SÉRIE D'EXERCICES N° 12 | VERSION ÉLÈVE

1ère Spé Maths

Fonction exponentielle

Prof. Taher Bouyguir | www.proftaher.com

Exercice 1 : Simplifier

Simplifier, pour tout réel x :

1. $A = \mathrm{e}^{x} \times \mathrm{e}^{2-x}$;
2. $B = \dfrac{\left(\mathrm{e}^{x+1}\right)^2}{\mathrm{e}^{2x}}$;
3. $C = \mathrm{e}^{-x}\left(\mathrm{e}^{x} + \mathrm{e}^{2x}\right)$;
4. $D = \left(\mathrm{e}^{x} - \mathrm{e}^{-x}\right)^2$.

Exercice 2 : Équations

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

1. $\mathrm{e}^{2x} = \mathrm{e}^{5-3x}$;
2. $\mathrm{e}^{x^2+x} = \mathrm{e}^{2}$;
3. $\mathrm{e}^{2x} - \mathrm{e} \times \mathrm{e}^{x} = 0$;
4. $\mathrm{e}^{4x} = \dfrac{1}{\mathrm{e}^{x}}$.

Exercice 3 : Inéquations

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

1. $\mathrm{e}^{x-3} \geqslant 1$;
2. $\mathrm{e}^{-x} < \mathrm{e}^{2x+3}$;
3. $(1-x)\mathrm{e}^{2x} > 0$;
4. $\mathrm{e}^{x^2} \leqslant \mathrm{e}^{4x-3}$.

Exercice 4 : Dérivées

Dériver les fonctions définies sur $\mathbb{R}$:

1. $f(x) = \mathrm{e}^{2x} - 3\mathrm{e}^{-x}$;
2. $g(x) = (x^2+1)\mathrm{e}^{x}$;
3. $h(x) = \dfrac{\mathrm{e}^{3x}}{x^2+1}$;
4. $k(x) = x\,\mathrm{e}^{-2x}$.

Exercice 5 : Étude d'une fonction

Soit $f(x) = (x+2)\mathrm{e}^{x}$ sur $\mathbb{R}$.

1. Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f.
2. Déterminer l'équation de la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point d'abscisse 0.
3. Résoudre $f(x) \geqslant 0$.

Exercice 6 : Avec un trinôme

Soit $g(x) = x^2\mathrm{e}^{x}$ sur $\mathbb{R}$. Calculer $g'(x)$ et dresser le tableau de variation de g.

Exercice 7 : Les fonctions $x \mapsto \mathrm{e}^{kx}$

Soit $f(x) = \mathrm{e}^{0{,}5x}$ et $g(x) = \mathrm{e}^{-2x}$.

1. Donner le sens de variation de f et de g.
2. Déterminer les tangentes à leurs courbes au point d'abscisse 0.
3. Résoudre $f(x) > g(x)$ et interpréter graphiquement.

Exercice 8 : Valeur d'un smartphone

La valeur d'un smartphone, en euros, après t années est $V(t) = 800\,\mathrm{e}^{-0{,}25t}$.

1. Calculer $V(0)$ et $V(2)$. Étudier les variations de V.
2. De quel pourcentage la valeur baisse-t-elle chaque année ?
3. À la calculatrice, après combien d'années entières vaut-il moins de 200 € ?

Exercice 9 : Une inégalité

Montrer que, pour tout réel x, $\mathrm{e}^{x} \geqslant \mathrm{e}\,x$. Interpréter graphiquement.

Exercice 10 : Synthèse

Soit $f(x) = (3-x)\mathrm{e}^{x}$ sur $[0\,;4]$.

1. Montrer que $f'(x) = (2-x)\mathrm{e}^{x}$ et dresser le tableau de variation de f sur $[0\,;4]$.
2. Étudier le signe de $f(x)$ sur $[0\,;4]$.
3. Déterminer l'équation de la tangente au point d'abscisse 0.