2Bac Sciences économiques

Exercice 1

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{2x^2 - 7x + 3}{x - 3} \; ; x \neq 3 \\ f(3) = 5 \end{cases}$$

Montrer que f est continue en 3.

Exercice 2

f est la fonction définie sur $\mathbb{R} - \{-1\}$ par :

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{x^2 - x}{x^4 - 1} \; ; x \neq 1 \\ f(1) = \dfrac{-1}{4} \end{cases}$$

f est-elle continue en 1 ?

Exercice 3

f est la fonction définie sur $[-1; +\infty[$ par :

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{3 - x}{\sqrt{x+1} - 2} \; ; x \neq 3 \\ f(3) = -4 \end{cases}$$

1) Montrer que, pour tout x de $[-1; +\infty[- \{3\}$ on a : $\frac{3-x}{\sqrt{x+1}-2} = -\sqrt{x+1} - 2$.

2) Etudier la continuité de f en 3.

Exercice 4

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par :

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{\sqrt{x^2+3} - 2}{x^2 - x} \quad si \;\; x \neq 1 \\ f(1) = \dfrac{-1}{2} \end{cases}$$

1) Montrer que, pour tout x de $\mathbb{R}^* - \{1\}$, on a :

$$\frac{\sqrt{x^2+3} - 2}{x^2 - x} = \frac{x + 1}{x\left(\sqrt{x^2+3} + 2\right)}$$

2) f est-elle continue en 1 ?

Exercice 5

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{x-1} & si \;\; x \geq 2 \\ f(x) = \dfrac{4}{x^2} & si \;\; x < 2 \end{cases}$$

Etudier la continuité de f en 2.

Exercice 6

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{(x+1)^2}{x^2 - 2x - 3} & si \;\; x < -1 \\ f(x) = \sqrt{x+1} & si \;\; x \geq -1 \end{cases}$$

f est-elle continue en -1 ?

Exercice 7

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{x^2 - 1}{\sqrt{x} - 1} & si \;\; x > 1 \\ f(x) = mx^2 + 1 & si \;\; x \leq 1 \end{cases}$$

Déterminer le réel m pour que f soit continue en 1.

Exercice 8

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{x + 7}{x + 1} & si \;\; x \geq 1 \\ f(x) = \dfrac{x^2 + 2x - 3}{x - 1} & si \;\; x < 1 \end{cases}$$

1) Montrer que f est continue en 1.

2) Montrer que f est continue sur $\mathbb{R}$.

Exercice 9

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{x^2 - 1}{\sqrt{x} - 1} & si \;\; x > 1 \\ f(x) = \dfrac{8}{x^2 + 1} & si \;\; x \leq 1 \end{cases}$$

Etudier la continuité de f sur $\mathbb{R}$.

Exercice 10

f est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

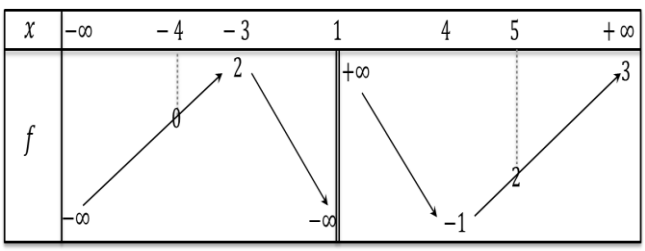
$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{x^2 + 1}{3 - x} & si \;\; x \leq 2 \\ f(x) = 1 - ax^2 & si \;\; x > 2 \end{cases}$$

1) Montrer que f est continue sur $]-\infty; 2]$ et sur $]2; +\infty[$.

2) Déterminer le réel a pour que f soit continue sur $\mathbb{R}$.

Exercice 11

f est une fonction continue sur les deux intervalles $]-\infty; 1[$ et $]1; +\infty[$ dont son tableau de variations est :



Déterminer les images des intervalles suivants par la fonction f :

$]-\infty; -3]$; $[5; +\infty[$; $[-3; 1[$; $]1; 4]$ et $]1; +\infty[$.

Exercice 12

g est une fonction continue sur $\mathbb{R}$ dont son tableau de variations est :

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
g	6	↘		↘	3	↗	$+\infty$
			4				

1) Déterminer les images des intervalles suivants par la fonction g :
$]-\infty;2]$; $[2;+\infty[$ et $[-2;2]$.
2) Déterminer le signe de la fonction g sur $\mathbb{R}$.

Exercice 13

h est une fonction continue sur $]-\infty;6]$ dont son tableau de variations est :

x	$-\infty$		-2		6
h	$+\infty$	↘	0	↘	-4

1) Déterminer l'image de l'intervalle $]-\infty;6]$ par la fonction h .
2) Déterminer le signe de la fonction h sur $]-\infty;6]$.

Exercice 14

Le tableau de variations ci-dessous est celui d'une fonction f définie et continue sur l'intervalle $[-3;2]$.

x	-3		0		2
f	2	↘	1	↘	-2

1) Expliquer pourquoi il existe un réel α unique, $\alpha \in]-3;0[$ tel que $(\alpha) = 1{,}5$.
2) Expliquer pourquoi, l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution β, tel que $\beta \in]0;2[$.

Exercice 15

Montrer que l'équation $f(x) = 0$ a au moins une solution sur l'intervalle I.

1) $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 2$ $\quad I = \left]-1;\frac{-1}{2}\right[$
2) $f(x) = x^4 + 2x^3 - 3$ $\quad I =]-2;2[$
3) $f(x) = 4x^3 - 3x - \frac{1}{2}$ $\quad I =]-1;1[$

Exercice 16

Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution sur l'intervalle I.

1) $f(x) = 4x^3 + 4x - 1$ $\quad I =]0;1[$
2) $f(x) = -x^5 - x + 3$ $\quad I = \left]1;\frac{3}{2}\right[$
3) $f(x) = x^2 + x - \frac{1}{x} - 10$ $\quad I =]2;3[$

Exercice 17

Montrer que l'équation $\sqrt{x} = \frac{5}{x-2}$ admet une unique solution α sur l'intervalle $]4;5[$.

Exercice 18

1) Montrer que l'équation $2x^3 + 3x^2 = 2$ a une solution unique α sur l'intervalle $]0;1[$.
2) Donner un encadrement de α d'amplitude 25×10^{-2}.

Exercice 19

f est la fonction définie sur $[2;+\infty[$ par :
$$f(x) = x^2 - 4x + 3$$
1) Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer.
2) Montrer que : $f^{-1}(x) = 2 + \sqrt{x+1}$ pour tout x de J.

Exercice 20

f est la fonction définie par : $f(x) = \frac{2x+3}{x-1}$
1) Déterminer l'ensemble de définition de f.
2) Soit h la restriction de f sur l'intervalle $]-\infty;1[$.
   a- Montrer que h admet une fonction réciproque h^{-1} définie sur un intervalle J qu'on déterminera.
   b- Montrer que : $h^{-1}(x) = \frac{x+3}{x-2}$ pour tout x de J.

Exercice 21

f est une fonction définie par : $f(x) = \sqrt{2x+1}$
1) Déterminer l'ensemble de définition de f.
2) Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer.
3) Montrer que : $f^{-1}(x) = \frac{x^2-1}{2}$ pour tout x de J.

Exercice 22

f est la fonction définie sur $[0;+\infty[$ par :
$$f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$$
1) Déterminer les variations de f sur $[0;+\infty[$.
2) Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J à déterminer.
3) Comparer : $f^{-1}(10^{-30})$ et $f^{-1}(10^{-50})$.
4) Déterminer $f^{-1}(x)$ pour tout x de J.