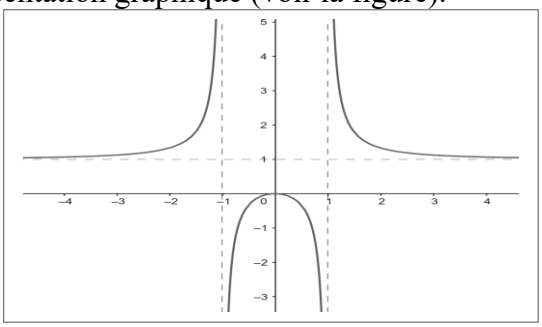
Exercice 01

Soit f une fonction numérique définie par sa représentation graphique (voir la figure).



Calculer les limites suivantes

- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ • $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ • $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)$
- $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)$ • $\lim\limits_{x\to-1^+} f(x)$ • $\lim\limits_{x\to-1^-} f(x)$

Exercice 02

Calculer les limites suivantes

$\bullet \lim\limits_{x\to2} \dfrac{x^3-2x^2+x-2}{x-2}$ $\bullet \lim\limits_{x\to1} \dfrac{2x^2+x+1}{x^2-x+3}$ $\bullet \lim\limits_{x\to-2} \dfrac{x^3+8}{x^2-4}$

$\bullet \lim\limits_{x\to2} \dfrac{x-\sqrt{x+2}}{x-2}$ $\bullet \lim\limits_{x\to0} \dfrac{\sqrt{x+1}-1}{x^2-x}$ $\bullet \lim\limits_{x\to1} \dfrac{x\sqrt{x}-1}{1-x^2}$

$\bullet \lim\limits_{x\to0} \dfrac{\sqrt{4-x}-\sqrt{4+x}}{x}$ $\bullet \lim\limits_{x\to4} \dfrac{3-\sqrt{5+x}}{1-\sqrt{5-x}}$ $\bullet \lim\limits_{x\to3} \dfrac{\sqrt{x+1}-\sqrt{7-x}}{\sqrt{2x+3}-\sqrt{15-2x}}$

Exercice 03

Calculer les limites suivantes

$\bullet \lim\limits_{\substack{x\to\frac{1}{2}\\ x<\frac{1}{2}}} \dfrac{3x^2-x-1}{2x-1}$ $\bullet \lim\limits_{\substack{x\to1\\ x>1}} \dfrac{2x-1}{1-x^2}$ $\bullet \lim\limits_{\substack{x\to0\\ x<0}} \dfrac{x^3-6}{x^2-2x}$

$\bullet \lim\limits_{\substack{x\to2\\ x<2}} \dfrac{x^2-5x+6}{(2-x)^2}$ $\bullet \lim\limits_{\substack{x\to2\\ x>2}} \dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x-2}$ $\bullet \lim\limits_{\substack{x\to1\\ x>1}} \dfrac{\sqrt{x+3}-\sqrt{3x+1}}{\sqrt{x-1}}$

Exercice 04

Calculer les limites suivantes

$\bullet \lim\limits_{x\to+\infty} 1+5x^2+8x$ $\bullet \lim\limits_{x\to-\infty} -5x^3+1$ $\bullet \lim\limits_{x\to-\infty} x+(1-\sqrt{2})x^2+4$

$\bullet \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{4+2x^3}{3x^3+5x^2+1}$ $\bullet \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{(2-\sqrt{3})x^3-x^2}{2x^2-3}$ $\bullet \lim\limits_{x\to-\infty} \left(\dfrac{x^3+x^2-1}{5x^4+3x+6}\right)$

$\bullet \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{2}x^4-x^2}{3x^2-3}$ $\bullet \lim\limits_{x\to+\infty} \left(\dfrac{-3x^5+2x^2}{5x^7-2x+6}\right)$ $\bullet \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{3-2x^4}{2x^4-5x^2+3}$

Exercice 05

Calculer les limites suivantes

$\bullet \lim\limits_{|x|\to+\infty} \sqrt{x^2+x+5}$ $\bullet \lim\limits_{x\to-\infty} x+\sqrt{1-x}$ $\bullet \lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x+2}-\sqrt{x+4}$

$\bullet \lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt{3x^2-2}+x$ $\bullet \lim\limits_{x\to+\infty} 3x-\sqrt{2x^2+3}$ $\bullet \lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{2x+3}-\sqrt{x}$

$\bullet \lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt{x^2-x-2}-\sqrt{2x^2+1}$ $\bullet \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$

$\bullet \lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt{2x^2-3x+1}+x$ $\bullet \lim\limits_{|x|\to+\infty} \sqrt{x^2+x+3}+2x$

Exercice06

Soit f une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}-\{3\}$ par :

$$\begin{cases} f(x)=x^2-4x\ ;\ x\in]-\infty,1] \\ f(x)=x-3+\dfrac{2}{x-3}\ ;\ x\in]1,3[\cup]3,+\infty[\end{cases}$$

$\lim\limits_{\substack{x\to3\\ x<3}} f(x)$

2) Montrer que f admet une limite en 1.

Exercice 07

Soit f une fonction numérique définie sur $\mathbb{R}-\{-1;1\}$ par

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^3}{x^2-1}\ ;\ x\in]-\infty;-1[\cup]-1;0] \\ f(x)=\dfrac{2x}{x^2+2}\ ;\ x\in[0;+\infty[\end{cases}$$

1) Calculer

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$; $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\ x>-1}} f(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\ x<-1}} f(x)$

2) f admet-elle une limite en 0 ?

3) vérifier que $\forall x\in]-\infty;-1[\,;\ f(x)=x+\dfrac{1}{x+1}+\dfrac{1}{x^2-1}$

puis calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} \left(f(x)-x\right)$

Exercice 08

Calculer les limites suivantes :

$\bullet \lim\limits_{x\to0} \dfrac{\sin 4x}{x}$ $\bullet \lim\limits_{x\to0} \dfrac{\sin\left(x^2+3x\right)}{x}$ $\bullet \lim\limits_{x\to0} \dfrac{7x}{\sin 5x}$

$\bullet \lim\limits_{x\to0} \dfrac{\sin 4x}{\sin 3x}$ $\bullet \lim\limits_{x\to0} \dfrac{1-\cos 2x}{x^2}$ $\bullet \lim\limits_{x\to1} \dfrac{\sin(x-1)}{x-1}$

$\bullet \lim\limits_{x\to0} \dfrac{\tan 5x}{3x}$ $\bullet \lim\limits_{x\to1} \dfrac{(x-1)^2}{\cos(x-1)-1}$ $\bullet \lim\limits_{x\to0^+} \dfrac{1-\cos\sqrt{x}}{x}$

$\bullet \lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}} \dfrac{\sin x-\cos x}{x-\frac{\pi}{4}}$ $\bullet \lim\limits_{x\to+\infty} x\sin\left(\dfrac{1}{x}\right)$ $\bullet \lim\limits_{x\to+\infty} x\left(1-\cos\left(\dfrac{1}{x}\right)\right)$

Exercice 09

1) Montrer que $(\forall x\in\mathbb{R})\,;\dfrac{1}{1+x^2}\le\dfrac{3+2\sin x}{1+x^2}\le\dfrac{5}{1+x^2}$ puis déduire $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{3+2\sin x}{1+x^2}$

2) montrer que $(\forall x>1)\,;\left|\dfrac{2x\sin x}{x^2-1}\right|\le\dfrac{2x}{x^2-1}$ puis déduire $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2x\sin x}{x^2-1}$

3) montrer que $(\forall x\in\mathbb{R}^*)\,;\dfrac{1}{|x|}\le\dfrac{2-\sin\frac{1}{x}}{|x|}$ puis déduire $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{2-\sin\frac{1}{x}}{|x|}$