Lycée Qualifiant Mohammed 6 - Taliouine
Professeur : T a h e r BOUYGUIR

Année scolaire : 2022/2023
Niveau : 1ére Année Bac S E G

Série d'exercices : Généralités sur les fonctions

Exercice 1

Pour chacune des fonctions suivantes, trouver le domaine de définition.

1. $f(x) = 3x^2 - 5x + 2$
2. $f(x) = \dfrac{x-2}{\sqrt{x}}$
3. $f(x) = \sqrt{3x-1}$
4. $f(x) = \dfrac{2}{2x-1}$
5. $f(x) = \sqrt{x-1} + \sqrt{x+1}$
6. $f(x) = \dfrac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}}$
7. $f(x) = \sqrt{\dfrac{x-1}{x+1}}$
8. $f(x) = \dfrac{2}{x^2-5x+6}$
9. $f(x) = \sqrt{-2x^2+x+3}$

Exercice 2

Pour chacune des fonctions suivantes, dites si elles sont paire, impaire ou ni l'une ni l'autre.

1. $f(x) = x^2 - 1$
2. $f(x) = x^2 - 3x + 1$
3. $f(x) = 2x\sqrt{x^2+1}$
4. $f(x) = \dfrac{x}{x^2+3}$
5. $f(x) = \dfrac{x}{x-3}$
6. $f(x) = x^2 + \cos 2x$

Exercice 3

La fonction f a pour tableau de variation :

x	-2		0		1		4
$f(x)$	1	↘	-2	↗	0	↘	-3

1. Quel est le minimum de f sur $[-2;4]$? Le maximum ?
2. Combien l'équation $f(x) = 0$ admet-elle de solution(s) ?
3. L'équation $f(x) = 4$ admet-elle de solution(s) ?

Exercice 4

Soit la fonction f définit par : $f(x) = \dfrac{3x^2-1}{x^2+2}$.

1. Monter que $D_f = \mathbb{R}$
2. Montrer que : $\forall x \in \mathbb{R}, \quad f(x) \succeq \dfrac{1}{2}$.
3. Monter que f est majorée par 3.
4. Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}, \quad f(x) = 3 - \dfrac{7}{x^2+2}$.
5. Étudier la variation de f sur $[0, +\infty[$ et $]-\infty; 0]$.

Exercice 5

Soit la fonction f définie par son tableau de variation ci-dessous :

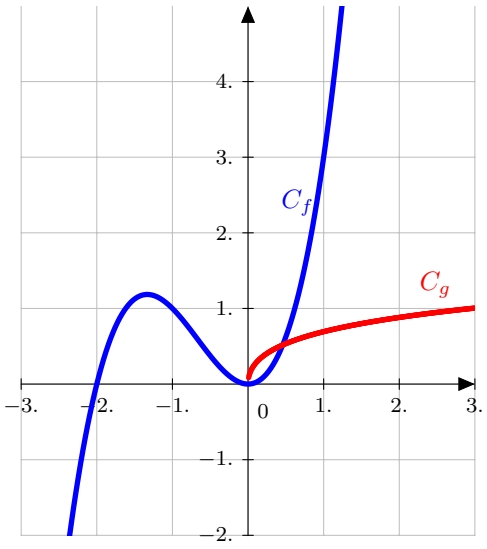
x	-4		-2		0		2		4
$f(x)$	4	↘	1	↗	3	↘	-2	↗	0

A l'aide de tableau de variation de f, donner le tableau de variation des fonctions suivantes :

1. $g(x) = f(x) + 1$
2. $g(x) = -f(x)$
3. $g(x) = (f(x))^2$
4. $g(x) = \dfrac{f(x)+1}{f(x)+3}$

Exercice 6

Soit la fonction f définit par son graphe (bleu), et la fonction g définit par son graphe (rouge). ci-dessous.



1. Donner le tableau de variation de la fonction f sur $[-3,3]$, et celui de g sur $[0,3]$.
2. L'équation $f(x)=1$ admet-elle combien de solution(s) ?.
3. Résoudre graphiquement l'équation $f(x)=g(x)$.
4. Résoudre graphiquement les inéquations $f(x)\preceq g(x)$ et $f(x)\succeq g(x)$.

Exercice 7

Soit f la fonction définit par : $f(x)=\dfrac{2x^2+4x+3}{x^2+2x+2}$.

1. Vérifie que : $\forall x\in\mathbb{R},\quad x^2+2x+2\succeq 0$.
2. Monter que : $\forall x\in\mathbb{R},\quad 1\preceq f(x)\preceq 2$.
3. Soient les fonctions h et g définies par : $h(x)=\dfrac{2x+3}{x+2}$ et $g(x)=x^2+2x$.
4. Donner le tableau de variation de f et g.
5. En déduire la variation de f sur $]-\infty;-1]$ et $[-1;+\infty[$.

Exercice 8

Soient les fonctions f et g définies par : $f(x)=\dfrac{1}{2}x^3$ et $g(x)=\dfrac{x+6}{2x-2}$.

1. (a) Déterminer D_g et vérifie que : $\forall x\in D_g,\quad g(x)=\dfrac{1}{2}+\dfrac{7}{2(x-1)}$
   (b) Calculer : $f(2)$, $f(-1)$,$f(-2)$,$g(2)$,$g(-2)$ et $g(-1)$.
2. (a) Donner le tableau de variation de f et de g.
   (b) Tracer (C_f) et (C_g).
3. Résoudre graphiquement $f(x)\succeq g(x)$.

Exercice 9

Soit f une fonction définie par : $f(x)=2-\dfrac{1}{x^2+1}$.

1. (a) Monter que : $\forall x\in\mathbb{R},\quad 1\preceq f(x)\prec 2$.
   (b) Vérifie que : $\forall (a,b)\in\mathbb{R}^2,(a\neq b),\quad \dfrac{f(a)-g(b)}{a-b}=\dfrac{a+b}{(a^2+1)(b^2+1)}$.
   (c) En déduire la variation de f sur $[0,+\infty[$ et $]-\infty;0]$
2. Soit la fonction g définie par : $g(x)=\sqrt{x-1}$
   (a) vérifie que : $D_g=[1,+\infty[$

(b) Donner le tableau de variation de g.

3. En pose $h = gof$.

   (a) Déterminer D_h le domaine de définition de la fonction h.

   (b) Etudier la variation de h sur D_h.

   (c) En déduire la valeur minimum absolue de h sur D_h.

Exercice 10

Soit les fonction f et g définies par : $f(x) = \dfrac{x+4}{x+1}$ et $f(x) = \dfrac{1}{4}x^3$.

1. Vérifie que : $f(-2) = g(-2)$ et $f(2) = g(2)$.
2. Donner le tableau de variation de f et de g.
3. Tracer le courbe de f et g dans un repère orthonormé direct.
4. Donner la variation de la fonction h définie par : $h(x) = \dfrac{1}{4}\left(\dfrac{x+4}{x+1}\right)^3$.

Exercice 11

Soit la fonction f définit par : $f(x) = \sqrt{x+1} - 1$.

1. Déterminer D_f.
2. Monter que : $\forall (a,b) \in D_f^2, (a \neq b), \quad \dfrac{f(a)-f(b)}{a-b} = \dfrac{a-b}{(a-b)(\sqrt{a+1}+\sqrt{b+1})}$.
3. Donner le tableau de variation de f sur D_f.
4. Tracer la courbe de f dans un repère orthonormé direct.

Exercice 12

Une entreprise fabrique chaque jour x milliers d'objets avec $x \in [0;60]$. Le coûte total de production des ces objets, exprimé en millions de dirhams, est donnée par : $C(x) = x^2 - 30x + 300$.

1. Étudier les variations de C sur $[0;15]$ et $[15;60]$. et dresser le tableau de variation en faisant figurer les images aux bornes.
2. Chaque objet fabriqué est vendu au prix unitaire de 10 dirhams. Calculer, en fonction de x, la recette $R(x)$ exprimée aussi en milliers de dirhams.
3. Justifier que le bénéfice, exprimé aussi en milliers de dirhams, réalisé pour la production et la vente de x milliers d'objets est donnée, pour $x \in [0;60]$, par : $B(x) = -x^2 + 40x - 300$.
4. Etudier les variations de B sur $[0;20]$ et $[20;60]$, et dresser le tableau de variation en faisant figurer les images au bornes.
5. En déduire la quantité à produire permettant à l'entreprise de réaliser un bénéfice maximal. Quel est ce bénéfice maximal ?
6. (a) Résoudre l'inéquation $B(x) \succeq 0$.

   (b) En déduire de la question précédente les quantités que l'entreprise doit produire et vendre pour que la production soit rentable.

7. (a) Tracer la courbe de la fonction B sur l'intervalle $[0;60]$ dans un repère orthonormé direct.

   (b) Résoudre graphiquement $B(x) \succeq 40$. Quel est l'interprétation économique de ce résultat.