Prof : Taher Bouyguir www.proftaher.com	Série des exercices Calcul trigonométrique	Lycée : Niveau : 1BSEF

Exercice 01

Soit $a \in \mathbb{R}$

Montrer que $-\frac{1}{16} \leq sin(2a)\ cos(2a)\, cos(4a)\ cos(8a)\ cos(16a) \leq \frac{1}{16}$

Exercice 02

Soit $x \in \mathbb{R}$

1) Transformer en produit les expressions suivantes :

$\oplus\ A(x) = \boldsymbol{cos}(x) + \boldsymbol{cos}(3x)$; $\oplus\ B(x) = \boldsymbol{cos}(2x) + \boldsymbol{cos}(4x)$

2) En déduire que : $A(x) + B(x) = 4cos(x)cos\left(\frac{x}{2}\right)cos\left(\frac{5x}{2}\right)$

3) Montrer que

$$sinx + sin2x + sin3x + sin4x = 4cos(x) \times cos\left(\frac{x}{2}\right) \times sin\left(\frac{5x}{2}\right)$$

Exercice 03

$(\forall x \in \mathbb{R})$ on pose $A(x) = 4\sqrt{3}cos^4x + \sqrt{3}sin^2(2x) - 2sin(2x)$

1) Montrer que $4cos^4x = 4cos^2x - sin^2(2x)$

2) En déduire que $A(x) = 4cos(x)\left(\sqrt{3}cosx - sinx\right)$.

3) Montrer que $A(x) = 8cos(x) \times cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$

4) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $A(x) = 0$

Exercice 04

$(\forall x \in \mathbb{R})$ on pose : $A(x) = \sqrt{3}sin(4x) - 8sin^2x.cos^2x$

1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $2\,cos(x) - 1 = 0$

2) Montrer que $(\forall x \in \mathbb{R}); 1 - cos(4x) = 8sin^2x.cos^2x$

3) En déduire que : $(\forall x \in \mathbb{R}); A(x) = 2cos\left(4x - \frac{\pi}{3}\right) - 1$

4) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $A(x) = 0$

5) Résoudre dans $\left[-\frac{\pi}{6}; \frac{\pi}{3}\right]$ l'inéquation $A(x) \leq 0$

Exercice 05

$(\forall x \in \mathbb{R})$ on pose $P(x) = sin(2x) + cos(2x) - 1 + sinx - cosx$

1) a) Montrer que $(\forall x \in \mathbb{R})$

$\otimes\ sin(2x) + cos(2x) - 1 = 2sinx.(cosx - sinx)$

$\otimes\ cosx - sinx = \sqrt{2}cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

b) En déduire que $P(x) = \sqrt{2}(2\,sin(x) - 1) \times cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

2) a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$

b) En déduire les solutions de l'équation $P(x) = 0$ dans l'intervalle $[0; 2\pi]$

3) Résoudre dans $[0; 2\pi]$ l'inéquation $P(x) \geq 0$

Exercice 06

$(\forall x \in \mathbb{R})$

on pose : $P(x) = \sqrt{3}cos(3x) + sin(3x) - \sqrt{3}cosx - sinx$

1) Montrer que $P(x) = 2cos\left(3x - \frac{\pi}{6}\right) - 2cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $P(x) = 0$

3) a) Montrer que $P(x) = -4sinx.sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right)$

b) Résoudre dans $[0; \pi]$ l'inéquation $sin\left(2x - \frac{\pi}{6}\right) \geq 0$

c) En déduire le tableau de signe de $P(x)$ sur $[0; \pi]$

