Série 3 : Barycentre

1ére Bac Sciences expérimentales

Exercice 1 :

A et B sont deux points tels que $AB = 6\ cm$.

Construire (s'il existe) le barycentre de (A, α) et (B, β) dans chacun des cas suivants :

1) $\alpha = 2$ et $\beta = 1$ **2)** $\alpha = 4$ et $\beta = -1$

3) $\alpha = 3$ et $\beta = -3$ **4)** $\alpha = \frac{1}{2}$ et $\beta = \frac{1}{10}$

Exercice 2 :

Les points A et B sont donnés et G est le barycentre de (A, α) et (B, β). Dans chacun des cas suivants déterminer les deux réels α et β :

1) B le milieu de $[AG]$ **2)** $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{GB}$

3) $2\overrightarrow{GB} - 3\overrightarrow{AB} = \vec{0}$ **4)** $2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{GA} - 2\overrightarrow{GB} = \vec{0}$

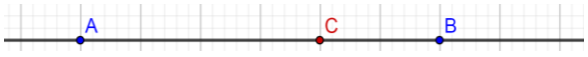
Exercice 3 :

Les points A, B et C sont indiqués sur la figure.

Dans les deux cas suivants trouver deux réels α et β tels que :

- C le barycentre de (A, α) et (B, β).
- A le barycentre de (B, α) et (C, β).
- B le barycentre de (A, α) et (C, β).

1)



2)



Exercice 4 :

Soit B est le milieu de $[AC]$.

Démontrer que le barycentre de $(A, 1)$ et $(C, 3)$ est confondu avec celui de $(B, 2)$ et $(C, 2)$.

Exercice 5 :

Dans le plan rapporté à un repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

Soient $A(0,5)$ et $B(3,2)$ et soit $G = Bar\{(A, 1); (B, 2)\}$.

1) Déterminer les coordonnées de G.

2) Déterminer et dessiner l'ensemble $(\mathcal{C})$ des point M qui vérifient la relation :

$$\left\|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}\right\| = 9$$

Exercice 6 :

ABC est un triangle.

Construire (s'il existe) le barycentre de (A, α), (B, β) et (C, γ) dans chacun des cas suivants :

Lycée qualifiant Elmaarifa

1) $\alpha = 3;\ \beta = 2; \gamma = 1$ **2)** $\alpha = 1;\ \beta = -1; \gamma = -3$

3) $\alpha = 2;\ \beta = 1; \gamma = 2$ **4)** $\alpha = \frac{1}{2};\ \beta = \frac{-1}{3}; \gamma = \frac{-1}{6}$

Exercice 7 :

Dans un triangle ABC, E est le milieu de $[AB]$ et G est le barycentre de $(A, -2)$, $(B, -2)$ et $(C, 15)$.

Démontrer que les points G, C et E sont alignés.

Exercice 8 :

On considère un triangle ABC et l'on désigne par G le barycentre de $(A, 1)$, $(B, 4)$ et $(C, -3)$.

1) Construire le barycentre I de $(B, 4)$ et $(C, -3)$.

2) **a)** Montrer que $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GI} = \vec{0}$.

b) En déduire la position de G sur (AI).

Exercice 9 :

ABC est un triangle.

Soit G le barycentre de $(A, 1)$, $(B, 3)$ et $(C, -3)$.

Démontrer que les droites (AG) et (BC) sont parallèles.

Exercice 10 :

ABC est un triangle.

On considère le barycentre A' de $(B, 2)$ et $(C, -3)$,

le barycentre B' de $(A, 5)$ et $(C, -3)$

et le barycentre C' de $(A, 5)$ et $(B, 2)$.

Démontrer que les droites (AA'), (BB') et (CC') sont concourantes.

Indication : on pourra considérer le barycentre G de $(A, 5)$, $(B, 2)$ et $(C, -3)$.

Exercice 11 :

1) Placer dans un repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ les points : $A(1,2)$, $B(-3,4)$ et $C(-2,5)$.

Soit $G = Bar\{(A, 3); (B, 2); (C, -4)\}$.

2) Quelles sont les coordonnées de G ? Placer G.

3) La droite (BG) passe-t-elle par l'origine du repère? Justifier.

Exercice 12 :

Dans un repère $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$, placer les points $A(2,1)$, $B(-1,5)$, $C(5,7)$ et $G\left(1, \frac{5}{2}\right)$.

1) Déterminer les coordonnés de l'isobarycentre I des points B et C.

2) Déterminer les coordonnées du centre de gravité H du triangle ABC.

3) Existe-t-il un réel k tel que G soit barycentre de $(A,1)$ et (B,k)? Justifier.

Exercice 13 :

$ABCD$ est un carré.

1) Quel est l'ensemble $(\mathcal{E})$ des points M du plan tels que : $\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=AB$

2) Représenter l'ensemble $(\mathcal{E})$.

Exercice 14 :

ABC est un triangle équilatéral de côté $4cm$.

Déterminer l'ensemble (Γ) des points M du plan tels que : $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\right\|$

Exercice 15 :

$ABCD$ est un quadrilatère.

On note G son isobarycentre.

Le but de cet exercice est de préciser la position de G.

1) On note I le milieu de $[AB]$ et J le milieu de $[CD]$.

Montrer que G est le barycentre de I et J munis de coefficients que l'on précisera.

2) Conclure et faire une figure.

Exercice 16 :

Soit $ABCD$ un carré et K le barycentre des points pondérés $(A,2)$, $(B,-1)$, $(C,2)$ et $(D,1)$.

On note I le barycentre des points pondérés $(A,2)$ et $(B,-1)$, et J celui de $(C,2)$ et $(D,1)$.

1) Placer I et J en justifiant.

2) Montrer que K est le barycentre de $(I,1)$ et $(J,3)$.

3) Placer K en justifiant.

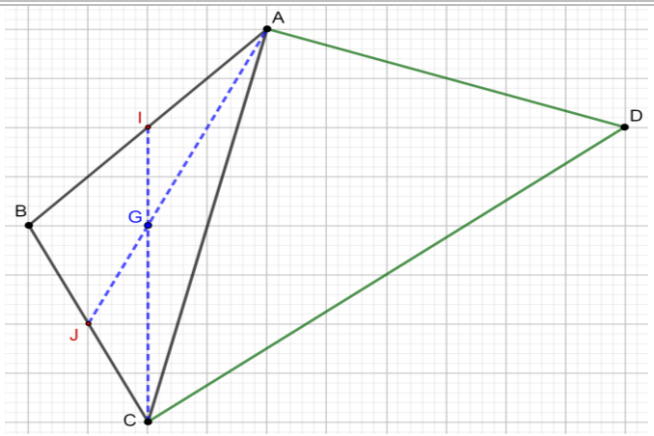
Exercice 17 :

$ABCD$ est un quadrilatère.

G est le centre de gravité du triangle ABC.

I et J sont les milieux respectifs de $[AB]$ et $[BC]$.

L est le barycentre de $(A,1)$ et $(D,3)$ et K celui de $(C,1)$ et $(D,3)$.



Le but de l'exercice est de démontrer que les droites (IK), (JL) et (DG) sont concourantes.

Pour cela, on utilisera le point H barycentre de $(A,1)$, $(B,1)$, $(C,1)$ et $(D,3)$.

1) Placer, en justifiant, les points L et K.

2) Démontrer que H est le barycentre de G et D munis de coefficients que l'on précisera.

3) Démontrer que H est le barycentre de J et L munis de coefficients que l'on précisera.

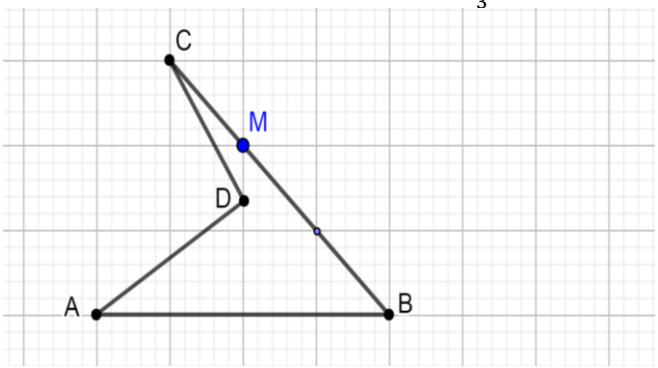
4) Démontrer que H est le barycentre de I et K munis de coefficients que l'on précisera.

5) Conclure.

Exercice 18 :

Soit $ABCD$ un quadrilatère.

On note M le point tel que : $\overrightarrow{BM}=\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.



1) Exprimer le point M comme barycentre des points B et C affectés de coefficients positifs.

2) On note $G=Bar\{(A,1);(D,-3)\}$.

Exprimer le vecteur $\overrightarrow{AG}$ en fonction du vecteur $\overrightarrow{AD}$.

Sur le dessin ci-dessus, placer le point G.

3) On note $O=Bar\{(A,2);(B,1);(C,2);(D,-6)\}$.

a) Montrer que : $O\in(GM)$.

b) Sur le dessin ci-dessus, construire le point O.