SÉRIE D'EXERCICES N° 9 | VERSION ÉLÈVE

1ère Spé Maths

Généralités sur les suites

Prof. Taher Bouyguir | www.proftaher.com

Exercice 1 : Forme explicite

1. Soit $u_n = 3n^2 - 1$. Calculer u_0, u_1, u_2, puis exprimer u_{n+1} en fonction de n.
2. Soit $v_n = \dfrac{(-1)^n}{n+1}$. Calculer v_0, v_1, v_2, v_3.

Exercice 2 : Par récurrence

1. $u_0 = 3$ et $u_{n+1} = 2u_n - 4$. Calculer u_1, u_2, u_3.
2. $v_0 = 1$ et $v_{n+1} = \dfrac{v_n}{1+v_n}$. Calculer v_1, v_2, v_3 et conjecturer une expression de v_n.

Exercice 3 : Modéliser

1. Une plante mesure 10 cm. Chaque semaine, sa taille augmente de $15\,\%$. On note h_n sa taille après n semaines. Exprimer h_{n+1} en fonction de h_n, puis calculer h_3 (au mm près).
2. Un abonnement coûte 50 € l'inscription, puis 3 € par mois. On note c_n le coût total après n mois. Exprimer c_n en fonction de n.

Exercice 4 : Représentation graphique

Soit $u_n = \dfrac{6}{n+1}$. Calculer u_0 à u_5, représenter ces termes dans un repère, puis conjecturer le sens de variation et la limite de (u_n).

Exercice 5 : Sens de variation

Étudier le sens de variation de :

1. $u_n = 2n^2 - n$;
2. $v_n = 4 \times 1{,}5^n$;
3. $w_n = \dfrac{n}{n+1}$;
4. $t_0 = 1$ et $t_{n+1} = t_n - (n+2)^2$.

Exercice 6 : Lire un programme

```
def f():
    u = 5
    for i in range(3):
        u = u/2 + 1
    return u
```

1. Quelle suite ce programme calcule-t-il ? Quelle valeur renvoie-t-il ?
2. Modifier le programme pour qu'il renvoie la liste $[u_0, u_1, \ldots, u_n]$ pour un entier n donné.

Exercice 7 : Valeur d'une voiture

Une voiture vaut $20\,000$ € neuve et perd $15\,\%$ de sa valeur chaque année. On note u_n sa valeur après n années.

1. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n.
2. Écrire un programme Python donnant le nombre d'années après lequel la voiture vaut moins de $10\,000$ €.
3. Déterminer ce nombre à la calculatrice.

Exercice 8 : Somme des impairs

Soit $u_n = 2n + 1$ et $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$.

1. Écrire une fonction Python `somme(n)` qui renvoie S_n.
2. Calculer S_0, S_1, S_2, S_3 et conjecturer une expression de S_n. Que vaut S_9 ?

Exercice 9 : Limite et seuil

Soit $u_n = \dfrac{3n-1}{n+2}$.

1. Calculer u_{10}, u_{100}, u_{1000} et conjecturer la limite de (u_n).
2. Déterminer par le calcul le plus petit entier n tel que $u_n > 2{,}9$.

Exercice 10 : Méthode en escalier

Soit $u_0 = 0{,}5$ et $u_{n+1} = \sqrt{u_n}$. Tracer la courbe de $x \mapsto \sqrt{x}$ et la droite $y = x$ sur $[0\,;1{,}5]$, construire u_1, u_2, u_3 sur l'axe des abscisses, puis conjecturer le sens de variation et la limite de (u_n).