Professeur : Taher Bouyguir	Etude des fonctions	المملكة المغربية وزارة التربية الوطنية والتعليم الأولي والرياضة
L'année Scolaire :2022-2023	Série 09	
Lycée Mohamed VI - Taliouine	1BAC SEG-02	

EXERCICE 01

On considère la fonction f définie sur$\mathbb{R}$ par:

$$f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$$

Et soit (C_f) sa courbe representative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) a-Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

b- Étudier les branches infinies de (C_f) .

2) a- Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

b- Étudier le signe de $f'(x)$; puis dresser le tableau de variations de la fonction f .

3) Montrer que le point $\Omega(1;-1)$ est un point d'inflexion pour la courbe (C_f).

4) a-Ecrire une equation de la tangente (T) à la courbe (C_f) au point Ω.

b- Tracer (T) et (C_f) .

EXERCICE 02

On considère la fonction f définie sur$\mathbb{R}$ par:

$$f(x) = -\frac{1}{3}x^3 + 2x^2 - 3x + 1$$

Et soit (C_f) sa courbe representative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) a-Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

b- Étudier les branches infinies de (C_f) .

2) a- Calculer $f'(x)$ pour tout $x \in \mathbb{R}$.

b- Étudier le signe de $f'(x)$; puis dresser le tableau de variations de la fonction f .

3) Étudier la concavité de (C_f) et en déduire que (C_f) admet un point d'inflexion Ω dont on déterminera ses coordonnées.

4) a-Ecrire une equation de la tangente (T) à la courbe (C_f) au point Ω.

b- Tracer (T) et (C_f) .

EXERCICE 03

On considère la fonction f définie par:

$$f(x) = \frac{2x^2 + 3x + 3}{x + 1}$$

Et soit (C_f) sa courbe representative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1)a- Déterminer D_f .

b- Calculer $\lim\limits_{x\to(-1)^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to(-1)^+} f(x)$,puis interpreter les résultats obtenus .

c- Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2)a- Vérifier que:

$$(\forall x \in D_f); f(x) = 2x + 1 + \frac{2}{x+1}$$

b- Montrer que la droite (D) d'équation $y = 2x + 1$ est un asymptote oblique à la courbe (C_f) au voisinage de $-\infty$ et $+\infty$.

c- Etudier la position relative de la droite (D) et la courbe (C_f) sur D_f .

3) a-Montrer que:

$$(\forall x \in D_f)\ ;\ f'(x) = \frac{2x(x+2)}{(x+1)^2}$$

b- Etudier le signe de $f'(x)$ sur D_f ,puis dresser le tableau de variations de f sur D_f .

4)Montrer que:

$$(\forall x \in \mathbb{R}^*);\ f''(x) = \frac{4}{(x+1)^3}$$

Puis Étudier la concavité de (C_f) .

5) a- Ecrire une équation de la tangente (T) à la courbe (C_f) au point d'abscisse1.

b- Tracer (T) et (C_f) .

EXERCICE 04

On considère la fonction f définie par:

$$f(x) = \frac{x^3 - 2x^2 - x + 1}{x}$$

Et soit (C_f) sa courbe representative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1) Déterminer D_f .

2) Calculer $\lim\limits_{x\to0} f(x)$, et donner une interpretation géométrique du résultat obtenu.

3) a- Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

b- Montrer que la droite (D) d'équation $y = x - 2$ est un asymptote oblique à la courbe (C_f) au voisinage de $-\infty$ et $+\infty$.

c- Etudier la position relative de la courbe (C_f) par rapport à la droite (D) sur D_f .

4) a- Montrer:

$$\left(\forall x \in D_f\right);\ f'(x) = \frac{(x-1)(x^2+x+2)}{x^3}$$

b- Montrer que le signe $f'(x)$ est celui de $\frac{x-1}{x}$.

c- Dresser le tableau de variations de f .

5) a- Montrer que:

$$\left(\forall x \in D_f\right);\ f''(x) = \frac{6-2x}{x^4}$$

b- Etudier la concavité de (C_f) et Montrer que (C_f) admet un point d'inflexion dont on déterminera ses coordonnées.

6) Tracer (D) et (C_f) .

EXERCICE 05

On considère la fonction f définie par:

$$f(x) = \frac{x}{2} - \frac{3}{2} + \frac{2}{x+1}$$

Et soit (C_f) sa courbe representative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) a-Déterminer D_f .

b- Calculer $\lim\limits_{x\to(-1)^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to(-1)^+} f(x)$,puis interpreter les résultats obtenus

c- Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

d- Etudier les branches infinies de (C_f) et déterminer la position relative de (C_f) et son asymptote oblique (D)

2) a- Montrer que:

$$\left(\forall x \in D_f\right);\ f'(x) = \frac{(x+3)(x-1)}{2(x+1)^2}$$

b- Etudier le signe de $f'(x)$ sur D_f ,puis dresser le tableau de variations de f sur D_f .

3) a-Montrer que le point $\Omega(-1;-2)$ est un centre de symétrie de la courbe (C_f) .

b- Tracer (D) et (C_f) .

EXERCICE 06 — Devoir maison 3

On considère la fonction f définie par:

$$f(x) = \frac{2x^2-7x+8}{x-2}$$

Et soit (C_f) sa courbe representative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) a-Déterminer D_f .

b- Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

c- Calculer $\lim\limits_{x\to2^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to2^+} f(x)$,puis interpreter les résultats obtenus.

2) a- Montrer que:

$$\left(\forall x \in D_f\right);\ f'(x) = \frac{2(x-1)(x-3)}{(x-2)^2}$$

b- Etudier le signe de $f'(x)$ sur D_f ,puis dresser le tableau de variations de f sur D_f.

3) Montrer que:

$$(\forall x \in \mathbb{R}^*);\ f''(x) = \frac{4}{(x-3)^3}$$

Puis Étudier la concavité de (C_f) .

4) a- Verifier que:

$$\left(\forall x \in D_f\right); f(x) = 2x - 3 + \frac{2}{x-2}$$

b-Déduire que la droite (D) d'équation $y = 2x-3$ est un asymptote oblique à la courbe (C_f) au voisinage de $-\infty$ et $+\infty$.

c- Etudier la position relative de la courbe (C_f) par rapport à la droite (D).

5) Montrer que le point $\Omega(4;1)$ est un centre de symétrie de la courbe (C_f) .

6) Tracer (D) et (C_f) .