Lycée Qualifiant Mohammed 6 - Taliouine
Professeur : Taher BOUYGUIR

Année scolaire : 2022/2023
Niveau : 1ére Année Bac S.éco

Série d'exercices de Logique Mathématiques

Exercice 1

Évaluer les assertions suivants :

A = " L'équation $x^2 - 5x + 5 = 0$ n'admet aucune solution dans $\mathbb{R}$"

B = "$\forall x \in \mathbb{R}, \quad 2x + 1 = 0$" :: C = "$\exists x \in \mathbb{R}, \quad x = \sqrt{x}$"

D = " $(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}), \quad x + y = 1$" :: E = " $(\forall x \in \mathbb{R})(\exists y \in \mathbb{R}), \quad x + y = 1$"

F = " $(\exists x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}), \quad x + y = 1$"

Exercice 2

Ecris les assertions suivants en utilisant les quantificateurs $\forall$ et $\exists$.

A = " pour tout n entier naturel on a : $\dfrac{2^n + 1}{n} \in \mathbb{N}$"

B = " il existe deux entiers rationnels a et b, tel que $a - b = 100$ "

C = " pour tout x nombre réel, il existe un nombre réel y, tel que $x + y = 0$"

Exercice 3

Donner la négation des assertions suivantes :

A = "$(\forall x \in \mathbb{R})(\exists y \in R), \quad xy \neq y$"

B = " $\forall x \in \mathbb{R}, \quad x \succ 0 \quad ou \quad x \preceq 1$"

C = " $(\exists y \in \mathbb{R})(\forall x \in \mathbb{R}), \quad x = y \quad et \quad xy = 1$"

Exercice 4

1 Montrer que $1 + xy = x + y \Rightarrow (x = 1 \quad ou \quad y = 1)$

2 Montrer que $\forall a \in \mathbb{R}_+^* \quad \sqrt{a} + \dfrac{1}{\sqrt{a}} \succeq 2$

3 Montrer que $\forall a, b \in \mathbb{R}^2 \quad a^2 + b^2 = 0 \Leftrightarrow a = 0 \quad b = 0$

4 Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}, \quad \dfrac{n(n+1)}{2} \in \mathbb{N}$

5 Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}^*, \quad 1 + 3 + 5 + ... + (2n - 1) = n^2$

6 Montrer que $\forall n \succ 0, \quad 1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2 = \dfrac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

7 Montrer que $\forall n \succeq 4, \quad 2^n \succeq n^2$

8 Montrer que $\forall n \in \mathbb{Z}, \quad n^2$ impair $\Rightarrow n$ impair.

9 Montrer que $\forall n \in \mathbb{N}, \quad n \neq 4 \Rightarrow \dfrac{7}{n+3} \notin \mathbb{N}$