ cm^2

Q10 La courbe représentative de la fonction g définie par $g(x) = 2x - \sqrt{1 + x^2}$ admet, au voisinage de $+\infty$, une asymptote d'équation :

A $y = 2x + 1$ B $y = 1$
C $y = x - 1$ D $y = x$
E $y = 2x - 1$

Q11 Soit h une fonction définie sur l'ensemble des réels, dont la courbe représentative dans un repère orthonormé, est symétrique par rapport à la droite d'équation $x = \dfrac{3}{2}$.
Alors h vérifie :

A $h(-x) = h(x)$
B $h(x) = h\left(\dfrac{3}{2} - x\right)$
C $h\left(\dfrac{3}{2} - x\right) = h\left(x - \dfrac{3}{2}\right)$
D $h\left(\dfrac{3}{2} + x\right) = h\left(-x - \dfrac{3}{2}\right)$
E $h(x) = h(3 - x)$

Q12 On lance un dé à 6 faces déséquilibré.
Les probabilités p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6 d'obtenir les numéros 1, 2, 3, 4, 5, 6 sont, dans cet ordre, les termes consécutifs d'une suite arithmétique de raison $r = \dfrac{-1}{45}$.
Alors la valeur du premier terme p_1 est :

A 0 B $\dfrac{-2}{9}$ C $\dfrac{1}{3}$ D $\dfrac{1}{6}$ E $\dfrac{2}{9}$

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE DE MARRAKECH · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie de Marrakech

Session de juillet 2008

2008

Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12
E	E	D	C	B	A	A	B	C	D	E	E

Q1 ✔ Réponse E

$z = 1 + 3i - 5 = -4 + 3i$, donc $|z| = \sqrt{16 + 9} = 5$.

Q2 ✔ Réponse E

$u_6 - u_4 = 2r = -1$, donc $r = -\dfrac{1}{2}$ et $u_1 = u_4 - 3r = 0 + \dfrac{3}{2} = \dfrac{3}{2}$.

Q3 ✔ Réponse D

$v_{n+1} - v_n = \ln \dfrac{u_{n+1}}{u_n} = \ln \dfrac{1}{4} = -\ln 4 = -2 \ln 2$.

Q4 ✔ Réponse C

$\dfrac{1 - \sqrt{1 + \sin x}}{x} = \dfrac{-\sin x}{x\left(1 + \sqrt{1 + \sin x}\right)} \to -\dfrac{1}{2}$. La continuité en 0 exige $a - \dfrac{1}{2} = 0$, soit $a = \dfrac{1}{2}$.

Q5 ✔ Réponse B

Avec $t_n = w_n^2$: $t_{n+1} = \dfrac{2}{3} t_n + 2$, donc $t_{n+1} - 6 = \dfrac{2}{3}(t_n - 6)$ et $t_n = 6 + 3\left(\dfrac{2}{3}\right)^n \to 6$. Comme $w_n > 0$, $w_n \to \sqrt{6}$.

Q6 ✔ Réponse A

Pour $x \neq 0$: $g(x) = \dfrac{2}{\sqrt{1 + 2x} + 1}$, formule qui donne aussi $g(0) = 1$. Donc $g'(x) = -\dfrac{2}{\left(\sqrt{1 + 2x} + 1\right)^2} \cdot \dfrac{1}{\sqrt{1 + 2x}}$ et $g'(0) = -\dfrac{2}{4} = -\dfrac{1}{2}$.

Q7 ✔ Réponse A

$\dfrac{4}{4 - x^2} = \dfrac{1}{2 - x} + \dfrac{1}{2 + x}$, dont une primitive sur $]-2, 2[$ est $-\ln(2 - x) + \ln(2 + x) = \ln \dfrac{2 + x}{2 - x}$, qui vaut bien 0 en 0.

Q8 ✔ Réponse B

Avec $t = e^x > 0$: $t^2 - 2t - 3 = (t - 3)(t + 1) = 0$. Seul $t = 3$ convient, donc $x = \ln 3$.

Q9 ✔ Réponse C

Sur $]0, +\infty[$, $f - g = \dfrac{1}{2x} > 0$. L'aire vaut $\displaystyle\int_{1/3}^{4/3} \frac{dx}{2x} = \frac{1}{2} \ln \frac{4/3}{1/3} = \frac{1}{2} \ln 4 = \ln 2$ cm^2.

Q10 ✔ Réponse D

$g(x) - x = x - \sqrt{1 + x^2} = \dfrac{-1}{x + \sqrt{1 + x^2}} \to 0$ en $+\infty$: la droite $y = x$ est asymptote.

Q11 ✔ Réponse E

La symétrie par rapport à la droite $x = a$ envoie le point d'abscisse x sur celui d'abscisse $2a - x$: la condition est $h(2a - x) = h(x)$, ici $h(3 - x) = h(x)$. (C et D traduisent une symétrie par rapport à l'axe des ordonnées.)

Q12 ✔ Réponse E

$p_1 + \cdots + p_6 = 6p_1 + 15r = 1$, soit $6p_1 - \dfrac{1}{3} = 1$ et $p_1 = \dfrac{4/3}{6} = \dfrac{2}{9}$. (Vérification : $p_6 = \frac{2}{9} - \frac{5}{45} = \frac{1}{9} > 0$.)

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE DE TANGER · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie de Tanger

Session 2019–2020

2019 Énoncé

Q1 Soit f une fonction polynôme définie sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ avec $(a \neq 0)$
(C_1) est sa courbe représentative dans un repère orthonormé,

- **A** f admet une fonction réciproque définie sur $\mathbb{R}$
- **B** (C_1) admet un axe de symétrie.
- **C** (C_1) coupe l'axe des abscisses en trois points différents
- **D** f admet une valeur maximale
- **E** L'équation $f(x) = 0$ admet au moins une solution réelle

Q2 Autour des nombres et leurs ensembles

- **A** $0^0 = 1$
- **B** $e^{i\pi}$ est un nombre entier relatif
- **C** Pour tout réel x strictement positif, $\sqrt{x}$ est un nombre irrationnel.
- **D** $\left]\frac{1}{3};\frac{1}{2}\right[\cap \mathbb{Q} = \varnothing$
- **E** π^2 est un nombre rationnel.

Q3 Dans une urne, on dispose de 12 boules indiscernables au taucher, 8 d'entre elles portent chacune le numéro 1 et les 4 autres boules portent chacune le numéro 2.
On tire au hasard et simultanément deux boules de cette urne.
On note X la variable aléatoire qui associe à chaque tirage le plus petit des numéros des boules tirées.

- **A** $\text{Card}(\Omega) = 132$
- **B** $E[X] = \frac{12}{11}$
- **C** $P[X = 1] = \frac{2}{3}$
- **D** $[X \geq 2]$ est un évènement impossible
- **E** $[X = 1]$ et $[X = 2]$ sont indépendants

Q4 On considère la fonction g définie par $g(x) = \frac{e^x}{e^{2x} - 1}$
(C_2) est sa courbe représentative dans un repère orthonormé,

- **A** g est définie sur $\mathbb{R} - \{-1, 1\}$
- **B** g est une fonction impaire
- **C** $\ln \frac{e^x + 1}{e^x - 1}$ est l'expression d'une primitive de g
- **D** g est strictement positive sur son ensemble de définition
- **E** (C_2) admet une asymptote parallèle à l'axe des abscisses au voisinage de $+\infty$

Q5 La somme $S = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} \cdots + \frac{1}{4096}$ est égale :

- **A** $\frac{2731}{8192}$
- **B** $2\left(1 - \frac{1}{2^{13}}\right)$
- **C** $2\left(1 + \frac{1}{2^{13}}\right)$
- **D** $\frac{2731}{4096}$
- **E** Autre valeur

Q6 Dans le plan complexe, l'ensemble $E = \{M(z)/z \in \mathbb{C}\ |z - 3| = |z + i|$ et $|z - i| = 2\}$ est :

- **A** Un segment
- **B** $E = \varnothing$
- **C** Un demi-cercle
- **D** Une demi-droite
- **E** Autre

Q7 Dans l'espace muni d'un repère orthonormé, M' est le symétrique du point $M\left(4; \frac{11}{2}; \frac{-1}{2}\right)$ par rapport au plan (P) d'équation : $2x + 3y - z = 4$.
Les coordonnées du point M' sont :

- **A** $\left(-2; \frac{-7}{2}; \frac{5}{2}\right)$
- **B** $\left(-8; \frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$
- **C** $(2; 1; 3)$
- **D** $\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; \frac{11}{2}\right)$
- **E** Autre

Q8

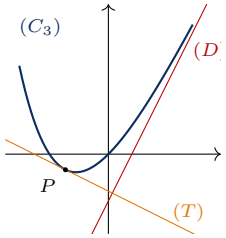
$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\cos(4x)}{\cos(2x) - \sin(2x)}\, dx =$$

- **A** $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{3}}{4}$
- **B** $\frac{\sqrt{3}}{4}$
- **C** $\frac{\sqrt{3} + 1}{2}$
- **D** $\frac{\sqrt{3} - 1}{4}$
- **E** Autre valeur

Q9 La valeur moyenne de la fonction u définie par : $u(x) = \frac{1}{\sqrt[3]{2x + 1}}$ sur l'intervalle $\left[0; \frac{7}{2}\right]$ est égale :

- **A** $\sqrt[3]{\frac{9}{4}}$
- **B** $\frac{9}{14}$
- **C** $\frac{\sqrt[3]{9}}{4}$
- **D** $\frac{9}{4}$
- **E** Autre valeur

Q10 Sur la figure ci-contre, (C_3) est la courbe représentative dans un repère orthonormé de la fonction h définie sur $\mathbb{R}$ par :
$h(x) = e^{-x} + 2x - 1$



La droite (D) est son asymptote oblique au voisinage de $+\infty$.
(T) est la droite tangente à (C_3) en un point P
Si on sait que les droites (T) et (D) sont perpendiculaires, alors l'ordonné y_P du point P est :

- **A** $y_P = \frac{3}{2} + 2\ln\left(\frac{5}{2}\right)$
- **B** $y_P = \ln(4) - \ln(25)$
- **C** $y_P = \frac{-2}{5}$
- **D** $y_P = \frac{3}{2} + 2\ln\left(\frac{2}{5}\right)$
- **E** Autre valeur

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE DE TANGER · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie de Tanger

Session 2019–2020

2019

Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
E	B	B	B	D	E	A	D	B	D

Q1 ✔ Réponse E

f est continue et ses limites en $-\infty$ et $+\infty$ sont infinies de signes contraires (car $a \neq 0$) : par le théorème des valeurs intermédiaires, f s'annule au moins une fois (E).
Les autres dépendent des coefficients ou sont fausses : $f(x) = x^3 - x$ n'est pas injective (A fausse en général) ; x^3 ne coupe l'axe qu'en un point (C) ; f n'est pas majorée (D) ; la courbe d'un polynôme de degré 3 a un centre de symétrie, pas un axe (B).

Q2 ✔ Réponse B

$e^{i\pi} = -1 \in \mathbb{Z}$: B est vraie.
- C : $\sqrt{4} = 2$ est rationnel.
- D : $\frac{2}{5} \in \left]\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right[\cap \mathbb{Q}$.
- E : π^2 est irrationnel.
- A : 0^0 n'est pas défini dans le cadre du programme (c'est une forme indéterminée) ; certaines conventions posent toutefois $0^0 = 1$.

Remarque : B est vraie. A (0^0 = 1) dépend de la convention : indéfini dans le programme du lycée, mais posé égal à 1 dans beaucoup de contextes (combinatoire, polynômes). À trancher par le professeur (garder B ou retirer la question).

Q3 ✔ Réponse B

$\text{Card}(\Omega) = \binom{12}{2} = 66$ (A fausse). $X = 2$ si les deux boules portent le 2 : $P[X=2] = \dfrac{\binom{4}{2}}{66} = \dfrac{1}{11}$ (D fausse), et $P[X=1] = \dfrac{10}{11}$ (C fausse).
$E[X] = 1 \times \dfrac{10}{11} + 2 \times \dfrac{1}{11} = \dfrac{12}{11}$: B. Enfin $[X=1]$ et $[X=2]$ sont incompatibles et de probabilités non nulles, donc pas indépendants.

Q4 ✔ Réponse B

g est définie sur $\mathbb{R}^*$ (A fausse).
$g(-x) = \dfrac{e^{-x}}{e^{-2x}-1} = \dfrac{e^x}{1-e^{2x}} = -g(x)$: g est impaire (B), donc négative pour $x < 0$ (D fausse).
C : la dérivée de $\ln\dfrac{e^x+1}{e^x-1}$ vaut $\dfrac{e^x}{e^x+1} - \dfrac{e^x}{e^x-1} = -2g(x)$, pas $g(x)$.
Remarque : $g(x) \to 0$ en $+\infty$, donc (C_2) admet l'asymptote $y = 0$, c'est-à-dire l'axe des abscisses lui-même ; E est vraie elle aussi si l'on considère qu'une droite confondue avec l'axe lui est parallèle.

Remarque : B (g impaire) est vraie, mais E l'est aussi : l'asymptote en $+\infty$ est y = 0, confondue avec l'axe des abscisses, donc parallèle à lui au sens large. À trancher par le professeur.

Q5 ✔ Réponse D

Somme géométrique de raison $-\frac{1}{2}$, de $k=0$ à $k=12$ ($\frac{1}{4096} = \frac{1}{2^{12}}$) :

$$S = \frac{1-\left(-\frac{1}{2}\right)^{13}}{1+\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}\left(1+\frac{1}{8192}\right) = \frac{2\times 8193}{3\times 8192} = \frac{2731}{4096}.$$

Q6 ✔ Réponse E

$|z-3| = |z+i|$ définit la médiatrice des points d'affixes 3 et $-i$; avec $z = x+iy$:
$(x-3)^2 + y^2 = x^2 + (y+1)^2 \iff 3x + y - 4 = 0$.
$|z-i| = 2$ est le cercle de centre $\Omega(0,1)$ et de rayon 2. La distance de Ω à la droite vaut $\dfrac{|0+1-4|}{\sqrt{10}} = \dfrac{3}{\sqrt{10}} < 2$: E est formé de **deux points**, cas non proposé dans A à D.

Q7 ✔ Réponse A

Avec $\vec{n}(2;3;-1)$ et $\|\vec{n}\|^2 = 14$: $2\times 4 + 3\times\frac{11}{2} + \frac{1}{2} - 4 = 21$. Le symétrique est

$$\begin{aligned} M' &= M - \frac{2\times 21}{14}\vec{n} \\ &= M - 3\vec{n} \\ &= \left(4-6;\ \frac{11}{2}-9;\ -\frac{1}{2}+3\right) \\ &= \left(-2;\ -\frac{7}{2};\ \frac{5}{2}\right). \end{aligned}$$

Q8 ✔ Réponse D

$\cos 4x = \cos^2 2x - \sin^2 2x = (\cos 2x - \sin 2x)(\cos 2x + \sin 2x)$ (le dénominateur ne s'annule pas sur l'intervalle). L'intégrale vaut

$$\begin{aligned} \int_{\pi/4}^{\pi/3} (\cos 2x + \sin 2x)\,dx &= \left[\frac{\sin 2x - \cos 2x}{2}\right]_{\pi/4}^{\pi/3} \\ &= \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}}{2} - \frac{1}{2} \\ &= \frac{\sqrt{3}-1}{4}. \end{aligned}$$

Q9 ✔ Réponse B

Une primitive de $(2x+1)^{-1/3}$ est $\dfrac{3}{4}(2x+1)^{2/3}$. Valeur moyenne :

$$\frac{2}{7}\cdot\frac{3}{4}\left(8^{2/3}-1\right) = \frac{2}{7}\cdot\frac{3}{4}\cdot 3 = \frac{9}{14}.$$

Q10 ✔ Réponse D

$(D) : y = 2x - 1$, de pente 2 ; (T) a donc la pente $-\frac{1}{2}$.
$h'(x) = 2 - e^{-x} = -\frac{1}{2} \iff e^{-x} = \frac{5}{2} \iff x = \ln\frac{2}{5}$.
Alors $y_P = \frac{5}{2} + 2\ln\frac{2}{5} - 1 = \frac{3}{2} + 2\ln\frac{2}{5}$.

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE DE TANGER · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie de Tanger

Session 2018–2019

2018

Énoncé

Q1 L'équation

$$x\log(1+x^2)-1=0;\ x\in\mathbb{R},$$

A admet deux solutions.
B n'admet pas de solutions.
C admet trois solutions.
D admet quatre solutions.
E admet une solution unique.

Q2 Soit f la fonction définie par $f(x)=\sqrt{x^2+x+1}$.

A La courbe de f admet une branche parabolique au voisinage de $+\infty$.
B $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=+\infty$.
C La droite d'équation $x=-\dfrac{1}{2}$, est un axe de symétrie de la courbe de f.
D Le point $\Omega(-1;2)$ est un centre de symétrie de la courbe de f.
E La courbe de f admet une asymptote oblique au voisinage de $+\infty$, d'équation $y=x$.

Q3 Soit f la fonction définie par $f(x)=|x^2-3x+2|$.

A f est une fonction paire.
B La courbe de f admet un axe de symétrie.
C La courbe de f admet un centre de symétrie.
D La courbe de f admet une asymptote oblique au voisinage de $+\infty$.
E $f'(x)=2x-3,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Q4 Soit $I=\displaystyle\int_0^1 x^2e^x\,dx$. On a

A $I=1-e$.
B $I=\log 2$.
C $I=0$.
D $I=e-2$.
E $I=e+1$.

Q5 Soit f la solution de l'équation différentielle $y''-2y'+2y=0$, qui admet en $x=0$ une tangente à sa courbe, d'équation $y=-x+3$; f est définie par :

A $f(x)=e^x+2e^{-x}$
B $f(x)=4e^x-e^{-2x}$
C $f(x)=(x+3)e^{-x}$
D $f(x)=e^x(3\cos x-4\sin x)$
E $f(x)=3e^x\cos x$

Q6 Soit $(u_n)_{n\geq1}$ une suite définie par $u_1=\dfrac{1}{2}$, $u_{n+1}=\dfrac{1-u_n}{1+u_n}$, $\forall n\geq1$.
On a :

A La suite $(u_n)_{n\geq1}$ n'a pas de limite.
B $u_n=\dfrac{1}{-n^2+5n-2},\ \forall n\geq1$.
C La suite $(u_n)_{n\geq1}$ est strictement croissante.
D $u_n=\dfrac{1}{n+1},\ \forall n\geq1$.
E $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=\sqrt{2}-1$.

Q7 Soit $u_n=\left(\dfrac{1}{n}+1\right)^n$, $n\geq1$. On a :

A $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=+\infty$.
B $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=1$
C $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=e$
D La suite $(u_n)_{n\geq1}$ n'admet pas de limite.
E La suite $(u_n)_{n\geq1}$ est décroissante.

Q8 Soit $Z=\dfrac{(1-i\sqrt{3})^5}{(-\sqrt{3}+i)^6}$. On a :

A $Z=\sqrt{3}+i$.
B $Z=\dfrac{1}{3}\left(1+i\sqrt{3}\right)$
C $Z=-3-i3\sqrt{3}$.
D $Z=-\dfrac{1}{4}\left(1+i\sqrt{3}\right)$
E $Z=-4-i4\sqrt{3}$.

Q9 Le module du nombre complexe $\dfrac{1-e^{i\frac{6\pi}{5}}}{1-e^{i\frac{4\pi}{5}}}$, est égale à :

A $\cos\left(\dfrac{2\pi}{5}\right)$
B 1
C $\tan\left(\dfrac{\pi}{5}\right)$
D $\dfrac{1}{2}$
E $\sin\left(\dfrac{4\pi}{5}\right)$

Q10 L'espace est rapporté à un repère orthonormé. On considère la sphère S : $x^2+y^2+z^2-2y-2z-2=0$, et le plan P d'équation $x=-2$. Alors :

A P passe par le centre de S.
B $P\cap S$ est constitué de deux points.
C $P\cap S=\varnothing$
D $P\cap S$ est une droite.
E $P\cap S$ est constitué d'un point.

Q11 L'espace est rapporté à un repère orthonormé. On considère les deux sphères S_1 : $x^2+y^2+z^2-2y-8=0$, et S_2 : $x^2+y^2+z^2-4y+3=0$. Alors

A $S_1\cap S_2=\varnothing$.
B $S_1\cap S_2$ est un cercle.
C S_1 coupe S_2 en un point unique.
D $S_1\cap S_2$ est une droite.
E S_1 coupe S_2 en deux points.

Q12 L'espace est rapporté à un repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k}\right)$.
L'ensemble des points $M(x;y;z)$ vérifiant l'équation :
$x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z+14=0$, est

A Une droite
B Une sphère
C L'ensemble vide
D Un point
E Un plan

Q13 Dans une usine, 50% des ouvriers parlent le français, 20% parlent l'anglais, 45% ne parlent ni francais ni l'anglais. Alors, le pourcentage des ouvriers qui parlent à la fois le français et l'anglais est :

A 10%
B 15%
C 20%
D 25%
E 30%

Q14 La probabilité pour qu'un étudiant soit admis dans l'école A est 0.5, et la probabilité pour que le même étudiant soit admis dans l'école B est 0.2. On suppose que l'admission dans l'école A et l'admission dans l'école B sont deux événements indépendants. La probabilité pour que cet étudiant ne soit admis dans aucune des deux écoles est :

A 0.1
B 0.28
C 0.31
D 0.4
E 0.42

Q15 Une urne contient cinq boules rouges et trois boules vertes. On tire successivement sans remise, trois boules de cette urne. La probabilité d'avoir trois boules de même couleur est :

A $\dfrac{8}{56}$
B $\dfrac{9}{56}$
C $\dfrac{10}{56}$
D $\dfrac{11}{56}$
E $\dfrac{12}{56}$

Q16 Une village dispose de deux hôpitaux $H1$ et $H2$. $H1$ reçoit 70% des malades, $H2$ reçoit le reste des malades ; 5% des malades reçus par $H1$ sont des étrangers ; 1% des malades reçus par $H2$ sont des étrangers. La probabilité qu'un malade, choisi au hasard, soit reçu par $H2$, sachant qu'il est étranger, est égale à :

A $\dfrac{1}{38}$.
B $\dfrac{2}{38}$.
C $\dfrac{3}{38}$.
D $\dfrac{4}{38}$.
E $\dfrac{5}{38}$.

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE DE TANGER · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie de Tanger

Session 2018–2019

2018 Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12	Q13	Q14
E	C	B	D	D	A	C	D	B	E	A	D	B	D

Q15	Q16
D	C

Q1 ✔ Réponse E

Soit $g(x) = x\ln(1+x^2) - 1$. Pour $x \leq 0$, $x\ln(1+x^2) \leq 0$ donc $g(x) < 0$: pas de solution.
Sur $]0, +\infty[$, x et $\ln(1+x^2)$ sont positifs et croissants, donc g est strictement croissante, de -1 (en 0) à $+\infty$: elle s'annule exactement une fois.

Q2 ✔ Réponse C

$x^2 + x + 1 = \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}$ ne dépend que de $\left(x + \frac{1}{2}\right)^2$: $f(-1-x) = f(x)$, la droite $x = -\frac{1}{2}$ est axe de symétrie (C).
En $+\infty$: $\dfrac{f(x)}{x} \to 1$ (B fausse) et $f(x) - \left(x + \frac{1}{2}\right) \to 0$: l'asymptote est $y = x + \frac{1}{2}$ (A et E fausses). D est fausse ($f > 0$ partout, alors qu'un centre $(-1; 2)$ imposerait $f(-1-t) + f(-1+t) = 4$; pour $t = 0$, $2f(-1) = 2 \neq 4$).

Q3 ✔ Réponse B

$x^2 - 3x + 2 = \left(x - \frac{3}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}$, donc $f(3-x) = f(x)$: la droite $x = \frac{3}{2}$ est axe de symétrie (B).
$f(-1) = 6 \neq f(1) = 0$ (A fausse) ; $f \to +\infty$ comme x^2 (pas d'asymptote oblique, pas de centre) ; f n'est pas dérivable en 1 et 2, et vaut $-(2x-3)$ sur $]1, 2[$ (E fausse).

Q4 ✔ Réponse D

Deux intégrations par parties donnent la primitive $(x^2 - 2x + 2)e^x$. Donc $I = (1 - 2 + 2)e - 2 = e - 2$.

Q5 ✔ Réponse D

$r^2 - 2r + 2 = 0$ a pour racines $1 \pm i$: $f(x) = e^x(a\cos x + b\sin x)$.
La tangente en 0 donne $f(0) = 3$ et $f'(0) = -1$.
$f(0) = a = 3$ et $f'(x) = e^x\left((a+b)\cos x + (b-a)\sin x\right)$, donc $f'(0) = a + b = -1$ et $b = -4$: $f(x) = e^x(3\cos x - 4\sin x)$.

Q6 ✔ Réponse A

$u_2 = \dfrac{1/2}{3/2} = \dfrac{1}{3}$, puis $u_3 = \dfrac{2/3}{4/3} = \dfrac{1}{2} = u_1$: la suite alterne $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \ldots$ et n'a pas de limite (A).
B donne $u_2 = \frac{1}{4}$ et D donne $u_3 = \frac{1}{4}$: fausses. C et E sont fausses aussi.

Q7 ✔ Réponse C

$n\ln\left(1 + \dfrac{1}{n}\right) \to 1$, donc $u_n \to e$. (La suite est d'ailleurs croissante : $u_1 = 2$, $u_2 = 2{,}25\ldots$)

Q8 ✔ Réponse D

$1 - i\sqrt{3} = 2e^{-i\pi/3}$, donc $(1 - i\sqrt{3})^5 = 32e^{-5i\pi/3} = 32e^{i\pi/3}$.
$-\sqrt{3} + i = 2e^{5i\pi/6}$, donc $(-\sqrt{3} + i)^6 = 64e^{5i\pi} = -64$.
$Z = -\dfrac{1}{2}e^{i\pi/3} = -\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{1}{2} + i\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\dfrac{1}{4}\left(1 + i\sqrt{3}\right)$.

Q9 ✔ Réponse B

$|1 - e^{i\theta}| = 2\left|\sin\dfrac{\theta}{2}\right|$. Le module vaut $\dfrac{\sin\frac{3\pi}{5}}{\sin\frac{2\pi}{5}} = 1$, car $\sin\dfrac{3\pi}{5} = \sin\left(\pi - \dfrac{2\pi}{5}\right) = \sin\dfrac{2\pi}{5}$.

Q10 ✔ Réponse E

$S : x^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 4$, centre $(0, 1, 1)$, rayon 2. La distance du centre au plan $x = -2$ vaut 2 : le plan est tangent, l'intersection est un point, $(-2, 1, 1)$.

Q11 ✔ Réponse A

S_1 : centre $(0, 1, 0)$, rayon 3 ; S_2 : centre $(0, 2, 0)$, rayon 1. La distance des centres vaut $1 < 3 - 1 = 2$: S_2 est strictement à l'intérieur de S_1, elles ne se coupent pas.
(En soustrayant les équations : $2y - 11 = 0$, soit $y = \frac{11}{2}$, plan qui ne rencontre pas S_2.)

Q12 ✔ Réponse D

$(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 1 + 4 + 9 - 14 = 0$: seul le point $(1; 2; 3)$ convient.

Q13 ✔ Réponse B

55 % parlent au moins une des deux langues.
$P(F \cap A) = P(F) + P(A) - P(F \cup A) = 50 + 20 - 55 = 15$ %.

Q14 ✔ Réponse D

Les contraires d'événements indépendants sont indépendants : $P = (1 - 0{,}5)(1 - 0{,}2) = 0{,}5 \times 0{,}8 = 0{,}4$.

Q15 ✔ Réponse D

$P = \dfrac{5 \times 4 \times 3 + 3 \times 2 \times 1}{8 \times 7 \times 6} = \dfrac{66}{336} = \dfrac{11}{56}$.

Q16 ✔ Réponse C

$P(E) = 0{,}7 \times 0{,}05 + 0{,}3 \times 0{,}01 = 0{,}038$. Formule de Bayes : $P_E(H2) = \dfrac{0{,}003}{0{,}038} = \dfrac{3}{38}$.

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE DE TANGER · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie de Tanger

Session 2017–2018

2017 Énoncé

Q1 (2 pts) Une urne contient quatre boules rouges et deux boules vertes. On tire successivement avec remise, trois boules de cette urne. La probabilité d'avoir trois boules de même couleur est :

A $\frac{1}{4}$ B $\frac{2}{5}$ C $\frac{8}{27}$ D $\frac{1}{3}$ E $\frac{1}{27}$

Q2 (2 pts) Une urne contient six boules blanches et deux boules noires indiscernables au toucher. On tire de l'urne deux boules, successivement et sans remise. Soit X la variable aléatoire qui associe chaque tirage au nombre de boules blanches tirées.
L'espérance mathématique $E(X)$ est :

A 1 B 1,2 C 1,5 D 2 E 1,7

Q3 (2 pts) Une usine produit des ampoules électriques à l'aide de deux machines A et B. La machine A garantit 70% de la production, et 5% d'ampoules fabriquées par A sont non valides, 1% d'ampoules fabriquées par B sont non valides. La probabilité qu'une ampoule, tirée au hasard, soit fabriquée par B, sachant qu'elle est non valide, est égale à :

A $\frac{3}{38}$ B $\frac{5}{38}$ C $\frac{7}{38}$ D 0,05 E 0,01

Q4 (2 pts) L'espace est rapporté à un repère orthonormé. La distance du point $A(2;1;3)$ à la droite définie par la représentation paramétrique : $x = t+1$; $y = -3t+2$; $z = -t-1$ $(t \in \mathbb{R})$, est égale :

A $2\sqrt{3}$ B $3\sqrt{2}$ C $\sqrt{6}$ D $2\sqrt{2}$ E $3\sqrt{3}$

Q5 (2 pts) Soit $I = \int_0^3 |x^2 - x - 2|\, dx$.
On a

A $I = \frac{20}{31}$. B $I = \frac{31}{11}$. C $I = \frac{5}{31}$. D $I = \frac{31}{6}$. E $I = \frac{11}{20}$.

Q6 (2 pts) Soit $h(x) = \cos x\,(\sin x)^3$. On a

A $h(x) = \frac{1}{4}\sin(2x) - \frac{1}{8}\sin(4x)$.
B $h(x) = \frac{1}{4}\sin(2x) - \frac{1}{6}\sin(3x)$.
C $h(x) = \frac{1}{4}\sin(4x) - \frac{1}{8}\sin(x)$.
D $h(x) = \frac{1}{4}\sin(x) - \frac{1}{8}\sin(3x)$.
E $h(x) = \frac{1}{4}\sin(4x) - \frac{1}{8}\sin(x)$.

Q7 (2 pts) Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{x^2+4x}{x+1}$.

A La courbe de f admet une branche parabolique au voisinage de $+\infty$.
B $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$.
C La droite d'équation $x = -1$, est un axe de symétrie de la courbe de f.
D Le point $\Omega(-1;2)$ est un centre de symétrie de la courbe de f.
E $\lim\limits_{x\to-1^+} f(x) = +\infty$.

Q8 (0,75 pt) La fonction $f : x \longmapsto e^x \cos x$ est une solution de l'équation différentielle :

A $y'' + 2y' - y = 0$
B $y'' - 2y' + 2y = 0$
C $y'' - 2y' - 2y = 0$
D $y'' + 2y' + y = 0$
E $y'' + y' + y = 0$

Q9 (0,75 pt) Une primitive F sur $\mathbb{R}$ de la fonction $f : x \longmapsto \frac{e^{2x}+e^x-1}{e^x+1}$, est définie par :

A $F(x) = \ln\left(\frac{1}{2}e^{2x} + e^x - x\right)$.
B $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} - x + \ln(e^x+1)$.
C $F(x) = e^x - x + \ln(e^x+1)$.
D $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} + e^x + \ln(e^x+x)$.
E $F(x) = \frac{1}{2}e^{2x} - x + \ln(e^x+x)$.

Q10 (0,75 pt) Dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé, on considère H l'ensemble des points M d'affixe z tels que : $|z-i| = |z-1|$. On a :

A $H = \varnothing$.
B H est un cercle.
C H est une droite.
D H est constitué d'un point unique.
E H est constitué de deux points.

Q11 (0,75 pt) Soit $Z = \frac{(1-i\sqrt{3})^5}{(1+i)^4}$. On a :

A $Z = 1$.
B $Z = 2 + i2\sqrt{2}$.
C $Z = -3 - i3\sqrt{3}$.
D $Z = 4 + i3\sqrt{3}$.
E $Z = -4 - i4\sqrt{3}$.

Q12 (0,75 pt) Soit $(u_n)_{n\geq1}$ une suite définie par :

$$u_1 = 1,\ u_{n+1} = \frac{u_n}{u_n+1},\ n \geq 1$$

On a :

A La suite $(u_n)_{n\geq1}$ n'a pas de limite.
B $u_n = \frac{1}{4n - n^2 - 2}$, $\forall n \geq 1$.
C La suite $(u_n)_{n\geq1}$ est strictement croissante.
D $u_n = \frac{1}{n}$, $\forall n \geq 1$.
E $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$.

Q13 (0,75 pt) L'équation $xe^x - 1 = 0$,

A admet deux solutions dans $\mathbb{R}$.
B n'admet pas de solutions dans $\mathbb{R}$.
C admet une solution unique dans $\mathbb{R}$.
D n'admet pas de solutions dans $]0;1[$.
E admet une solution unique dans $]1;+\infty[$.

Q14 (0,5 pt) L'espace est rapporté à un repère orthonormé. La distance du point $A(3;-2;-1)$ au plan défini par l'équation : $x - 4y + 6 = 0$, est égale à :

A $\frac{17}{\sqrt{53}}$ B $\sqrt{53}$ C $\sqrt{17}$ D $\frac{1}{\sqrt{53}}$ E $\frac{1}{\sqrt{17}}$

Q15 (0,5 pt) L'espace est rapporté à un repère orthonormé. On considère la sphère $S : x^2+y^2+z^2-2y+2z-6 = 0$, et la droite D définie par : $x = t$; $y = t-1$; $z = t+1$ $(t \in \mathbb{R})$.

A D passe par le centre de S.
B D coupe S en deux points.
C $D \cap S = \varnothing$
D D coupe S en trois points.
E D coupe S en un point.

Q16 (0,5 pt) Soit $u_n = (n+1)^{\frac{1}{n}}$, $n \geq 1$.
On a :

A $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$.
B $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$.
C $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$.
D La suite $(u_n)_{n\geq1}$ n'admet pas de limite.
E La suite $(u_n)_{n\geq1}$ est croissante.

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE DE TANGER · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie de Tanger

Session 2017–2018

2017 Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12	Q13	Q14
D	C	A	B	D	A	D	B	C	C	E	D	C	C

Q15	Q16
E	B

Q1 ✔ Réponse D

Avec remise, les tirages sont indépendants :
$P = \left(\frac{4}{6}\right)^3 + \left(\frac{2}{6}\right)^3 = \frac{8}{27} + \frac{1}{27} = \frac{1}{3}$.

Q2 ✔ Réponse C

$P(X=0) = \frac{2}{8} \times \frac{1}{7} = \frac{1}{28}$, $P(X=2) = \frac{6}{8} \times \frac{5}{7} = \frac{15}{28}$,
$P(X=1) = \frac{12}{28}$.
$E(X) = \frac{12+30}{28} = \frac{42}{28} = 1{,}5$. (C'est aussi $2 \times \frac{6}{8}$.)

Q3 ✔ Réponse A

$P(NV) = 0{,}7 \times 0{,}05 + 0{,}3 \times 0{,}01 = 0{,}038$ et
$P_{NV}(B) = \frac{0{,}003}{0{,}038} = \frac{3}{38}$.

Q4 ✔ Réponse B

La droite passe par $B(1;2;-1)$ et a pour vecteur directeur $\vec{u}(1;-3;-1)$. $\overrightarrow{BA}(1;-1;4)$ et $\overrightarrow{BA} \wedge \vec{u} = (13;5;-2)$, de norme $\sqrt{198}$.
$d = \frac{\sqrt{198}}{\sqrt{11}} = \sqrt{18} = 3\sqrt{2}$.

Q5 ✔ Réponse D

$x^2 - x - 2 = (x+1)(x-2)$ est négatif sur $[0,2]$ et positif sur $[2,3]$. Avec $F(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x$: $F(0) = 0$, $F(2) = -\frac{10}{3}$,
$F(3) = -\frac{3}{2}$.
$I = -(F(2) - F(0)) + (F(3) - F(2)) = \frac{10}{3} + \frac{11}{6} = \frac{31}{6}$.

Q6 ✔ Réponse A

$\cos x \sin^3 x = \sin x \cos x \cdot \sin^2 x = \frac{\sin 2x}{2} \cdot \frac{1-\cos 2x}{2} =$
$\frac{\sin 2x}{4} - \frac{\sin 2x \cos 2x}{4} = \frac{1}{4}\sin 2x - \frac{1}{8}\sin 4x$.

Q7 ✔ Réponse D

$f(x) = x + 3 - \frac{3}{x+1}$. Avec $x = -1+t$: $f(-1+t) = 2 + t - \frac{3}{t}$, et $f(-1+t) + f(-1-t) = 4$: $\Omega(-1;2)$ est centre de symétrie (D), pas un axe (C fausse).
La courbe a l'asymptote oblique $y = x+3$ (A fausse), $f \to -\infty$ en $-\infty$ (B fausse) et $-\frac{3}{x+1} \to -\infty$ quand $x \to -1^+$ (E fausse).

Q8 ✔ Réponse B

$e^x \cos x$ correspond aux racines caractéristiques $1 \pm i$, de somme 2 et de produit 2 : $r^2 - 2r + 2 = 0$, d'où $y'' - 2y' + 2y = 0$.
Vérification : $f' = e^x(\cos x - \sin x)$, $f'' = -2e^x \sin x$, et $f'' - 2f' + 2f = e^x(-2\sin x - 2\cos x + 2\sin x + 2\cos x) = 0$.

Q9 ✔ Réponse C

$e^{2x} + e^x - 1 = e^x(e^x+1) - 1$, donc
$f(x) = e^x - \frac{1}{e^x+1} = e^x - 1 + \frac{e^x}{e^x+1}$.
Une primitive est $e^x - x + \ln(e^x+1)$: C.

Q10 ✔ Réponse C

M est équidistant des points d'affixes i et 1 : H est la médiatrice de ces deux points, une droite (la droite $y = x$).

Q11 ✔ Réponse E

$(1 - i\sqrt{3})^5 = \left(2e^{-i\pi/3}\right)^5 = 32e^{-5i\pi/3} = 32e^{i\pi/3}$ et
$(1+i)^4 = (2i)^2 = -4$.
$Z = -8e^{i\pi/3} = -8\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -4 - 4i\sqrt{3}$.

Q12 ✔ Réponse D

$\frac{1}{u_{n+1}} = \frac{u_n+1}{u_n} = 1 + \frac{1}{u_n}$: la suite $\left(\frac{1}{u_n}\right)$ est arithmétique de raison 1 et de premier terme 1, donc $\frac{1}{u_n} = n$ et $u_n = \frac{1}{n}$ (D).
Elle est strictement décroissante et tend vers 0 (A, C, E fausses). B coïncide pour $n=1$ et $n=2$ mais donne $u_3 = 1$.

Q13 ✔ Réponse C

Pour $x \leq 0$, $xe^x \leq 0 < 1$. Sur $]0,+\infty[$, $x \mapsto xe^x$ est strictement croissante, de 0 à $+\infty$: elle prend la valeur 1 exactement une fois. Comme $1 \cdot e^1 = e > 1$, cette solution est dans $]0;1[$ (D et E fausses).

Q14 ✔ Réponse C

$d = \frac{|3+8+6|}{\sqrt{1+16}} = \frac{17}{\sqrt{17}} = \sqrt{17}$.

Q15 ✔ Réponse E

$S : x^2 + (y-1)^2 + (z+1)^2 = 8$. En reportant :
$t^2 + (t-2)^2 + (t+2)^2 = 8 \iff 3t^2 + 8 = 8 \iff t = 0$. La droite est tangente à la sphère au seul point $(0;-1;1)$; elle ne passe pas par le centre $(0;1;-1)$.

Q16 ✔ Réponse B

$u_n = e^{\frac{\ln(n+1)}{n}}$ et $\frac{\ln(n+1)}{n} \to 0$, donc $u_n \to 1$. (Elle est décroissante : $u_1 = 2$, $u_2 = \sqrt{3}$…)

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE D'AGADIR · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie d'Agadir

Session du 21 juillet 2018

2018

Énoncé

Soit la suite réelle (u_n) définie par $u_0 = 2$ et pour tout n appartenant à $\mathbb{N}$ par : $u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + \frac{3}{2}$
On pose : $v_n = u_n - 3$ et $s_n = v_0 + v_1 + \cdots + v_n$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

Q1.1 (v_n) une suite géométrique de raison :

A $\frac{1}{2}$ B $\frac{3}{2}$ C $\frac{2}{3}$ D $-\frac{3}{2}$

Q1.2 Expression de u_n en fonction de n :

A $2\left(\frac{2}{3}\right)^n + n$ B $-\left(\frac{1}{2}\right)^n + 3$
C $\left(\frac{3}{2}\right)^n + n$ D $-\left(\frac{3}{2}\right)^n + 3$

Q1.3 La valeur de $\lim\limits_{n\to+\infty} s_n$:

A 2 B 6 C 8 D -3

Soient les deux fonctions f et g définies sur $]0,+\infty[$ par :

$$f(x) = x^2 \ln\left(\frac{1}{x} + 1\right)$$

et

$$g(x) = \frac{-1}{x+1} + 2\ln\left(\frac{1}{x} + 1\right)$$

Q2.1 La valeur de $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$:

A 0 B 1 C $-\infty$ D $+\infty$

Q2.2 Expression de $f'(x)$:

A $xg(x)$ B $x^2g(x)$
C $\frac{g(x)}{x^3}$ D $\frac{g(x)}{x^4}$

Q2.3 α un nombre réel appartenant à $]0,+\infty[$. Si $g(\alpha) = 0$ alors $f(\alpha)$ égale :

A $\frac{2}{\alpha(\alpha+1)}$ B $\frac{1}{2\alpha(\alpha+1)}$
C $\frac{\alpha^2}{2(\alpha+1)}$ D $\frac{\alpha^2}{\alpha+1}$

Q2.4 La valeur de l'intégrale $\int_1^2 x^2 \ln x\, dx$:

A $-\frac{3}{2}\ln 2 + \frac{3}{2}$ B $\frac{8}{2}\ln 2 - \frac{7}{9}$
C $-\frac{8}{3}\ln 2 + 2$ D $\frac{3}{2}\ln 2 + \frac{7}{5}$

On dispose de deux urnes U_1 et U_2.
- L'urne U_1 contient une boule blanche et une noire
- L'urne U_2 contient 3 boules blanches et une noire
Les boules sont indiscernables au toucher. On choisit au hasard une urne et on tire au hasard une boule

Q3.1 La probabilité de tirer une boule blanche :

A $\frac{3}{8}$ B $\frac{1}{3}$ C $\frac{3}{4}$ D $\frac{5}{8}$

Q3.2 Sachant que la boule tirée est blanche, la probabilité qu'elle provienne de U_1 :

A $\frac{5}{8}$ B $\frac{3}{8}$ C $\frac{2}{5}$ D $\frac{1}{5}$

Q3.3 Les boules dans U_1 et U_2 sont rassemblées dans une seule urne U_3. La probabilité de tirer au hasard et simultanément 2 boules de l'urne U_3 de même couleur :

A $\frac{5}{12}$ B $\frac{3}{15}$ C $\frac{7}{15}$ D $\frac{9}{12}$

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE D'AGADIR · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine et de Pharmacie d'Agadir

Session du 21 juillet 2018

2018

Correction

Q1.1	Q1.2	Q1.3	Q2.1	Q2.2	Q2.3	Q2.4	Q3.1	Q3.2	Q3.3
A	B	–	D	A	C	B	D	C	C

Q1.1 ✔ Réponse A

$v_{n+1} = u_{n+1} - 3 = \frac{1}{2}u_n - \frac{3}{2} = \frac{1}{2}(u_n - 3) = \frac{1}{2}v_n$: la raison est $\frac{1}{2}$.

Q1.2 ✔ Réponse B

$v_0 = u_0 - 3 = -1$, donc $v_n = -\left(\frac{1}{2}\right)^n$ et

$u_n = v_n + 3 = -\left(\frac{1}{2}\right)^n + 3$.

Q1.3 ✔ Réponse –

(v_n) est géométrique de raison $\frac{1}{2}$ et $v_0 = -1$, donc $s_n = -\frac{1-(1/2)^{n+1}}{1-1/2} \to -2$. Aucune des réponses proposées n'est juste (limite -2).

Q2.1 ✔ Réponse D

Avec $h = \frac{1}{x} \to 0^+$: $f(x) = \frac{\ln(1+h)}{h^2} = \frac{\ln(1+h)}{h} \cdot \frac{1}{h}$. Le premier facteur tend vers 1 et le second vers $+\infty$: $f(x) \to +\infty$.

Q2.2 ✔ Réponse A

$\ln\left(\frac{1}{x}+1\right) = \ln(x+1) - \ln x$ a pour dérivée $\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x} = -\frac{1}{x(x+1)}$. Donc

$$\begin{aligned} f'(x) &= 2x\ln\left(\frac{1}{x}+1\right) - \frac{x^2}{x(x+1)} \\ &= x\left(2\ln\left(\frac{1}{x}+1\right) - \frac{1}{x+1}\right) \\ &= xg(x). \end{aligned}$$

Q2.3 ✔ Réponse C

$g(\alpha) = 0$ donne $\ln\left(\frac{1}{\alpha}+1\right) = \frac{1}{2(\alpha+1)}$, donc $f(\alpha) = \alpha^2 \times \frac{1}{2(\alpha+1)} = \frac{\alpha^2}{2(\alpha+1)}$.

Q2.4 ✔ Réponse B

Par parties ($u = \ln x$, $v = \frac{x^3}{3}$) :

$$\begin{aligned} \int_1^2 x^2 \ln x\, dx &= \left[\frac{x^3}{3}\ln x - \frac{x^3}{9}\right]_1^2 \\ &= \frac{8}{3}\ln 2 - \frac{8}{9} + \frac{1}{9} \\ &= \frac{8}{3}\ln 2 - \frac{7}{9} \approx 1{,}07. \end{aligned}$$

La proposition B, imprimée $\frac{8}{2}\ln 2 - \frac{7}{9}$, correspond à ce résultat avec une coquille ($\frac{8}{2}$ au lieu de $\frac{8}{3}$).

Remarque : Le résultat exact est (8/3) ln 2 − 7/9 ; la proposition B est imprimée « 8/2 ln 2 − 7/9 », ce qui est faux tel quel (coquille probable). À trancher par le professeur (corriger B en 8/3 ou retirer la question).

Q3.1 ✔ Réponse D

Probabilités totales : $P(B) = \frac{1}{2}\times\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\times\frac{3}{4} = \frac{1}{4} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$.

Q3.2 ✔ Réponse C

Formule de Bayes : $P_B(U_1) = \frac{\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}}{\frac{5}{8}} = \frac{1/4}{5/8} = \frac{2}{5}$.

Q3.3 ✔ Réponse C

U_3 contient 4 boules blanches et 2 noires.

$P = \frac{\binom{4}{2} + \binom{2}{2}}{\binom{6}{2}} = \frac{6+1}{15} = \frac{7}{15}$.

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE DE RABAT · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès en 1re année de Médecine · Rabat

Session du mercredi 27 juillet 2016

2016 Énoncé

Q1 si x est un nombre réel, $(e^{ix}-e^{-ix})^4$ vaut :

A $-16\sin^4 x$ B $16\sin^4 x$
C $16\cos^4 x$ D $-16\cos^4 x$

Q2 si x est un nombre réel avec $x \neq \frac{\pi}{2}+k\pi$ $(k\in\mathbb{Z})$, $\frac{e^{2ix}-1}{e^{2ix}+1}$ vaut :

A $\frac{i}{\tan(x)}$ B $\tan(x)$
C $i\tan(x)$ D $-i\tan(x)$

On considère les suites numériques $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$, $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$, et $(w_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ définies par :

$$u_n=\frac{e^n-2^n}{3^n-5^n},\quad v_n=\frac{\ln(5n)}{\ln(3n)},$$

$$w_n=\int_0^1 t^n e^{-t}\,dt$$

Q3 Choisir la bonne réponse :

A $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=\frac{-2}{3}$
B $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=\frac{e}{5}$
C $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=0$
D $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=+\infty$

Q4 Choisir la bonne réponse :

A $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n=0$
B $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n=\frac{5}{3}$
C $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n=\frac{\ln(5)}{\ln(3)}$
D $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n=1$

Q5 Choisir la bonne réponse :

A $w_{n+1}+(n+1)w_n=\frac{1}{e}$
B $w_{n+1}-(n+1)w_n=-\frac{1}{e}$
C $w_n\leq 0$
D $(w_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ est croissante

On considère la fonction numérique f à variable réelle x définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $f(x)=\frac{1}{x^3}e^{-\frac{1}{x^2}}$ et l'intégrale

$$I=\int_1^2 f(x)\,dx$$

Q6

A $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=+\infty$
B $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=1$
C $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=0$
D $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=-\infty$

Q7 Pour tout réel x de D_f, $f'(x)$ vérifie :

A $f'(x)=\frac{1}{x^3}f(x)$
B $f'(x)=\frac{3x^2-1}{x^3}f(x)$
C $f'(x)=\frac{-1}{x^3}f(x)$
D $f'(x)=\frac{-3x^2+2}{x^2}f(x)$

Q8

A $I=\frac{1}{2}\left(e^{-\frac{1}{4}}+e^{-1}\right)$
B $I=\frac{e^{-\frac{1}{4}}}{2}$
C $I=\frac{1}{2}\left(e^{-\frac{1}{4}}-e^{-1}\right)$
D $I=\frac{e^{-1}}{2}$

Une urne contient 9 boules : 5 boules rouges numérotées de 1 à 5 et 4 boules noires numérotées de 1 à 4. On suppose que les boules sont indiscernables au toucher. On tire simultanément deux boules de l'urne. On considère les deux évènements A : «les deux boules tirées sont de même couleur» et B : «les deux boules tirées portant un numéro pair»

Q9 Choisir la bonne réponse :

A $p(A\cap B)=\frac{2}{9}$
B $p(A\cap B)=\frac{1}{18}$
C $p(A\cap B)=\frac{1}{36}$
D $p(A\cap B)=\frac{4}{9}$

Q10 Choisir la bonne réponse :

A $p_{\bar{A}}(B)=\frac{1}{18}$ B $p_{\bar{A}}(B)=\frac{17}{18}$
C $p_{\bar{A}}(B)=\frac{1}{4}$ D $p_{\bar{A}}(B)=\frac{1}{5}$

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE DE RABAT · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès en 1re année de Médecine · Rabat

Session du mercredi 27 juillet 2016

2016

Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
B	C	C	D	B	C	D	C	B	D

Q1 ✔ Réponse B

$e^{ix} - e^{-ix} = 2i\sin x$, donc $(2i\sin x)^4 = 16i^4\sin^4 x = 16\sin^4 x$.

Q2 ✔ Réponse C

En divisant par e^{ix} : $\dfrac{e^{ix} - e^{-ix}}{e^{ix} + e^{-ix}} = \dfrac{2i\sin x}{2\cos x} = i\tan x$.

Q3 ✔ Réponse C

En divisant par 5^n : $u_n = \dfrac{\left(\frac{e}{5}\right)^n - \left(\frac{2}{5}\right)^n}{\left(\frac{3}{5}\right)^n - 1} \to \dfrac{0}{-1} = 0$.

Q4 ✔ Réponse D

$v_n = \dfrac{\ln 5 + \ln n}{\ln 3 + \ln n} = \dfrac{1 + \frac{\ln 5}{\ln n}}{1 + \frac{\ln 3}{\ln n}} \to 1$.

Q5 ✔ Réponse B

Par parties ($u = t^{n+1}$, $v = -e^{-t}$) :
$w_{n+1} = \left[-t^{n+1}e^{-t}\right]_0^1 + (n+1)w_n = -\dfrac{1}{e} + (n+1)w_n$: B.
$w_n > 0$ (C fausse) et, sur $[0,1]$, $t^{n+1} \le t^n$, donc (w_n) est décroissante (D fausse).

Q6 ✔ Réponse C

Avec $t = \dfrac{1}{x} \to +\infty$: $f(x) = t^3 e^{-t^2} = \dfrac{t^3}{e^{t^2}} \to 0$ (croissances comparées).

Q7 ✔ Réponse D

$f(x) = x^{-3}e^{-1/x^2}$, donc
$f'(x) = \left(-\dfrac{3}{x} + \dfrac{2}{x^3}\right) f(x) = \dfrac{-3x^2 + 2}{x^3} f(x)$ (le sujet imprime x^2 au dénominateur : c'est la réponse D).

Q8 ✔ Réponse C

$\left(e^{-1/x^2}\right)' = \dfrac{2}{x^3}e^{-1/x^2} = 2f(x)$, donc
$I = \dfrac{1}{2}\left[e^{-1/x^2}\right]_1^2 = \dfrac{1}{2}\left(e^{-1/4} - e^{-1}\right)$.

Q9 ✔ Réponse B

$\binom{9}{2} = 36$ tirages. $A \cap B$: deux rouges paires ($\{2,4\}$, 1 tirage) ou deux noires paires ($\{2,4\}$, 1 tirage). $p(A \cap B) = \dfrac{2}{36} = \dfrac{1}{18}$.

Q10 ✔ Réponse D

$\bar{A}$ (une rouge et une noire) : $5 \times 4 = 20$ tirages. $\bar{A} \cap B$: une rouge paire (2 choix) et une noire paire (2 choix), soit 4 tirages.
$p_{\bar{A}}(B) = \dfrac{4}{20} = \dfrac{1}{5}$.

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE DE RABAT · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès en 1re année de Médecine · Rabat

Session du lundi 27 juillet 2015

2015

Énoncé

On considère le nombre complexe j tel que : $j = \dfrac{-1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}i$

Q1 l'écriture exponentielle de j est :

A $e^{-i2\frac{\pi}{3}}$ B $e^{i\frac{\pi}{3}}$
C $e^{-i\frac{\pi}{3}}$ D $e^{i2\frac{\pi}{3}}$

Q2 j^3 vaut

A -1 B 1 C $-i$ D i

Q3 j^{2015} vaut

A -1 B 1 C $\bar{j}$ D j

Q4 la somme $1 + j + j^2 + \cdots + j^{2014}$ vaut :
($\bar{j}$ étant le conjugué de j)

A $\dfrac{1+j}{1-j}$ B $\dfrac{2}{1-j}$
C $\dfrac{1-\bar{j}}{1-j}$ D $\dfrac{1+\bar{j}}{1-j}$

On considère la fonction numérique f à variable réelle x définie par : $f(x) = e^{-x}\ln(|1-e^x|)$

Q5 l'ensemble de définition D_f de f est :

A $D_f = \mathbb{R}^*$ B $D_f =]-\infty, 0]$
C $D_f =]-\infty, 0[$ D $D_f =]1, +\infty[$

Q6 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ est égale :

A $+\infty$ B -1 C $-\infty$ D 1

Q7 pour tout x de D_f, $f'(x)$ vérifie :

A $f'(x) + f(x) = -\ln(|1-e^x|)$
B $f'(x) + f(x) = -e^{-x}$
C $f'(x) + f(x) = 0$
D $f'(x) + f(x) = \dfrac{-1}{1-e^x}$

Q8 l'équation $f(x) = 0$ dans D_f admet :

A une infinité de solutions
B deux solutions distinctes
C une seule solution
D aucune solution

On considère les deux suites numériques $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définies par :

$$u_n = (\ln(2))^n$$

et

$$v_n = \int_1^2 \frac{(\ln(t))^n}{t}\,dt$$

Q9 Choisir la bonne réponse :

A $v_n = \dfrac{1}{n}u_n$
B $v_n = \dfrac{1}{n}u_{n+1}$
C $v_n = \dfrac{1}{n+1}u_n$
D $v_n = \dfrac{1}{n+1}u_{n+1}$

Q10 Choisir la bonne réponse :

A $\forall n \in \mathbb{N}$; $v_n \leq u_n$
B $\forall n \in \mathbb{N}$; $u_n \geq 1$
C $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est croissante
D $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$

On considère une variable aléatoire X. Sa loi de probabilité est binomiale de paramètres : $n = 10$ et $p = 0{,}4$.

Q11 L'espérance E et la variance V d'une telle loi sont :

A $(E = 4\ ;\ V = 2{,}4)$
B $(E = 10{,}4\ ;\ V = 0{,}24)$
C $(E = 4\ ;\ V = 0{,}24)$
D $(E = 10{,}4\ ;\ V = 2{,}4)$

Q12 La probabilité $p(X = 2)$ est :

A $\binom{8}{2} \times 0{,}4^2 \times 0{,}6^8$
B $\binom{10}{2} \times 0{,}4^8 \times 0{,}6^2$
C $\binom{10}{2} \times 0{,}4^2 \times 0{,}6^8$
D $2 \times 0{,}4^2 \times 0{,}6^8$

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE DE RABAT · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès en 1re année de Médecine · Rabat

Session du lundi 27 juillet 2015

2015

Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10	Q11	Q12
D	B	C	C	A	B	D	C	D	A	A	C

Q1 ✔ Réponse D

$|j| = 1$, $\cos\theta = -\frac{1}{2}$ et $\sin\theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$: $\theta = \dfrac{2\pi}{3}$, donc $j = e^{2i\pi/3}$.

Q2 ✔ Réponse B

$j^3 = e^{2i\pi} = 1$.

Q3 ✔ Réponse C

$2015 = 3 \times 671 + 2$, donc $j^{2015} = j^2 = e^{4i\pi/3} = e^{-2i\pi/3} = \bar{j}$.

Q4 ✔ Réponse C

Somme géométrique de 2015 termes : $\dfrac{1 - j^{2015}}{1 - j} = \dfrac{1 - \bar{j}}{1 - j}$.

Q5 ✔ Réponse A

Il faut $|1 - e^x| > 0$, c'est-à-dire $e^x \neq 1$, soit $x \neq 0$: $D_f = \mathbb{R}^*$.

Q6 ✔ Réponse B

Quand $x \to -\infty$, $e^x \to 0$ et $\ln(1 - e^x) \sim -e^x$. Donc $f(x) \sim e^{-x} \cdot (-e^x) = -1$.

Q7 ✔ Réponse D

$(\ln|1 - e^x|)' = \dfrac{-e^x}{1 - e^x}$, donc

$f'(x) = -f(x) + e^{-x} \cdot \dfrac{-e^x}{1 - e^x} = -f(x) - \dfrac{1}{1 - e^x}$, soit

$f'(x) + f(x) = \dfrac{-1}{1 - e^x}$.

Q8 ✔ Réponse C

$f(x) = 0 \iff |1 - e^x| = 1 \iff e^x = 2$ ou $e^x = 0$. Seul $e^x = 2$ est possible : $x = \ln 2$, une seule solution.

Q9 ✔ Réponse D

Une primitive de $\dfrac{(\ln t)^n}{t}$ est $\dfrac{(\ln t)^{n+1}}{n+1}$, donc

$v_n = \dfrac{(\ln 2)^{n+1}}{n+1} = \dfrac{u_{n+1}}{n+1}$.

Q10 ✔ Réponse A

$0 < \ln 2 < 1$, donc (u_n) est décroissante et tend vers 0 (B pour $n \geq 1$, C et D fausses). Alors $v_n = \dfrac{u_{n+1}}{n+1} \leq u_{n+1} \leq u_n$: A.

Q11 ✔ Réponse A

$E = np = 4$ et $V = np(1-p) = 10 \times 0{,}4 \times 0{,}6 = 2{,}4$.

Q12 ✔ Réponse C

Loi binomiale : $p(X = k) = \dbinom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$, d'où

$p(X = 2) = \dbinom{10}{2} \times 0{,}4^2 \times 0{,}6^8$.

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE DE RABAT · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès en 1re année de Pharmacie · Rabat

Session du vendredi 29 juillet 2016

2016 Énoncé

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par $u_0 = 0$ et pour tout n de $\mathbb{N}$:

$$u_{n+1} = \frac{u_n^2 - 2}{2u_n + 3}$$

On pose pour tout n de $\mathbb{N}$:

$$v_n = \ln\left(\frac{1+u_n}{2+u_n}\right)$$

Q1 $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est suite géométrique de raison

A 2 B $\frac{1}{2}$ C $-\frac{1}{2}$ D -2

Q2 Valeur de $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$

A $+\infty$ B 0 C 1 D $-\infty$

Q3 Expression de u_n en fonction de v_n

A $\frac{1+2e^{v_n}}{1+e^{v_n}}$ B $\frac{1-2e^{v_n}}{-1+e^{v_n}}$

C $\frac{1-e^{v_n}}{1+2e^{v_n}}$ D $\frac{1+e^{v_n}}{-1+2e^{v_n}}$

Q4 Valeur de $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

A 2 B 1 C -1 D -2

On considère deux fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = e^x \ln(1+e^{-x})$$

et

$$g(x) = \frac{e^x}{1+e^x}$$

Q5 Valeur de $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

A $-\infty$ B $+\infty$ C 0 D 1

Q6 Pour tout x de $\mathbb{R}$, $f(x)$ est égale

A $-f'(x) - g(x)$
B $f'(x) + g(x)$
C $-f'(x) + g(x)$
D $f'(x) - g(x)$

Q7 Valeur de l'intégrale $\int_0^{\ln 2} f(x)\,dx$

A $\ln 3 - 2\ln 2$ B $\ln 3 + 2\ln 2$
C $3\ln 3 - 4\ln 2$ D $4\ln 3 + 2\ln 2$

Une urne contient des boules, chacune de ces boules porte un des numéros suivants : 1 ; 2 ; 3.
On tire une boule de l'urne et soit X la variable aléatoire qui désigne le numéro de la boule tirée. Le tableau suivant donne la loi de probabilité de X

x_i	1	2	3
$p(X = x_i)$	$\frac{1}{3}$	p	$\frac{1}{6}$

Q8 Valeur de p

A $\frac{2}{3}$ B $\frac{5}{6}$ C $\frac{1}{2}$ D $\frac{1}{6}$

Q9 La probabilité pour que X soit impaire

A $\frac{1}{6}$ B $\frac{5}{6}$ C $\frac{1}{2}$ D $\frac{1}{3}$

Q10 On tire de la même urne successivement et avec remise quatre boules.
La probabilité d'obtenir au moins une boule portant le numéro 2 parmi les quatre boules tirées

A $\frac{11}{16}$ B $\frac{5}{12}$ C $\frac{15}{16}$ D $\frac{7}{12}$

FACULTÉ DE MÉDECINE ET DE PHARMACIE DE RABAT · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès en 1re année de Pharmacie · Rabat

Session du vendredi 29 juillet 2016

2016

Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
A	D	B	C	C	B	C	C	C	C

Q1 ✔ Réponse A

$1+u_{n+1}=\dfrac{u_n^2+2u_n+1}{2u_n+3}=\dfrac{(u_n+1)^2}{2u_n+3}$ et
$2+u_{n+1}=\dfrac{u_n^2+4u_n+4}{2u_n+3}=\dfrac{(u_n+2)^2}{2u_n+3}$.
Donc $\dfrac{1+u_{n+1}}{2+u_{n+1}}=\left(\dfrac{1+u_n}{2+u_n}\right)^2$ et $v_{n+1}=2v_n$: raison 2.

Q2 ✔ Réponse D

$v_0=\ln\dfrac{1}{2}<0$ et $v_n=2^n\ln\dfrac{1}{2}\to-\infty$.

Q3 ✔ Réponse B

$e^{v_n}(2+u_n)=1+u_n \iff u_n\left(e^{v_n}-1\right)=1-2e^{v_n} \iff u_n=\dfrac{1-2e^{v_n}}{-1+e^{v_n}}$.

Q4 ✔ Réponse C

$v_n\to-\infty$, donc $e^{v_n}\to0$ et $u_n\to\dfrac{1-0}{-1+0}=-1$.

Q5 ✔ Réponse C

Avec $t=-x\to+\infty$: $\ln(1+e^t)=t+\ln(1+e^{-t})$, donc
$f(x)=e^{-t}\left(t+\ln(1+e^{-t})\right)\to0$ (car $te^{-t}\to0$).

Q6 ✔ Réponse B

$f'(x)=e^x\ln(1+e^{-x})+e^x\cdot\dfrac{-e^{-x}}{1+e^{-x}}=f(x)-\dfrac{1}{1+e^{-x}}=$
$f(x)-g(x)$. Donc $f(x)=f'(x)+g(x)$.

Q7 ✔ Réponse C

$f=f'+g$, et une primitive de g est $\ln(1+e^x)$:
$\displaystyle\int_0^{\ln 2}f=[f(x)+\ln(1+e^x)]_0^{\ln 2}$.
$f(\ln 2)=2\ln\dfrac{3}{2}$ et $f(0)=\ln 2$, donc l'intégrale vaut
$2\ln3-2\ln2-\ln2+\ln3-\ln2=3\ln3-4\ln2$.

Q8 ✔ Réponse C

La somme des probabilités vaut 1 : $p=1-\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{6}=\dfrac{1}{2}$.

Q9 ✔ Réponse C

$P(X=1)+P(X=3)=\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{6}=\dfrac{1}{2}$.

Q10 ✔ Réponse C

Événement contraire : aucune boule n°2, de probabilité
$\left(\dfrac{1}{2}\right)^4=\dfrac{1}{16}$. Donc $P=1-\dfrac{1}{16}=\dfrac{15}{16}$.

FACULTÉ DE MÉDECINE DENTAIRE DE CASABLANCA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine Dentaire de Casablanca

Session de juillet 2018

2018 Énoncé

Q1 On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $u_n = \dfrac{2n+(-1)^n\sqrt{n}}{n+1}$, alors :

A $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$
B $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 2$
C $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$
D $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$
E la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ n'admet pas de limite

Q2 Soit $z = e^{\frac{2i\pi}{5}}$. On pose $\alpha = z + z^4$ et $\beta = z^2 + z^3$, alors :

A $\alpha+\beta = 1$ B $\alpha+\beta = 0$
C $\alpha\beta = 2$ D $\alpha\beta = -1$
E $\alpha\beta = 1$

Q3 Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct d'origine O. On donne les points A et B d'affixes respectifs 3 et $4i$. Pour tout nombre complexe z $(z \neq 4i)$, on pose $Z = \dfrac{z-3}{z-4i}$
L'ensemble (C) des points d'affixe z tels que Z soit un imaginaire pur non nul est :

A Un demi-cercle contenant O
B Le cercle de diamètre $[AB]$
C le cercle de diamètre $[AB]$ privé du point B
D le segment $[AB]$ privé du point B
E Autre résultat

Q4 L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$.
Le projeté orthogonal du point $A(1;6;0)$ sur le plan d'équation : $-x+3y-z+5=0$ a pour coordonnées :

A $(3;1;5)$ B $(2;3;1)$
C $(3;0;2)$ D $(-2;3;-6)$
E autre résultat

Q5 Une urne contient 8 boules indiscernables au toucher, 5 sont rouges et 3 sont noires.
On tire successivement et sans remise deux boules de cette urne. La probabilité de tirer une boule rouge au premier tirage sachant qu'on a obtenu une boule noire au second tirage est :

A $\dfrac{15}{56}$ B $\dfrac{3}{8}$ C $\dfrac{5}{7}$ D $\dfrac{3}{24}$
E Autre résultat

Q6 Pour tout entier naturel non nul n, on pose : $u_n = \sum\limits_{k=1}^{k=n} \dfrac{(-1)^{k-1}}{5^k}$, alors :

A $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \dfrac{1}{6}$
B $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \dfrac{2}{6}$
C $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \dfrac{1}{2}$
D $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \dfrac{2}{3}$
E la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ n'admet pas de limite

Q7 L'intégrale $\displaystyle\int_{-\ln 2}^{\ln 2} \frac{e^t - e^{-t}}{e^t + e^{-t}}\,dt$ est égale à :

A $\ln\left(\dfrac{5}{2}\right)$ B $2\ln 2$ C 0 D 2
E autre résultat

Q8 Une solution de l'équation différentielle $y'' + 4y = 0$ telle que $y(0) = 1$ et $y'(0) = 0$ est la fonction f définie par :

A $f(x) = \cos(2x)$
B $f(x) = \sin(2x)$
C $f(x) = \cos(2x) + \sin(2x)$
D $f(x) = \cos(2x) - \sin(2x)$
E Autre résultat

Q9 On pose : $I = \displaystyle\int_1^e \frac{\ln t}{t^2}\,dt$, alors :

A $I = \dfrac{1}{e^2}$ B $I = 1 - \dfrac{2}{e}$
C $I = -\dfrac{1}{e}$ D $I = 1 - \dfrac{2}{e^3}$
E Autre résultat

Q10 Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 1 - \dfrac{4e^x}{e^{2x}+1}$, alors :

A $(\forall x \in [0,+\infty[) \quad f(x) \geq 0$
B $(\forall x \in [0,+\infty[) \quad f'(x) < 0$
C la fonction f est décroissante sur $\mathbb{R}$
D $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$
E $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

FACULTÉ DE MÉDECINE DENTAIRE DE CASABLANCA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine Dentaire de Casablanca

Session de juillet 2018

2018

Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
B	D	E	C	C	A	C	A	B	E

Q1 ✔ Réponse B

$u_n = \frac{2n}{n+1} + \frac{(-1)^n\sqrt{n}}{n+1}$; le premier terme tend vers 2 et le second est majoré en valeur absolue par $\frac{\sqrt{n}}{n} = \frac{1}{\sqrt{n}} \to 0$. Donc $u_n \to 2$.

Q2 ✔ Réponse D

$z^5 = 1$ et $z \neq 1$, donc $1 + z + z^2 + z^3 + z^4 = 0$: $\alpha + \beta = -1$ (A et B fausses).
$\alpha\beta = z^3 + z^4 + z^6 + z^7 = z^3 + z^4 + z + z^2 = -1$: D.

Q3 ✔ Réponse E

Pour $M \neq A, B$: $Z = \frac{z - z_A}{z - z_B}$ est imaginaire pur non nul si et seulement si $(\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{MA}) = \pm\frac{\pi}{2}$, c'est-à-dire M sur le cercle de diamètre $[AB]$.
Le point B est exclu ($z \neq 4i$), mais le point A aussi, puisqu'il donne $Z = 0$. L'ensemble est le cercle de diamètre $[AB]$ privé de A **et** de B : aucune des propositions A à D, d'où E.

Remarque : L'ensemble exact est le cercle de diamètre [AB] privé de A et de B (A donne Z = 0, exclu par « non nul »). C n'enlève que B ; la réponse rigoureuse est donc E (« Autre résultat »), mais le sujet visait probablement C. À trancher par le professeur.

Q4 ✔ Réponse C

$\vec{n}(-1; 3; -1)$, $\|\vec{n}\|^2 = 11$ et $-1 + 18 - 0 + 5 = 22$. Le projeté est $H = A - \frac{22}{11}\vec{n} = (1 + 2;\ 6 - 6;\ 0 + 2) = (3; 0; 2)$. (Vérification : $-3 + 0 - 2 + 5 = 0$.)

Q5 ✔ Réponse C

$P(R_1 \cap N_2) = \frac{5}{8} \times \frac{3}{7} = \frac{15}{56}$ et $P(N_2) = \frac{3}{8}$ (même loi que le premier tirage). Donc $P_{N_2}(R_1) = \frac{15/56}{3/8} = \frac{5}{7}$.

Q6 ✔ Réponse A

Somme géométrique de premier terme $\frac{1}{5}$ et de raison $-\frac{1}{5}$: $u_n \to \frac{1/5}{1 + 1/5} = \frac{1}{6}$.

Q7 ✔ Réponse C

La fonction intégrée est impaire (changer t en $-t$ change son signe) et l'intervalle est symétrique : l'intégrale est nulle.

Q8 ✔ Réponse A

$y = a\cos 2x + b\sin 2x$; $y(0) = a = 1$ et $y'(0) = 2b = 0$: $f(x) = \cos 2x$.

Q9 ✔ Réponse B

Par parties ($u = \ln t$, $v = -\frac{1}{t}$) :
$I = \left[-\frac{\ln t}{t}\right]_1^e + \int_1^e \frac{dt}{t^2} = -\frac{1}{e} + 1 - \frac{1}{e} = 1 - \frac{2}{e}$.

Q10 ✔ Réponse E

$\frac{4e^x}{e^{2x} + 1} = \frac{4}{e^x + e^{-x}}$ tend vers 0 en $\pm\infty$: les deux limites valent 1 (E, D fausse).
$f(0) = 1 - 2 = -1 < 0$ (A fausse). $f'(x) = \frac{4(e^x - e^{-x})}{(e^x + e^{-x})^2}$ est positive pour $x > 0$ (B et C fausses).

FACULTÉ DE MÉDECINE DENTAIRE DE CASABLANCA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine Dentaire de Casablanca

Session 2017–2018

2017 Énoncé

Q1 Soit g la fonction numérique définie par : $g(x) = \sqrt{\dfrac{-2x^2+5x-3}{x^2+6x-7}}$
On a $\lim\limits_{x\to 1} g(x)$ est égale à :

A $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ B $+\infty$ C 0 D $\dfrac{1}{2\sqrt{2}}$
E $-\infty$

Q2 Soit h la fonction numérique définie par : $h(x) = \left(1+\dfrac{1}{x}\right)e^{\frac{1}{x}}$
Sa fonction dérivée première $h'(x)$ est définie par :

A $\left(1-\dfrac{1}{x^2}\right)e^{\frac{1}{x}}$ B $\dfrac{x-1}{x^2}e^{-\frac{1}{x^2}}$
C $-\dfrac{1}{x^2}e^{\frac{1}{x}}$ D $\dfrac{(-2x-1)}{x^3}e^{\frac{1}{x}}$
E Autre résultat

Q3 Le plan est rapporté à un repère orthonormé. On considère la courbe (C) d'équation : $y = xe^x + \cos x$
On note Δ l'aire de la partie de plan délimité par la courbe (C), les deux axes du repère et la droite d'équation $x = \dfrac{\pi}{2}$.
La valeur de Δ, en unités d'aires, est :

A $\left(\dfrac{\pi}{2}-1\right)e^{\frac{\pi}{2}}$
B $\dfrac{\pi}{2}-1$
C $\left(\dfrac{\pi}{2}-1\right)e^{\frac{\pi}{2}}+2$
D $\left(\dfrac{\pi}{2}-1\right)e^{\frac{\pi}{2}}-1$
E Autre résultat

Q4 La limite de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $u_n = \dfrac{5^n-3^n}{5^n+3^n}$ est égale à :

A $+\infty$ B 1 C 0 D -1
E Autre résultat

Q5 On considère la suite numérique $(I_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ définie par :
$I_n = \displaystyle\int_0^1 t^n e^{2t}\,dt$ pour tout n de $\mathbb{N}^*$
Par une intégration par partie, on obtient la relation suivante entre I_n et I_{n-1} :

A $I_n = \dfrac{e^2}{2} + \dfrac{n}{2}I_{n-1}$
B $I_n = \dfrac{e^2}{2} - \dfrac{n}{2}I_{n-1}$
C $I_n = 2e^2 - 2nI_{n-1}$
D $I_n = \dfrac{e^2}{4} - \dfrac{n-1}{2}I_{n-1}$
E Autre résultat

Q6 L'ensemble S des réels appartenant à $[0, 2\pi[$ est vérifiant l'équation : $\sin^2 x + \dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin x = 0$ est :

A $S = \left\{0; \pi; \dfrac{4\pi}{3}; -\dfrac{\pi}{3}\right\}$
B $S = \left\{0; \dfrac{4\pi}{3}\right\}$
C $S = \left\{0; \pi; \dfrac{4\pi}{3}; \dfrac{5\pi}{3}\right\}$
D $S = \left\{0; \pi; \dfrac{7\pi}{6}; \dfrac{11\pi}{6}\right\}$
E Autre résultat

Q7 On considère dans l'ensemble des nombres complexes l'équation : $z + |z|^2 = 7 + i$
Cette équation admet :

A Deux solutions distinctes qui ont pour partie imaginaire 1
B Une solution réelle
C Deux solutions imaginaires pures
D Une solution qui a pour partie imaginaire 2
E Deux solutions conjuguées

Q8 On considère, dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j})$, les points M et N d'affixes respectives : $z_M = 1+2i$ et $z_N = 3+2i$
Le milieu I du segment $[MN]$ a pour image, par la rotation de centre O et d'angle $\dfrac{\pi}{3}$, le point J dont l'affixe est :

A $z = e^{\frac{7i\pi}{12}}$
B $z = 2\sqrt{2}e^{\frac{11i\pi}{12}}$
C $z = 4\sqrt{2}e^{-\frac{5i\pi}{12}}$
D $z = 2\sqrt{2}e^{\frac{7i\pi}{12}}$
E Autre résultat

Q9 On considère dans l'espace rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, les deux plans suivants : $(P) : 2x + y - 3z + 1 = 0$ et $(Q) : x - y + 2 = 0$
L'équation du plan passant par le point O et contenant la droite (D) intersection des deux plans (P) et (Q) est :

A $x + y - 2z = 0$
B $x + y = 0$
C $2x + y - 3z = 0$
D $x + y + z + 3 = 0$
E Autre résultat

Q10 Une urne contient 8 boules indiscernables au toucher, 5 sont rouges et 3 sont noires.
On tire successivement et sans remise deux boules de cette urne.
La probabilité de tirer une boule rouge au deuxième tirage est :

A $\dfrac{5}{8}$ B $\dfrac{5}{7}$ C $\dfrac{3}{28}$ D $\dfrac{3}{7}$
E Autre résultat

FACULTÉ DE MÉDECINE DENTAIRE DE CASABLANCA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine Dentaire de Casablanca

Session 2017–2018

2017 — Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
D	D	C	B	B	C	A	D	A	A

Q1 ✔ Réponse D

$-2x^2+5x-3=-(2x-3)(x-1)$ et $x^2+6x-7=(x+7)(x-1)$. Pour $x\neq 1$, la fraction vaut $\dfrac{-(2x-3)}{x+7}\to\dfrac{1}{8}$, donc $g(x)\to\sqrt{\dfrac{1}{8}}=\dfrac{1}{2\sqrt{2}}$.

Q2 ✔ Réponse D

$$h'(x)=-\frac{1}{x^2}e^{1/x}+\left(1+\frac{1}{x}\right)\left(-\frac{1}{x^2}\right)e^{1/x}=-\frac{1}{x^2}\left(2+\frac{1}{x}\right)e^{1/x}=\frac{-2x-1}{x^3}e^{1/x}.$$

Q3 ✔ Réponse C

Sur $\left[0,\frac{\pi}{2}\right]$, $xe^x+\cos x\geq 0$. Une primitive est $(x-1)e^x+\sin x$, donc

$$\Delta=\left(\frac{\pi}{2}-1\right)e^{\pi/2}+1-(-1+0)=\left(\frac{\pi}{2}-1\right)e^{\pi/2}+2.$$

Q4 ✔ Réponse B

$$u_n=\frac{1-\left(\frac{3}{5}\right)^n}{1+\left(\frac{3}{5}\right)^n}\to 1.$$

Q5 ✔ Réponse B

Avec $u=t^n$ et $v=\frac{e^{2t}}{2}$:

$$I_n=\left[\frac{t^n e^{2t}}{2}\right]_0^1-\frac{n}{2}\int_0^1 t^{n-1}e^{2t}\,dt=\frac{e^2}{2}-\frac{n}{2}I_{n-1}.$$

Q6 ✔ Réponse C

$\sin x\left(\sin x+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)=0$: $\sin x=0$ donne 0 et π ; $\sin x=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ donne $\dfrac{4\pi}{3}$ et $\dfrac{5\pi}{3}$ dans $[0,2\pi[$. (A contient $-\frac{\pi}{3}\notin[0,2\pi[$.)

Q7 ✔ Réponse A

Avec $z=x+iy$: la partie imaginaire donne $y=1$, la partie réelle $x+x^2+1=7$, soit $x^2+x-6=0$: $x=2$ ou $x=-3$. Les solutions $2+i$ et $-3+i$ ont toutes deux pour partie imaginaire 1.

Q8 ✔ Réponse D

$z_I=2+2i=2\sqrt{2}\,e^{i\pi/4}$. La rotation multiplie par $e^{i\pi/3}$: $z_J=2\sqrt{2}\,e^{i(\pi/4+\pi/3)}=2\sqrt{2}\,e^{7i\pi/12}$.

Q9 ✔ Réponse A

Les plans contenant (D) ont pour équation $(2x+y-3z+1)+\lambda(x-y+2)=0$ (ou (Q) lui-même, qui ne passe pas par O). Passer par O impose $1+2\lambda=0$, soit $\lambda=-\frac{1}{2}$:

$$\frac{3}{2}x+\frac{3}{2}y-3z=0\iff x+y-2z=0.$$

Q10 ✔ Réponse A

Probabilités totales : $P(R_2)=\dfrac{5}{8}\times\dfrac{4}{7}+\dfrac{3}{8}\times\dfrac{5}{7}=\dfrac{20+15}{56}=\dfrac{35}{56}=\dfrac{5}{8}$. (Par symétrie, chaque tirage a la même loi que le premier.)

FACULTÉ DE MÉDECINE DENTAIRE DE CASABLANCA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine Dentaire de Casablanca

Session 2015–2016

2015 Énoncé

Q1 Si g est la fonction numérique définie par $g(x) = x\left(e^{\frac{1}{x}} - 1\right)$ alors $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ est égale à :

A e B $+\infty$ C 1 D 0 E $-\infty$

Q2 L'intégrale $I = \displaystyle\int_e^{e^2} \frac{1}{x\sqrt{\ln x}}\,dx$ est égale à :

A e B $2(\sqrt{2}-1)$ C $2(\sqrt{2}+1)$ D e^2 E $2\sqrt{2}$

Q3 Pour $\theta \in \left]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right[$ on pose $z = \dfrac{1+i\tan\theta}{1-\tan\theta}$ alors :

A $z = e^{\frac{i\theta}{2}}$ B $z = e^{i\theta}$ C $z = e^{-i\theta}$ D $z = -1$ E $z = e^{2i\theta}$

Q4 Si f est la fonction numérique définie par : $f(x) = \dfrac{\ln(-x^2-2x+3)}{\ln\left(-x+\frac{1}{2}\right)}$ alors son ensemble de définition est :

A $\left[\frac{1}{2}, +\infty\right[$

B $\left]-3, -\frac{1}{2}\right[\cup \left]-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right[$

C $\left]-3, -\frac{1}{2}\right[$

D $]-\infty, -3[\cup]1, +\infty[$

E $\left]-3, \frac{1}{2}\right[$

Q5 Si h est la fonction numérique définie par $h(x) = \dfrac{e^{x^2+3}}{x}$ alors sa fonction dérivée première $h'(x)$ est :

A $\left(2 - \frac{1}{x^2}\right)e^{x^2+3}$

B $\dfrac{x-1}{x^2}e^{x^2+3}$

C e^{x^2+3}

D $\dfrac{(2x-1)e^{x^2+3}}{x^2}$

E Autre résultat

Q6 La limite de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $u_n = n^2\left(\frac{1}{2}\right)^n$ est égale à :

A $+\infty$ B 1 C 0 D $\ln 2$ E $\dfrac{\ln 2}{2}$

Q7 Soit S le point d'affixe 3 et T le point d'affixe $4i$. On considère l'ensemble $(E) = \{M(z)/|z-3| = |3-4i|\}$

A (E) est la médiatrice du segment $[ST]$

B (E) est la droite (ST)

C (E) est le cercle de centre le point Ω d'affixe $3-4i$ et de rayon 3

D (E) est le cercle de centre S et de rayon 5

E (E) est le milieu du segment $[ST]$

Q8 L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. On considère les deux points $A(3,1,3)$ et $B(-6,2,1)$.
L'ensemble des points équidistants des deux points A et B est :

A La droite d'équation : $\begin{cases} 9x - y + 2z + 11 = 0 \\ x + 7y - z - 7 = 0 \end{cases}$

B Le plan d'équation : $9x - y + 2z + 11 = 0$

C Le plan d'équation : $x + 7y - z - 7 = 0$

D Le plan d'équation : $9x - y + 2z + 10 = 0$

E Le point $\Omega(1,2,1)$

Q9 On considère la suite numérique $(I_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $I_n = \displaystyle\int_0^1 t^n e^t\,dt$ pour tout n de $\mathbb{N}$

A $I_{n+1} = e - nI_n$ pour tout n de $\mathbb{N}$

B $(I_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite croissante

C $I_n \leq \dfrac{1}{n+2}$ pour tout n de $\mathbb{N}$

D $I_n \leq \dfrac{e}{n+1}$ pour tout n de $\mathbb{N}$

E $(I_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite divergente

Q10 Une urne contient des boules numérotées de 1 à n, réparties de la façon suivante : pour tout entier k compris entre 1 et n, l'urne contient k boules portant le numéro k. On tire au hasard une boule de l'urne et on note X le numéro obtenu. La probabilité de l'évènement $(X = k)$ est :

A $\dfrac{k}{2n(n+1)}$ B $\dfrac{2k}{n(n+1)}$ C $\dfrac{k}{n(n+1)}$ D $\dfrac{k}{2n}$ E $\dfrac{k}{2(n+1)}$

FACULTÉ DE MÉDECINE DENTAIRE DE CASABLANCA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine Dentaire de Casablanca

Session 2015–2016

2015

Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
C	B	E	B	A	C	D	B	D	B

Q1 ✔ Réponse C

Avec $h = \frac{1}{x} \to 0^+$: $g(x) = \frac{e^h - 1}{h} \to 1$.

Q2 ✔ Réponse B

Une primitive de $\frac{1}{x\sqrt{\ln x}}$ est $2\sqrt{\ln x}$. Donc $I = 2\sqrt{2} - 2\sqrt{1} = 2(\sqrt{2} - 1)$.

Q3 ✔ Réponse E

Avec le dénominateur $1 - i\tan\theta$ (le « i » manque sur le sujet) : $1 + i\tan\theta = \frac{e^{i\theta}}{\cos\theta}$ et $1 - i\tan\theta = \frac{e^{-i\theta}}{\cos\theta}$, donc $z = \frac{e^{i\theta}}{e^{-i\theta}} = e^{2i\theta}$: E.

Tel qu'imprimé ($1 - \tan\theta$, réel), $z = \frac{e^{i\theta}}{\cos\theta - \sin\theta}$, dont le module n'est pas 1 en général : aucune proposition ne conviendrait.

Remarque : Tel qu'imprimé, le dénominateur est « 1 − tan θ » (réel) et aucune proposition n'est juste ; avec « 1 − i tan θ » (coquille probable), z = e^{2iθ} (E). À trancher par le professeur (corriger l'énoncé ou retirer la question).

Q4 ✔ Réponse B

Il faut :
- $-x^2 - 2x + 3 = -(x+3)(x-1) > 0$, soit $-3 < x < 1$;
- $-x + \frac{1}{2} > 0$, soit $x < \frac{1}{2}$;
- $\ln\left(-x + \frac{1}{2}\right) \neq 0$, soit $x \neq -\frac{1}{2}$.

D'où $D_f =]-3, -\frac{1}{2}[\cup]-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}[$.

Q5 ✔ Réponse A

$h'(x) = \frac{2x \cdot x\, e^{x^2+3} - e^{x^2+3}}{x^2} = \frac{2x^2 - 1}{x^2} e^{x^2+3} = \left(2 - \frac{1}{x^2}\right) e^{x^2+3}$.

Q6 ✔ Réponse C

$u_n = \frac{n^2}{2^n} = e^{2\ln n - n\ln 2}$ et l'exposant tend vers $-\infty$: $u_n \to 0$.

Q7 ✔ Réponse D

$|3 - 4i| = 5$ est une constante : (E) est l'ensemble des points à distance 5 de S, le cercle de centre S et de rayon 5 (il passe d'ailleurs par T).

Q8 ✔ Réponse B

C'est le plan médiateur de $[AB]$, de vecteur normal $\vec{AB}(-9; 1; -2)$, passant par le milieu $I\left(-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; 2\right)$:

$-9\left(x + \frac{3}{2}\right) + \left(y - \frac{3}{2}\right) - 2(z - 2) = 0 \iff 9x - y + 2z + 11 = 0$.

Q9 ✔ Réponse D

Sur $[0, 1]$, $1 \leq e^t \leq e$, donc $\frac{1}{n+1} \leq I_n \leq \frac{e}{n+1}$: D (C fausse, et $I_n \to 0$, E fausse).
Par parties, $I_{n+1} = e - (n+1)I_n$ (A fausse) ; $t^{n+1} \leq t^n$ donne une suite décroissante (B fausse).

Q10 ✔ Réponse B

L'urne contient $1 + 2 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2}$ boules, dont k portent le numéro k : $P(X = k) = \frac{k}{n(n+1)/2} = \frac{2k}{n(n+1)}$.

FACULTÉ DE MÉDECINE DENTAIRE DE CASABLANCA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine Dentaire de Casablanca

Session 2011–2012

2011 Énoncé

Q1 Soit la suite définie par : $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = u_n + 2n + 1$ pour tout n de $\mathbb{N}$. On a $(u_n)_{n\geq 0}$ est une suite

A arithmétique B géométrique
C croissante D décroissante
E autre

Q2 Soit la suite $(v_n)_{n\geq 0}$ définie par : $v_n = \dfrac{e^n - 2^n}{2e^n + 3^n}$ pour tout n de $\mathbb{N}$
La limite de la suite $(v_n)_{n\geq 0}$ est :

A 1 B $+\infty$ C 0 D $\dfrac{1}{2}$
E autre

Soit f la fonction de la variable réelle x définie par : $f(x) = \dfrac{x-2}{\ln(x-1)}$

Q3.1 L'ensemble de définition de la fonction f est :

A $]0, +\infty[$
B $]1, +\infty[$
C $]1, e[\cup]e, +\infty[$
D $]1, 2[\cup]2, +\infty[$
E autre

Q3.2 La limite $\lim\limits_{x\to 2} f(x)$ est égale à :

A 0 B $+\infty$ C 1 D -1
E autre

Q4 Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = e^{(x^2)} + \sqrt{1+x^2}$ et g' sa fonction dérivée pour tout x de $\mathbb{R}$ on a :

A $g'(x) = 2xe^{(x^2)} + \dfrac{2x}{\sqrt{1+x^2}}$
B $g'(x) = e^{(x^2)} + \dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}$
C $g'(x) = 2xe^{(x^2)} + \dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}$
D $g'(x) = 2e^{(x^2)} + \dfrac{x}{2\sqrt{1+x^2}}$
E autre

Q5 L'intégrale $\displaystyle\int_{0,25}^{1,5} \frac{dx}{\sqrt{4x+3}}$ est égale à :

A $\dfrac{1}{2}$ B $\dfrac{-1}{6}$ C $\dfrac{1}{12}$ D 1
E autre

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct on considère les points A, B et C d'affixe respectifs $a = 2 - i$; $b = -2 + 2i$ et $c = -2 - 2i$

Q6.1 quelle est la nature du triangle ABC ?

A isocèle B rectangle
C équilatérale D autre

Q6.2 sachant que 2 est une solution de l'équation (E) $z^3 + 2z^2 - 16 = 0$, quelles sont les deux autres solutions de (E) ?

A a et b B a et c
C b et c D autre

Q7 On considère la sphère (S) d'équation :
$x^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 - 4 = 0$
L'équation du plan tangent à la sphère (S) au point $A(0, 4, -1)$ est :

A $2x + y - z - 5 = 0$
B $y - 4 = 0$
C $3x + 4y + 2 = 0$
D autre

Q8 On lance deux fois de suite un dé parfait dont les six faces sont numérotées de 1 à 6.
Sachant que la somme des deux nombres obtenus est 10, quelle est la probabilité d'avoir «un double 5» ?

A $\dfrac{1}{432}$ B $\dfrac{1}{3}$ C $\dfrac{1}{12}$ D $\dfrac{1}{36}$
E autre

FACULTÉ DE MÉDECINE DENTAIRE DE CASABLANCA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine Dentaire de Casablanca

Session 2011–2012

2011

Correction

Q1	Q2	Q3.1	Q3.2	Q4	Q5	Q6.1	Q6.2	Q7	Q8
C	C	D	C	C	A	D	C	B	B

Q1 ✔ Réponse C

$u_{n+1} - u_n = 2n + 1 > 0$: la suite est croissante. Elle n'est ni arithmétique (la différence varie) ni géométrique ($u_0 = 1$, $u_1 = 2$, $u_2 = 5$). En fait $u_n = n^2 + 1$.

Q2 ✔ Réponse C

Comme $e < 3$, on divise par 3^n : $v_n = \dfrac{\left(\frac{e}{3}\right)^n - \left(\frac{2}{3}\right)^n}{2\left(\frac{e}{3}\right)^n + 1} \to \dfrac{0}{1} = 0$.

Q3.1 ✔ Réponse D

Il faut $x - 1 > 0$ et $\ln(x-1) \neq 0$, c'est-à-dire $x > 1$ et $x \neq 2$.

Q3.2 ✔ Réponse C

Avec $t = x - 1 \to 1$: $f(x) = \dfrac{t-1}{\ln t}$, inverse du taux d'accroissement de $\ln$ en 1, qui tend vers $\ln'(1) = 1$. La limite vaut 1.

Q4 ✔ Réponse C

$\left(e^{x^2}\right)' = 2xe^{x^2}$ et $\left(\sqrt{1+x^2}\right)' = \dfrac{2x}{2\sqrt{1+x^2}} = \dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}$.

Q5 ✔ Réponse A

Une primitive est $\frac{1}{2}\sqrt{4x+3}$. L'intégrale vaut $\frac{1}{2}\left(\sqrt{9} - \sqrt{4}\right) = \frac{1}{2}$.

Q6.1 ✔ Réponse D

$AB = |b-a| = |-4+3i| = 5$, $AC = |c-a| = |-4-i| = \sqrt{17}$, $BC = |c-b| = |-4i| = 4$.
Les trois côtés sont différents (ni isocèle ni équilatéral) et $25 \neq 17 + 16$, $17 \neq 25 + 16$, $16 \neq 25 + 17$: il n'est pas rectangle.
Réponse : autre.

Q6.2 ✔ Réponse C

$z^3 + 2z^2 - 16 = (z-2)(z^2+4z+8)$, et $z^2 + 4z + 8 = 0$ a pour solutions $-2 \pm 2i$, c'est-à-dire b et c.

Q7 ✔ Réponse B

Centre $\Omega(0, 2, -1)$; le plan tangent en A est normal à $\overrightarrow{\Omega A}(0, 2, 0)$: il a pour équation $y = 4$, soit $y - 4 = 0$.

Q8 ✔ Réponse B

La somme 10 est obtenue par $(4,6)$, $(5,5)$ et $(6,4)$, issues équiprobables. Sachant la somme 10, la probabilité du double 5 est $\frac{1}{3}$.

FACULTÉ DE MÉDECINE DENTAIRE DE CASABLANCA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine Dentaire de Casablanca

Session 2010–2011

2010 Énoncé

Q1 Dans l'ensemble $\mathbb{R}$, la solution de l'équation $3\ln(x+1) - 2\ln x = \ln(x+7)$ est :

A 2 B 4 C 5 D 3 E autre

Q2 Le domaine de définition de la fonction f de la variable réelle x définie par : $f(x) = \ln\left|1 - \frac{1}{\sqrt{x}}\right|$ est :

A $]0,1[$ B $]1,+\infty[$
C $\mathbb{R} - \{1\}$ D $]0,+\infty[$
E $]0,1[\cup]1,+\infty[$

Q3 Pour tout réel x du domaine de définition de la fonction f définie par $f(x) = \ln\left|1 - \frac{1}{\sqrt{x}}\right|$ on a : $f'(x)$ est égale à :

A $\frac{\sqrt{x}}{|\sqrt{x}-1|}$ B $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}-1}$
C $\frac{1}{2(1-\sqrt{x})}$ D $\frac{1}{2x(\sqrt{x}-1)}$
E $\frac{1}{2x\,|\sqrt{x}-1|}$

Q4 La limite de la suite $\left(\frac{3}{2^{n+1}}\right)_{n\geq 0}$ est :

A 0 B $\frac{3}{2}$
C n'existe pas D $+\infty$
E autre

Q5 Pour tout n de $\mathbb{N}^*$ on pose : $S_n = \frac{3}{2^2} + \frac{3}{2^4} + \cdots + \frac{3}{2^{2n}}$
La limite de la suite $(S_n)_{n\geq 1}$ est :

A $0{,}5$ B 1 C 0 D $\frac{1}{3}$
E autre

Q6 L'intégrale $\int_1^2 (x + \ln x)\,dx$ est égale à :

A 2 B $1 + 2\ln 2$
C $-1 + \ln 2$ D $0{,}5 + 2\ln 2$
E autre

Q7 La forme algébrique du nombre complexe de module 2 et dont $\frac{5\pi}{6}$ est un argument est :

A $\sqrt{3} - i$ B $-\sqrt{3} - i$
C $-\sqrt{3} + i$ D $1 - i\sqrt{3}$
E autre

Q8 Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé on considère le point A d'affixe $1+i$ et le point B d'affixe $1-i$
L'ensemble des points $M(z)$ tels que $|z-1-i| = 2$ est :

A L'ensemble vide
B le cercle de diamètre $[AB]$
C la droite (AB)
D le cercle de centre B et de rayon 2
E le cercle de centre A et de rayon 2

Q9 g désigne la solution de l'équation $y'' + 3y' = 0$ vérifiant $g(0) = 0$ et $g'(0) = 3$ on a :

A $g(x) = 1 + e^{-3x}$
B $g(x) = 1 - e^{-3x}$
C $g(x) = -1 + e^{3x}$
D $g(x) = -1 + e^{-3x}$
E autre

Q10 Un étudiant a passé deux concours indépendants (C_1) et (C_2) Si la probabilité de réussir le concours (C_1) est égale à $\frac{1}{3}$ et la probabilité de réussir le concours (C_2) est égale à $\frac{1}{3}$ alors la probabilité de réussir L'un au moins des deux concours est égale à :

A $\frac{2}{3}$ B $\frac{5}{9}$ C $\frac{2}{9}$ D $\frac{4}{9}$ E $\frac{1}{9}$

FACULTÉ DE MÉDECINE DENTAIRE DE CASABLANCA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine Dentaire de Casablanca

Session 2010–2011

2010

Correction

Q1	Q2	Q3	Q4	Q5	Q6	Q7	Q8	Q9	Q10
E	E	D	A	B	D	C	E	B	B

Q1 ✔ Réponse E

Pour $x > 0$, l'équation s'écrit $\ln \dfrac{(x+1)^3}{x^2} = \ln(x+7)$, soit $(x+1)^3 = x^2(x+7)$:

$$\begin{aligned} & x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = x^3 + 7x^2 \\ \iff & 4x^2 - 3x - 1 = 0 \\ \iff & x = 1 \text{ ou } x = -\tfrac{1}{4}. \end{aligned}$$

Seul $x = 1$ convient (vérification : $3\ln 2 = \ln 8$). Il n'est pas proposé : réponse « autre ».

Q2 ✔ Réponse E

Il faut $x > 0$ (pour $\sqrt{x}$ au dénominateur) et $1 - \dfrac{1}{\sqrt{x}} \neq 0$, soit $x \neq 1$.

Q3 ✔ Réponse D

$f(x) = \ln|\sqrt{x} - 1| - \dfrac{1}{2}\ln x$, donc

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)} - \frac{1}{2x} = \frac{\sqrt{x} - (\sqrt{x}-1)}{2x(\sqrt{x}-1)} = \frac{1}{2x(\sqrt{x}-1)}.$$

Q4 ✔ Réponse A

$2^{n+1} \to +\infty$, donc $\dfrac{3}{2^{n+1}} \to 0$.

Q5 ✔ Réponse B

$$S_n = 3\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{1}{4}\right)^k \to 3 \times \frac{1/4}{1 - 1/4} = 3 \times \frac{1}{3} = 1.$$

Q6 ✔ Réponse D

Une primitive est $\dfrac{x^2}{2} + x\ln x - x$. L'intégrale vaut $(2 + 2\ln 2 - 2) - \left(\dfrac{1}{2} - 1\right) = 2\ln 2 + 0{,}5$.

Q7 ✔ Réponse C

$$2\left(\cos\frac{5\pi}{6} + i\sin\frac{5\pi}{6}\right) = 2\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right) = -\sqrt{3} + i.$$

Q8 ✔ Réponse E

$|z - (1+i)| = AM = 2$: c'est le cercle de centre A et de rayon 2. (Le cercle de diamètre $[AB]$, lui, a pour centre le point d'affixe 1 et pour rayon 1.)

Q9 ✔ Réponse B

Racines caractéristiques 0 et -3 : $g(x) = a + be^{-3x}$.
$g'(0) = -3b = 3$ donne $b = -1$, et $g(0) = a - 1 = 0$ donne $a = 1$: $g(x) = 1 - e^{-3x}$.

Q10 ✔ Réponse B

Événement contraire : échouer aux deux, de probabilité $\left(\dfrac{2}{3}\right)^2 = \dfrac{4}{9}$ (indépendance). Donc $P = 1 - \dfrac{4}{9} = \dfrac{5}{9}$.

FACULTÉ DE MÉDECINE DENTAIRE DE CASABLANCA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine Dentaire de Casablanca

Session 2009–2010

2009

Énoncé

Q1 Le produit des deux nombres $\sqrt[3]{a^2}$ et $\sqrt[4]{a^3}$ est :

A $\sqrt[7]{a^2(a+1)}$ B $a\sqrt[7]{a^2(a+1)}$ C $\sqrt[7]{a^5}$ D $\sqrt[12]{a^5}$ E $a\sqrt[12]{a^5}$

Q2 Soit la suite $(u_n)_{n\geq 0}$ définie par : $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \frac{1}{3}(1-u_n)$ pour tout n de $\mathbb{N}$

La limite de la suite $(u_n)_{n\geq 0}$ est :

A 0 B $\frac{1}{3}$ C $\frac{1}{4}$ D $+\infty$ E $-\infty$

Q3 Soit $(v_n)_{n\geq 0}$ une suite strictement positive telle que $\frac{v_{n+1}}{v_n} \leq 0{,}1$ pour tout n de $\mathbb{N}$

La limite de la suite $(v_n)_{n\geq 0}$ est :

A $0{,}1$ B $+\infty$ C 0 D $-\infty$ E autre

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct on considère le point A d'affixe $1+i$ et le point B d'affixe $\sqrt{3}-i$

Q4.1 La distance AB est égale à :

A $2-\sqrt{2}$ B $\sqrt{3}+1$ C $\sqrt{8-2\sqrt{3}}$ D $\sqrt{3}-1$ E $\sqrt{6+2\sqrt{3}}$

Q4.2 Un argument du nombre $\left(\frac{1+i}{\sqrt{3}-i}\right)^{10}$ est :

A $\frac{\pi}{4}$ B $\frac{\pi}{12}$ C $\frac{\pi}{6}$ D $\frac{5\pi}{12}$ E autre

Q5 L'intégrale $\int_0^1 xe^{(x^2)}\,dx$ est égale à :

A $\frac{1}{2}$ B $\frac{e-1}{2}$ C $\frac{e+1}{4}$ D e E autre

Q6 La solution de l'équation $e^x - 5e^{-x} = 4$ est :

A $\ln 2$ B $\ln 5$ C $-\ln 5$ D $2\ln 2$ E 0

Soit f la fonction de la variable réelle x définie par : $f(x) = \frac{\ln(x^2+1)}{\ln(x^2)}$

Q7.1 L'ensemble de définition de la fonction f est :

A $\mathbb{R}^*$ B $\mathbb{R}^{*+}$ C $\mathbb{R}^* - \{-1\}$ D $\mathbb{R}^* - \{1,-1\}$ E $\mathbb{R}^* - \{1,e\}$

Q7.2 La limite $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ est égale à :

A 0 B $+\infty$ C 1 D $-\infty$ E autre

Q8 m est un nombre strictement positif, soient le plan (P_m) : $x-y+2z-m=0$ et la sphère (S) : $x^2+y^2+z^2-2x-2y-2=0$

La valeur de m pour laquelle le plan (P_m) est tangent à la sphère (S) est :

A $\sqrt{6}$ B $2\sqrt{6}$ C $6\sqrt{6}$ D $\frac{\sqrt{6}}{6}$ E $2\sqrt{3}$

FACULTÉ DE MÉDECINE DENTAIRE DE CASABLANCA · ÉPREUVE DE MATHÉMATIQUES

Concours d'accès · Faculté de Médecine Dentaire de Casablanca

Session 2009–2010

2009

Correction

Q1	Q2	Q3	Q4.1	Q4.2	Q5	Q6	Q7.1	Q7.2	Q8
E	C	C	C	C	B	B	D	C	B

Q1 ✔ Réponse E

Pour $a \geq 0$: $a^{2/3} \times a^{3/4} = a^{\frac{8+9}{12}} = a^{\frac{17}{12}} = a \times a^{\frac{5}{12}} = a\sqrt[12]{a^5}$.

Q2 ✔ Réponse C

Le point fixe vérifie $\ell = \dfrac{1-\ell}{3}$, soit $\ell = \dfrac{1}{4}$. Alors $u_{n+1} - \dfrac{1}{4} = -\dfrac{1}{3}\left(u_n - \dfrac{1}{4}\right)$, donc $u_n - \dfrac{1}{4} = \dfrac{3}{4}\left(-\dfrac{1}{3}\right)^n \to 0$: la limite est $\dfrac{1}{4}$.

Q3 ✔ Réponse C

Par récurrence, $0 < v_n \leq 0{,}1^n\, v_0$, et $0{,}1^n \to 0$: $v_n \to 0$.

Q4.1 ✔ Réponse C

$z_B - z_A = (\sqrt{3}-1) - 2i$, donc $AB^2 = (\sqrt{3}-1)^2 + 4 = 4 - 2\sqrt{3} + 4 = 8 - 2\sqrt{3}$.

Q4.2 ✔ Réponse C

$1 + i = \sqrt{2}\, e^{i\pi/4}$ et $\sqrt{3} - i = 2e^{-i\pi/6}$: le quotient a pour argument $\dfrac{\pi}{4} + \dfrac{\pi}{6} = \dfrac{5\pi}{12}$. Sa puissance 10 a pour argument $\dfrac{50\pi}{12} = \dfrac{25\pi}{6} \equiv \dfrac{\pi}{6}\ [2\pi]$.

Q5 ✔ Réponse B

Une primitive de xe^{x^2} est $\dfrac{1}{2}e^{x^2}$, d'où $\dfrac{e-1}{2}$.

Q6 ✔ Réponse B

Avec $t = e^x > 0$: $t - \dfrac{5}{t} = 4 \iff t^2 - 4t - 5 = 0 \iff t = 5$ (la racine -1 est exclue). Donc $x = \ln 5$.

Q7.1 ✔ Réponse D

$\ln(x^2+1)$ est toujours défini ; $\ln(x^2)$ exige $x \neq 0$, et le dénominateur ne doit pas s'annuler : $x^2 \neq 1$, soit $x \neq \pm 1$.

Q7.2 ✔ Réponse C

$\ln(x^2+1) = \ln(x^2) + \ln\left(1 + \dfrac{1}{x^2}\right)$, donc $f(x) = 1 + \dfrac{\ln\left(1+\frac{1}{x^2}\right)}{\ln(x^2)} \to 1$.

Q8 ✔ Réponse B

$(S) : (x-1)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 4$, centre $(1,1,0)$, rayon 2. La distance du centre au plan vaut $\dfrac{|1-1+0-m|}{\sqrt{6}} = \dfrac{m}{\sqrt{6}}$; elle égale 2 pour $m = 2\sqrt{6}$.