1 BAC Sciences Economie Lycée Med VI - Taliouine	**Serie des exercices** **Les Matrices et Les Systèmes**	*Prof . Taher Bouyguir* *2022-2023*

Exercice n° 1

Soient les deux matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -2 \\ 4 & 4 \end{pmatrix} \text{ et } B = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$$

1) Calculer : $A + B$ et $A + 2B$ et $-3A$.

2) a- Calculer $-2B$.

b- Déduire qu'il existe un réel α tel que : $B = \alpha A$

Exercice n° 2

On considère les matrices

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ et } B = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ 3 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Calculer les matrices suivants:

$A + 6B$; $B - 5A$ et $2B - 5A$

Exercice n° 3

On considère les deux matrices:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -2 \\ -2 & 1 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ et } B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -2 \\ 0 & -1 & 2 \\ -1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

1) Calculer AB et BA .

2) Que peut-on dire des matrices A et B .

Exercice n° 4

Soient les deux matrices suivantes :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{pmatrix} \text{ et } B = \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$$

1) Calculer A+B .

2) a- Calculer $(A + B)^2$

b- Calculer $A^2 + 2AB + B^2$.

3) Avec le produit matriciel, donner l'expression du développement $(A + B)^2$.

Exercice n°5

On considère les deux matrices:

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 5 \\ 2 & 4 & 1 \\ -1 & -3 & 0 \end{pmatrix} \text{ et } B = \begin{pmatrix} 7 & 2 & -5 \\ 0 & -6 & 1 \\ 4 & 3 & -1 \end{pmatrix}$$

1) Calculer $A + B$; $A - 3B$; A^2; B^2 et $2AB$.

2) Ecrire A sous la forme $A = 2I_3 + N$ avec I_3 est la matrice unité de taille 3.

3) a- Comparer $(A + B)^2$ et $A^2 + 2A.B + B^2$.

b- Développer l'expression $(A + B)^2$.

Exercice n° 6

On considère les matrices suivants:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \text{ et } B = \begin{pmatrix} -3 & 1 & 1 \\ 1 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -3 \end{pmatrix}$$

$$\text{Et } I = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

1) Vérifier que $B = A - 4I$.

2) Trouver une expression reliée B et B^2 et I.

3) Trouver une relation entre A ; A^2.

4) Déterminer une matrice C tell que $BC = I$.

Exercice n° 7

Effectuer le produit matriciel AB dans chacun cas suivantes:

1) $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

2) $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

3) $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -3 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$

Exercice n° 8

Résoudre les systèmes suivants en utilisant la méthode de gauss:

1) $\begin{cases} x + y + z = 2 \\ x - y + z = 5 \\ x + y - z = 0 \end{cases}$

2) $\begin{cases} 2x + y + z = 4 \\ x - 2y + z = 1 \\ x + y - 2z = 1 \end{cases}$

3) $\begin{cases} x + 2y + 3z = 1 \\ 2x - y + 4z = -2 \\ -x + y - z = -1 \end{cases}$

4) $\begin{cases} 2x + y + z = 4 \\ -x + 2y + z = -3 \\ x - y + 2z = 5 \end{cases}$

Exercice n° 3

On considère la matrice A telle que :

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Etablir que pour tout n de $\mathbb{N}^*$:

$$A^n = \begin{pmatrix} 2^n & 0 \\ 2^n - 1 & 1 \end{pmatrix}$$