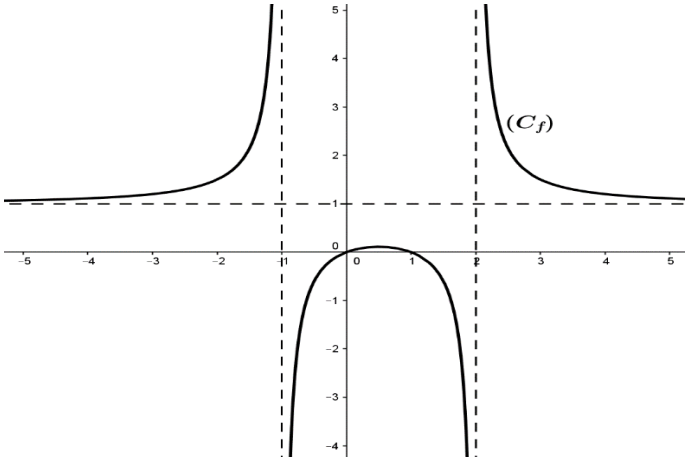
www.proftaher.com	**Limite d'une fonction numérique** **1BSF 1 et 2**	Pr. Taher Bouyguir 2021-2022

✍ Exercice ①:

On donne ci-dessous la courbe d'une fonction f :



1) **Déterminer** $\mathcal{D}_f$.

2) **Déterminer graphiquement les limites suivantes:**

- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$
- $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$
- $\lim\limits_{x\to2^+} f(x)$
- $\lim\limits_{x\to2^-} f(x)$
- $\lim\limits_{x\to-1^+} f(x)$
- $\lim\limits_{x\to-1^-} f(x)$

✍ Exercice ②:

Calculer les limites suivantes :

- $\lim\limits_{x\to2} \frac{x^3-2x^2+x-2}{x-2}$
- $\lim\limits_{x\to1} \frac{2x^2+x+1}{x^2-x+3}$
- $\lim\limits_{x\to-2} \frac{x^3+8}{x^2-4}$
- $\lim\limits_{x\to2} \frac{x-\sqrt{x+2}}{x-2}$
- $\lim\limits_{x\to0} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x^2-x}$
- $\lim\limits_{x\to1} \frac{x\sqrt{x}-1}{1-x^2}$
- $\lim\limits_{x\to0} \frac{\sqrt{4-x}-\sqrt{4+x}}{x}$
- $\lim\limits_{x\to4} \frac{3-\sqrt{5+x}}{1-\sqrt{5-x}}$
- $\lim\limits_{x\to3} \frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{7-x}}{\sqrt{2x+3}-\sqrt{15-2x}}$

✍ Exercice ③:

Calculer les limites suivantes :

- $\lim\limits_{\substack{x\to\frac{1}{2}\\x>\frac{1}{2}}} \frac{3x^2-x-1}{2x-1}$
- $\lim\limits_{\substack{x\to2\\x<2}} \frac{x^2-5x+6}{(2-x)^2}$
- $\lim\limits_{\substack{x\to2\\x>2}} \frac{\sqrt{x^2-4}}{x-2}$
- $\lim\limits_{\substack{x\to1\\x>1}} \frac{2x-1}{1-x^2}$
- $\lim\limits_{\substack{x\to0\\x<0}} \frac{x^3-6}{x^2-2x}$
- $\lim\limits_{\substack{x\to1\\x>1}} \frac{\sqrt{x+3}-\sqrt{3x+1}}{\sqrt{x-1}}$

✍ Exercice ④:

Calculer les limites suivantes :

- $\lim\limits_{x\to+\infty} 1+5x^2+8x$
- $\lim\limits_{x\to-\infty} -5x^3+1$
- $\lim\limits_{x\to-\infty} x+(1-\sqrt{2})x^2+4$
- $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{4+2x^3}{3x^3+5x^2+1}$
- $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{(2-\sqrt{3})x^3-x^2}{2x^2-3}$
- $\lim\limits_{|x|\to+\infty} \frac{|x|-3x}{|x+5|}$

✍ Exercice ⑤:

Calculer les limites suivantes :

- $\lim\limits_{|x|\to+\infty} \sqrt{x^2+x+5}$
- $\lim\limits_{x\to-\infty} x+\sqrt{1-x}$
- $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x+2}-\sqrt{x+4}$
- $\lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt{3x^2-2}+x$
- $\lim\limits_{x\to+\infty} 3x-\sqrt{2x^2+3}$
- $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{2x+3}-\sqrt{x}$
- $\lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt{x^2-x-2}-\sqrt{2x^2+1}$
- $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$
- $\lim\limits_{|x|\to+\infty} \sqrt{x^2+x+3}+2x$
- $\lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt{2x^2-3x+1}+x$

✍ Exercice ⑥:

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}-\{3\}$ par :

$$\begin{cases} f(x)=x^2-4x; x\in\,]-\infty,1] \\ f(x)=x-3+\dfrac{2}{x-3}; x\in\,]1,3[\cup\,]3,+\infty[\end{cases}$$

1) **Calculer** $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ **et** $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2) **Calculer** $\lim\limits_{\substack{x\to3\\x>3}} f(x)$ **et** $\lim\limits_{\substack{x\to3\\x<3}} f(x)$.

3) **Montrer que f admet une limite e 1 à déterminer.**

✍ Exercice ⑦:

On considère la fonction f définie par :

$$f(x)=\frac{3x^2-x-2}{x(x-1)(1-2x)}$$

1) **Déterminer l'ensemble de définition de f.**

2) **Calculer les limites de f aux bornes de D_f.**

✍ Exercice ⑧:

Calculer les limites suivantes :

- $\lim\limits_{x\to0} \frac{\sin 4x}{x}$
- $\lim\limits_{x\to0} \frac{7x}{\sin 5x}$
- $\lim\limits_{x\to1} \frac{\sin(x-1)}{x-1}$
- $\lim\limits_{x\to0} \frac{\sin(x^2+3x)}{x}$
- $\lim\limits_{x\to0} \frac{\sin 4x}{\sin 3x}$
- $\lim\limits_{x\to0} \frac{\tan 5x}{3x}$
- $\lim\limits_{x\to0^+} \frac{1-\cos\sqrt{x}}{x}$
- $\lim\limits_{x\to0} \frac{1-\cos 2x}{x^2}$
- $\lim\limits_{x\to1} \frac{(x-1)^2}{\cos(x-1)-1}$

✍ Exercice ⑨:

Calculer les limites suivantes :

- $\lim\limits_{x\to0} \frac{1-\cos x}{\sin x\tan x}$
- $\lim\limits_{x\to0} \frac{\sqrt{1-\cos x}}{\tan x}$
- $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{6}} \frac{2\sin x-1}{x-\frac{\pi}{6}}$
- $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{8}} \frac{\cos(2x)-\sin(2x)}{x-\frac{\pi}{8}}$
- $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{3}} \frac{\sqrt{3}\cos x-\sin x}{x-\frac{\pi}{3}}$
- $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{8}} \frac{\sqrt{2}-2\cos(x)}{\sqrt{2}-2\sin(x)}$

✍ Exercice ⑩:

1) **a. Montrer que** $(\forall x\in\mathbb{R}): \frac{1}{1+x^2}\le\frac{3+2\sin x}{1+x^2}\le\frac{5}{1+x^2}$.

b. En déduire $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{3+2\sin x}{1+x^2}$.

2) **a. Montrer** que $(\forall x>1): \left|\frac{2x\sin x}{x^2-1}\right|\le\frac{2x}{x^2-1}$.

b. En déduire $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{2x\sin x}{x^2-1}$.

3) **a. Montrer que** $(\forall x\in\mathbb{R}^*): \frac{1}{|x|}\le\frac{2-\sin\frac{1}{x}}{|x|}$.

b. En déduire $\lim\limits_{x\to0} \frac{2-\sin\frac{1}{x}}{|x|}$.