SÉRIE D'EXERCICES N° 1

Notions de logique

1BAC SHF

Prof. Taher Bouyguir | www.proftaher.com

Exercice 1

Déterminer la valeur de vérité des propositions suivantes :

1. $Q_1 : (\exists x \in \mathbb{R}) : 4x - 3 = 0.$
2. $Q_2 : (\exists x \in \mathbb{R}) : x^2 + x - 2 = 0.$
3. $Q_3 : (\exists x \in \mathbb{R}) : x^2 - x + 2 = 0.$
4. $Q_4 : (\exists x \in \mathbb{R}) : 4x - 16 > 0.$

Exercice 2

Déterminer la valeur de vérité des propositions suivantes :

1. $Q_5 : (\forall x \in \mathbb{R}) : x^2 + 1 \geq 1.$
2. $Q_6 : (\forall x \in \mathbb{R}) : x^2 + x + 2 > 0.$
3. $Q_7 : (\forall x \in \mathbb{R}) : 4x + 16 > 0.$

Exercice 3

1. Écrire les propositions suivantes à l'aide des quantificateurs :
   - P : « Pour tout entier naturel n, le nombre $\frac{n(n+1)}{2}$ est un entier naturel. »
   - Q : « Il existe au moins deux entiers relatifs n et m tels que : $n - m = 5$. »
2. Déterminer la valeur de vérité des propositions P et Q.

Exercice 4

Montrer que la proposition suivante est fausse :

$$(\forall n \in \mathbb{N}) : \frac{n}{2} \in \mathbb{N}.$$

Exercice 5

1. Déterminer la négation des propositions suivantes :
   - $P_1 : (\forall x \in \mathbb{R})(\exists n \in \mathbb{N}) : x \leq n$
   - $P_2 : (\exists x \in \mathbb{R}) : 2x + 1 = 3$
   - $P_3 : \mathbb{Z} \subset \mathbb{N}$
   - $P_4 : (\forall n \in \mathbb{N}) : n \in \mathbb{Z}$
   - $P_5 : (\forall x \in \mathbb{R}) : 4x + 16 \geq x$
2. Déterminer la valeur de vérité des propositions précédentes.

Exercice 6

Soit f la fonction définie par : $f(x) = ax^2 + c$, $(a \neq 0)$.

On considère les deux propositions :

- P : « l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions » ;
- Q : « $ac < 0$ ».

Montrer que : $P \Rightarrow Q$.

Exercice 7

Donner la valeur de vérité et la négation de chacune des propositions suivantes :

- P_1 : « $\sqrt{4} = -2$ et $4^2 = 8$ »
- P_2 : « $3 < 1$ et $3 \times 3 = 9$ »
- P_3 : « $5 \times 1 = 5$ ou $3 \in \mathbb{N}$ »
- P_4 : « $8 + 1 = 20$ ou $5 - 2 = 11$ »
- P_5 : « $(\exists x \in \mathbb{R}) : 3x - 5 = 0$ »
- P_6 : « $(\forall x \in \mathbb{R}) : x^2 < 0$ »
- P_7 : « $(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) : xy \geq 0$ »
- P_8 : « $(\forall x \in \mathbb{R}^+)(\forall y \in \mathbb{R}^+) : xy \in \mathbb{R}^+$ »

Exercice 8

Écrire les propositions suivantes à l'aide des quantificateurs :

- P_1 : « Quel que soit n un entier relatif : $n + 2 \geq 0$ ».
- P_2 : « Il existe au moins un nombre réel de carré égal à -3 ».
- P_3 : « Pour tout x de $[4; +\infty[$: $x - 4 \geq 0$ ».
- P_4 : « Quel que soit m un entier relatif, il existe au moins un entier naturel n tel que : $m + n \leq 12$ ».

Exercice 9

Déterminer la valeur de vérité de chacune des propositions suivantes :

- P_1 : « $(3$ est impair$)$ et $(3 = 5)$ ».
- P_2 : « $(4 \times 8 = 20)$ ou $(10$ est pair$)$ ».
- P_3 : « $(5 < 4)$ ou $\left(\sqrt{10} = 5\right)$ ».
- P_4 : « $(-4 \in \mathbb{N})$ et $\left((\forall x \in \mathbb{R}) : x^2 \geq 0\right)$ ».
- P_5 : « $4 - 1 = 3 \Rightarrow -7 \in \mathbb{Z}$ ».

- P_6 : « $3 \times 5 = 14 \Leftrightarrow 20$ est pair ».

Exercice 10

Donner la négation des propositions suivantes :

- P_1 : « $(\forall x \in \mathbb{R}) : x^2 \geq x$ ».
- P_2 : « $(\forall x \in \mathbb{R})(\exists y \in \mathbb{R}) : x^2 = y - 3$ ».
- P_3 : « $(\exists a \in \mathbb{R}) : a + 6 < 0$ et $a(a + 2) - 6 = 17$ ».