Exercice 01 :

1) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $f(x) = 1 - \frac{1}{x}$
Montrer que f est majorée par 1 sur $\mathbb{R}_+^*$

2) Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = -2 + \frac{1}{x^2+1}$
Montrer que f est minorée par -2 sur $\mathbb{R}$.

3) Soit g la fonction définie par $g(x) = \frac{\sqrt{x}-3}{\sqrt{x}+1}$

a) Déterminer D_g.
b) Montrer que la fonction g est majorée par 1 et minorée par -3.
c) Interpréter les résultats géométriquement.

Exercice 02

Soit f une fonction définie par $f(x) = x + \frac{4}{x}$

1) Déterminer D_f l'ensemble de définition de la fonction f

2) Montrer que $f(2)$ est une valeur minimale de la fonction f sur $]0; +\infty[$.

3) Montrer que $f(-2)$ est une valeur maximale de la fonction f sur $]-\infty; 0[$.

Exercice 03

Soient f, g et h trois fonctions numériques telles que $f(x) = cos^2(x)$; $g(x) = sin(2\pi x)$ et $h(x) = tan(2x)$
Montrer que les fonctions f, g et h sont des fonctions périodiques et π; 1 et $\frac{\pi}{2}$ sont respectivement leurs périodes.

Exercice 04

1) Etudier l'égalité de f et g dans les cas suivants :

- $f(x) = \frac{x}{x^2}$ et $g(x) = \frac{1}{x}$
- $f(x) = \sqrt{(x+1)^2}$ et $g(x) = x + 1$
- $f(x) = \frac{x^2-1}{x+1}$ et $g(x) = x - 1$.

2) Soient f et g deux fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2 - 2x + 1$ et $g(x) = -2x^2 + 4x + 1$
Comparer f et g pour tout x dans ces intervalles suivants $]-\infty; 0]$; $]2; +\infty[$ et $[0; 2]$ et déduire les positions relatives sur $]-\infty; 0]$; $]2; +\infty[$ et $[0; 2]$.

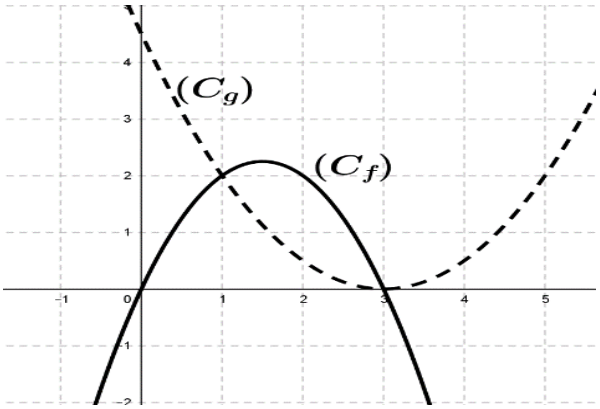
Exercice 07

Soit f une fonction numérique définie par $f(x) = \frac{3}{x} + \frac{x}{3}$

1) Déterminer D_f

2) Etudier la parité de la fonction f

3) Soient f et g deux fonctions et (C_f) et (C_g) leurs représentations graphiques :



Résoudre graphiquement :
$f(x) \leq g(x)$; $f(x) > g(x)$; $f(x) \geq 0$; $f(x) < 0$ et $f(x) = g(x)$.

Exercice 05

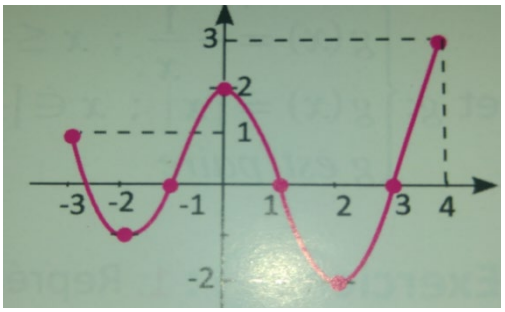
Soit f une fonction numérique dont le tableau de variations est le suivant :

x	-7		-2		4		8
$f(x)$	4	↘	-1	↗	3	↘	-3

Déterminer $f([-2; 4])$; $f(4; 8[)$; $f([-7; 4])$ et $f(-7; 8[)$.

Exercice 06

Soit f une fonction définie sur l'intervalle $I = [-3; 4]$ dont la courbe est la suivante



1) Dresser le tableau de variations de f sur I

2) Déterminer les extremums de la fonction f , puis le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 1$

3) Déterminer graphiquement :
$f([-2; 0])$, $f([-3; -2])$, $f(]0; 2[)$ et $f([3; 4])$.

II) Soient f et g deux fonctions définies par $f(x) = x^2 - 4x + 5$ et $g(x) = \frac{x+1}{x+3}$

3) Montrer que pour tous a et b dans $]0;+\infty[$; on a $T = \frac{ab-9}{3ab}$.

4) Déduire le sens de variations de la fonction f sur $3;+\infty[$ et $]0;3]$

5) Dresser le tableau de variations de f sur D_f en précisant sa valeur maximale et sa valeur minimale.

Exercice 08

Soient f et g les fonctions définies par :

$$f(x) = x^2 + 1 \text{ et } g(x) = \frac{3x}{x-1}$$

1) Déterminer l'ensemble de définition de chacune des fonctions f; g ; gof et fog .

2) Déterminer l'expression de $(gof)(x)$ pour tout $x \in D_{gof}$ et $(fog)(x)$ pour tout $x \in D_{fog}$.

3) Écrire sous forme d'une composée de deux fonctions dans les cas suivants :

$h: x \mapsto \frac{x^2}{x^2+8}$; $h: x \mapsto \frac{\sqrt{x}-2}{2\sqrt{x}+3}$; $h: x \mapsto \frac{x^2+1}{|x|+3}$

4) Soient u et w deux fonctions telles que $v(x) = x - 1$ et $w(x) = 2x^2 + 3x - 1$

Déterminer la fonction u telle que $w = uov$

Exercice 09

On considère les fonctions suivantes :

$f(x) = x^2 - 2x - 1$ et $g(x) = \frac{x-2}{x+2}$

1) Déterminer D_f et D_g

2) Déterminer D_{gof} puis calculer $gof(x)$

3) Dresser le tableau de variations de f et g

4) Déduire le tableau de variations de gof

Exercice 10

I) Soit h une fonction numérique définie par $h(x) = \frac{x^2-4x+6}{x^2-4x+8}$.

1) Déterminer D_h l'ensemble de définition de h

2) Montrer que $(\forall x \in D_h): \frac{1}{2} \leq h(x) \leq 1$

1) Dresser le tableau de variations de f et g

2) Vérifie que $(\forall x \in D_h): h(x) = (g \circ f)(x)$

3) En utilisant les variations de la fonction f et les variations de la fonction g, étudier les variations de la fonction h sur $]-\infty;2]$ et $2;+\infty[$.

Exercice 11

Soient f et g deux fonctions définies par :

$$f(x) = 2x^3 \text{ et } g(x) = \sqrt{x+3}$$

Soient (C_f) et (C_g) respectivement les courbes de f et g dans un repère orthonormé $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$

1) Vérifier que $f(1) = g(1)$, puis interpréter le résultat graphiquement.

2) Dresser le tableau de variations de f et g.

3) a-Construire les courbes dans un repère orthonormé $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$.

b- Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq g(x)$.

c- Déterminer graphiquement $f(3;+\infty[)$

4) a-Déterminer D_{fog}.

b- Étudier les variations de la fonction fog à partir des variations des fonctions f et g sur $3;+\infty[$

c- Calculer $fog(x)$ pour tout D_{fog} .