Exercice 1 : Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f définie par :

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{2x+1}{x^2+5x+4} & ; \quad x \leq -2 \\ f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x+1}} & ; \quad x > -2 \end{cases}$$

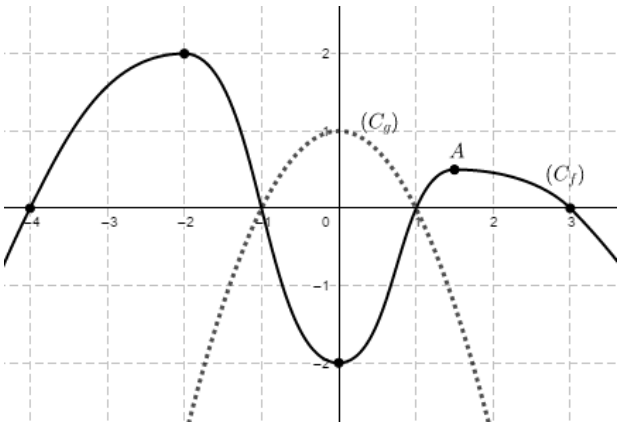
Exercice 2 : Soit f la fonction définie par : $f(x) = \dfrac{2x}{\sqrt{x^2-4}}$.

1) Déterminer D_f et étudier la parité de la fonction f
2) Vérifier que : $(\forall x \in D_f); (f(x))^2 = 4 + \dfrac{16}{x^2-4}$
3) Montre que pour tout x et y de D_f tel que $x \neq y$:

$$\frac{f(x)-f(y)}{x-y} = \frac{-16(x+y)}{(x^2-4)(y^2-4)} \times \frac{1}{f(x)+f(y)}$$

4) Étudier la monotonie de la fonction f sur $]2;+\infty[$ et sur $[0;2[$
5) Donner le tableau de variations de f sur D_f

Exercice 3 : Soient $(\mathscr{C}_f)$ et $(\mathscr{C}_g)$ les courbes représentatives des fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ dans un repère orthonormée $(O; \vec{i}; \vec{j})$, et $A(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}) \in (\mathscr{C}_f)$.(voire figure)



1) *a*) Déterminer le tableau de variations de f sur $[-4;3]$
   b) Déterminer les extremums de la fonction f sur les intervalles $[-4;3]$ et $[-1;1]$ et $[-4;0]$
   c) Résoudre graphiquement sur $[-4;3]$ l'équation : $f(x) = 0$.
   d) Résoudre graphiquement sur $[-2;0]$ l'équation : $g(x) = 0$.
   e) Déterminer graphiquement : $f\big([-2;0]\big)$ *et* $g\big([-1;0]\big)$.
2) Résoudre graphiquement sur $[-2;1]$ les inéquations suivants : $g(x) > 0$; $f(x) \leqslant 0$; $f(x) \leqslant g(x)$
3) Soit h la fonction numérique définie sur $[-1;1]$ par : $h = f \circ g$, En utilisant les variations de la composée de deux fonctions, étudier les variations de la fonction h sur l'intervalle $[-1;1]$
4) Déterminer l'expression de $g(x)$ schachant que g est un polynôme de second degré.

Exercice 4 : Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \dfrac{2x^2+1}{x^2+1}$.

1) Étudier la parité de la fonction f.
2) *a*) Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}) \quad 1 \leq f(x) < 2$
   b) Le nombre 1 est-il le minimum absolu de f ?. Le nombre 2 est-il le maximum absolu de f ?.
3) Soient x et y deux réels distincts.
   a) Montrer que : $\dfrac{f(x)-f(y)}{x-y} = \dfrac{x+y}{(1+x^2)(1+y^2)}$
   b) En déduire les variations de f sur chacun des intervalles $]-\infty;0]$ et $[0,+\infty[$.
   c) Dresser le tableau de variations de f.
4) Soient g et h deux fonctions numériques définies par : $g(x) = \sqrt{x-1}$ *et* $h(x) = \dfrac{|x|}{\sqrt{1+x^2}}$
   a) Dresser le tableau de variations de g.
   b) Vérifier que : $(\forall x \in \mathbb{R}) \quad h(x) = gof(x)$
   c) En déduire les variations de h sur $\mathbb{R}$.
   d) Dresser le tableau de variations de h, et en déduire la valeure minimale absolu de h.

Exercice 5 : Soient f et g deux fonctions définies par : $g(x) = \dfrac{x}{2x+4}$ et $f(x) = (x+1)^2$

1) Donner le tableau de variations de la fonction f et celui de g
2) On pose : $\forall x \in \mathbb{R}$: $h(x) = (gof)(x)$
   (a) Monter que $\forall \in \mathbb{R}$: $h(x) = \dfrac{x^2+2x+1}{2x^2+4x+6}$
   (b) Déterminer la monotonie de la fonction h sur les intervalles suivants : $]-\infty;-1]$ et $[-1;+\infty[$.

Exercice 6 :

Soient f et g deux fonctions définies par : $f(x) = x^2 - 2x + 3$ et $g(x) = \sqrt{x+1}$

1. (a) Donner les tableaux de variations des fonctions f et g .
   (b) Représenter les courbes représentatives (C_f) et (C_g) dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$
   (c) Déterminer graphiquement $g([-1;0])$ et $g([0;+\infty[)$
2. Soit h la fonction définie sur $[-1;+\infty[$ par : $h(x) = x + 4 - 2\sqrt{x+1}$
   (a) Vérifier que : $(\forall x \in [-1;+\infty[); h(x) = (f \circ g)(x)$
   (b) Étudier la monotonie de la fonction h sur les intervalles $[0;+\infty[$ et $[-1;0]$ à partir de celle de f et g. Puis déduire les extremums de h sur l'intervalle $[-1;+\infty[$ s'ils existent
   (c) Montrer que : $(\forall a \in [-1;+\infty[); \sqrt{a+2} - \sqrt{a+1} \leq \dfrac{1}{2}$