SÉRIE D'EXERCICES N° 3

1BAC SHF

# Généralités sur les fonctions

Prof. Taher Bouyguir | www.proftaher.com

## Exercice 1

Déterminer $D_f$ dans chacun des cas suivants :

1. $f(x) = x^2 + 1$
2. $f(x) = \dfrac{x-9}{x-3}$
3. $f(x) = -2x^3 + x^2 + 14x - 5$
4. $f(x) = x - 1$

## Exercice 2

Soit $f$ la fonction numérique définie par :
$f(x) = -2x^2 + 4x + 7$.

1. Déterminer $D_f$.
2. Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R})$ :
   $f(x) = -2(x-1)^2 + 9$.
3. Montrer que $f$ est majorée par $9$.

## Exercice 3

On considère les fonctions $f$ et $g$ définies par :
$f(x) = x^2$ et $g(x) = 2x + 3$.
Comparer $f$ et $g$.

## Exercice 4

Soit $g$ la fonction numérique définie par :
$g(x) = (x+1)^2 - 2$.

1. Déterminer $D_g$.
2. Montrer que : $(\forall x \in D_g) : g(x) \geq -2$.
3. Résoudre dans $D_g$ l'équation $g(x) = -2$.
4. Que peut-on en déduire ?

## Exercice 5

On considère la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = \dfrac{x^2}{x^2+1}$.

1. Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}) : f(x) < 1$.
2. L'équation $f(x) = 1$ admet-elle une solution dans $\mathbb{R}$ ?
3. Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}) : f(x) \geq 0$.
4. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 0$.
5. En déduire que : $(\forall x \in \mathbb{R}) : 0 \leq f(x) < 1$.

## Exercice 6

On considère la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = \dfrac{x}{x^2+1}$.

1. Montrer que $\frac{1}{2}$ est une valeur maximale de $f$ sur $\mathbb{R}$.
2. Montrer que $-\frac{1}{2}$ est une valeur minimale de $f$ sur $\mathbb{R}$.

## Exercice 7

Soit $f$ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :
$f(x) = x^2 - 2|x| + 3$.

1. Montrer que la fonction $f$ est paire.
2. Montrer que $f$ est minorée par le nombre $2$.
3. Montrer que $f$ est croissante sur $[1; +\infty[$ et décroissante sur $[0; 1]$.
4. En déduire les variations de $f$ sur $]-\infty; -1]$ et sur $[-1; 0]$.

## Exercice 8

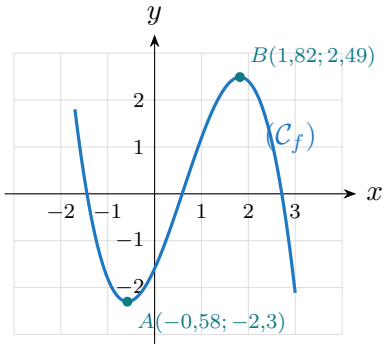
Soient $f$ et $g$ les fonctions définies par :
$f(x) = x + \dfrac{1}{x+1}$ et $g(x) = x$.

1. Déterminer $D_f$ et $D_g$.
2. Étudier le signe de $f(x) - g(x)$.
3. Comparer $f$ et $g$ sur $]-1; +\infty[$, puis sur $]-\infty; -1[$.

## Exercice 9

En utilisant la courbe $(\mathcal{C}_f)$ de la fonction $f$ et le tableau de variations de la fonction $g$ ci-dessous, déduire

les variations et les extremums de $f$ et de $g$.




| $x$ | $-\infty$ | $1$ | $+\infty$ |
|---|---|---|---|
| $g(x)$ | ↗ | $3$ | ↘ |