Lycée : Med VI - Taliouine	**Dérivation**	1 Bac Sciences Expérimentales
Année scolaire : 2022/2023	Série N°8	Prof : Taher Bouyguir

Exercice 1

Dans chacun des cas suivants, justifier que la fonction f est dérivable en a ,et déterminer une équation de la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse a

1. $f(x) = 1 + \frac{1}{x}$; et $a = 2$
2. $f(x) = sin(x)$; et $a = \frac{\pi}{6}$
3. $f(x) = \frac{1}{2}x - 2\sqrt{x}$; et $a = 4$
4. $f(x) = x^3 - 2x^2 + 1$; et $a = 0$

Exercice 2

f est la fonction numérique définie par :

$$\begin{cases} f(x) = \sqrt{x-3} & \text{si } x > 3 \\ f(x) = x^2 - x - 6 & \text{si } x \leqslant 3 \end{cases}$$

1. Étudier la dérivabilité de la fonction f à droite et à gauche de 3.
2. Donner une interprétation géométrique du résultat obtenu ci-dessus.
3. Montrer que f est dérivable en 4, et que $f'(4) = \frac{1}{2}$, et donner une interprétation géométrique de ce résultat.
4. Donner une approximation du nombre $f(3,99)$.

Exercice 3

Étudier la dérivabilité à droite et à gauche de a dans les cas suivants ,puis interpréter le résultat géométriquement:

1. $f(x) = x\,|x-1|$; et $a = 1$
2. $f(x) = |x^2 - 4|$; et $a = 2$
3. $f(x) = 1 - x\,|x|$; et $a = 0$
4. $f(x) = \sqrt{x(x-1)}$; et $a = 1$
5. $f(x) = x\sqrt{|x^2 + x|}$; et $a = -1$
6. $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x-1} & \text{si } x \geqslant 1 \\ x^2 + x - 2 & \text{si } x < 1 \end{cases}$; et $a = 1$
7. $f(x) = \begin{cases} \dfrac{2x-1}{x-3} & \text{si } x > 4 \\ \dfrac{\sqrt{x}+12}{2x} & \text{si } x \leqslant 4 \end{cases}$; et $a = 4$

Exercice 4

Calculer $f'(x)$ dans les cas suivants:

1) $f(x) = x^4 - 2x^3 + x - 1$
2) $f(x) = 2x^7 - 3$
3) $f(x) = 4x - \sqrt{x}$
4) $f(x) = -5x^2 + \frac{2}{x}$
5) $f(x) = \sqrt{x^2 - 4}$
6) $f(x) = \dfrac{x-1}{2x+3}$
7) $f(x) = \dfrac{x^2}{cos(x) + sin(x)}$
8) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x} - x}{x^2 + 1}$
9) $f(x) = xsin(x)cos(x)$
10) $f(x) = \dfrac{x\sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}}$
11) $f(x) = (3x^2 - 5x + 1)^4$
12) $f(x) = xtan(x)$

Exercice 5

En utilisant le nombre dérivé Calculer les limites suivantes:

a) $\lim\limits_{x \to 4} \dfrac{x\sqrt{x} - 8}{x - 4}$
b) $\lim\limits_{x \to -1} \dfrac{(x+2)^{2020} - 1}{x + 1}$
c) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^3 - 8}{x - 2}$
d) $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{\sqrt{x^2 + 2x + 1} - 3}{x - 2}$
e) $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{4}} \dfrac{16x^2 tan(x) - \pi^2}{x - \frac{\pi}{4}}$
f) $\lim\limits_{x \to \frac{\pi}{4}} \dfrac{sin(x) - cos(x)}{x - \frac{\pi}{4}}$
g) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^{100} - 1}{x - 1}$
h) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{cos(x^2 + x) - 1}{x}$

Exercice 6

On considère la fonction f définie par:

$$f(x) = \frac{2x^2 + 4x + 1}{x^2 + 2x}$$

1. Déterminer $\mathcal{D}_f$.
2. Calculer les limites suivantes :
   a) $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$
   b) $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$
   c) $\lim\limits_{x \to (-2)^+} f(x)$
   d) $\lim\limits_{x \to (-2)^-} f(x)$
   e) $\lim\limits_{x \to 0^+} f(x)$
   f) $\lim\limits_{x \to 0^-} f(x)$
3. Montrer que f est dérivable sur $\mathcal{D}_f$.
4. Calculer $f'(x)$ pour tout x de $\mathcal{D}_f$.
5. Déduire les variations, puis dresser le tableau de variations de la fonction f .

Exercice 7

Déterminer $\mathcal{D}_f$, puis étudier la dérivabilité sur $\mathcal{D}_f$ et calculer $f'(x)$, $(\forall x \in \mathcal{D}_f)$

a) $f(x) = (5-4x)^5$ b) $f(x) = \left(3x - \frac{2}{x}\right)^7$

c) $f(x) = (xtan(x))^4$ d) $f(x) = \left(\sqrt{x} - \frac{1}{x}\right)^5$

e) $f(x) = \frac{1}{8}\left|x^2 - \frac{1}{x^2}\right|^3$ f) $f(x) = \frac{3}{2x\sqrt{-x}}$

g) $f(x) = \frac{1}{x^2+x^3}$ h) $f(x) = \frac{3}{-x^2+x+3}$

i) $f(x) = \frac{3\sqrt{x}}{1-x\sqrt{x}}$ j) $f(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x-1}}$

k) $f(x) = \sqrt{\frac{1}{x} - \frac{1}{9x^2}}$ l) $f(x) = \sqrt{\frac{-x-1}{x^2+2}}$

m) $f(x) = \sqrt{\sqrt{x}-2}$ n) $f(x) = \sqrt{|x|-3}$

Exercice 8

Déterminer $\mathcal{D}_f$, puis étudier la dérivabilité sur $\mathcal{D}_f$ et calculer les limites aux bornes de $\mathcal{D}_f$ et donner tableau de variations de f , puis déterminer les extremums de f (s'ils exits) .

a) $f(x) = x^2+3x+2$ b) $f(x) = \sqrt{x^2-3x+3}$

c) $f(x) = -2x + cos(x)$ d) $f(x) = \sqrt{-x}(x+1)$

e) $f(x) = \frac{1+x^2}{4-x^2}$ f) $f(x) = 2\sqrt{-x} - \frac{1}{x}$

g) $f(x) = \frac{2}{x} - x^2$ h) $f(x) = \sqrt{x-x^2}$

i) $f(x) = \frac{2}{x^2-x+1}$ j) $f(x) = x^2(x+1)^3$

a) $f(x) = 2x^3+3x^2+12x+1$

b) $f(x) = x - \sqrt{x^2-2x+2}$

Exercice 9

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par:

$$f(x) = x^4 - 3x^2 + 2x$$

1. Calculer : $f(-1)$, $f(0)$ et $f(1)$.
2. Déterminer les réels α , β et δ pour que l'on ait : $f'(x) = (x-1)(\alpha x^2 + \beta x + \delta)$.
3. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f'(x) = 0$
4. Dresser le tableau de variation de f.
5. Déterminer le signe de la fonction f.
6. Montrer que la droite d'équation : $y = x - 1$ est une tangente à la courbe de f en deux point à déterminer .

Exercice 10

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par:

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 4$$

1. Montrer que la courbe $(\mathcal{C}_f)$ représentative de la fonction f admet une tangente en chacun de ses points.
2. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f'(x) = 0$
3. Interpréter géométriquement le résultat du question 2).
4. Déterminer les abscisses des points de $(\mathcal{C}_f)$ en lesquels la tangente à $(\mathcal{C}_f)$ a un coefficient directeur égale à 3.
5. Existe-t-il points de $(\mathcal{C}_f)$ es lesquels la tangente à $(\mathcal{C}_f)$ est parallèle à la droite d'équation : $y = cx+d$ (où c et d deux réels) ? Discuter en fonction de c .

Exercice 11

Partie I

On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par:

$$g(x) = 2x + \sqrt{4x^2+1}$$

1. Vérifier que $(\forall x \in \mathbb{R})$: $g(x)\cdot g(-x) = 1$.
2. Montrer que $(\forall x \in \mathbb{R}^+)$: $g(x) > 0$
3. Montrer que $(\forall x \in \mathbb{R}^-)$: $g(x) > 0$

Partie II

On considère la fonction f définie par:

$$f(x) = x + \frac{1}{2}\sqrt{4x^2+1}$$

Et soit $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1. Calculer les limites suivantes :

   a) $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ b) $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

2. Montrer que $(\forall x \in \mathbb{R})$: $f'(x) = \frac{g(x)}{\sqrt{4x^2+1}}$
3. En déduire le tableau de variations de f.
4. Déterminer l'équation de la tangente (T) à la courbe $(\mathcal{C}_f)$ au point d'abscisse 0.