Lycée : Med VI - Taliouine	**Produit scalaire dans le plan**	1 Bac Sciences Expérimentales
Année scolaire : 2022/2023	Série N°4	Prof : Taher Bouyguir

Exercices d'application

Exercice 1

Calculer le produit scalaire $\vec{u}.\vec{v}$ dans chacun des cas :

1. $\vec{u}(3;-4)$ et $\vec{v}(2;1)$
2. $\vec{u}(0;2)$ et $\vec{v}(1;-1)$
3. $\vec{u}(-3;-1)$ et $\vec{v}(-2;-1)$

Exercice 2

Soient les points $A(1;-2)$; $B(0;3)$ et $C(4;-1)$.

1. Calculer : $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$.
2. Calculer les distances AB , AC et BC

Exercice 3

Vérifier si les deux vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux dans chacun des cas :

1. $\vec{u}(3;2)$ et $\vec{v}(-2;3)$
2. $\vec{u}(-4;1)$ et $\vec{v}(-1;4)$
3. $\vec{u}(3;-1)$ et $\vec{v}(2;6)$
4. $\vec{u}(0;-4)$ et $\vec{v}(2;-2)$

Exercice 4

Déterminer $cos(\vec{u},\vec{v})$ et $sin(\vec{u},\vec{v})$ dans chacun des cas suivants :

1. $\vec{u}(4;3)$ et $\vec{v}(1;-3)$
2. $\vec{u}(\sqrt{3};1)$ et $\vec{v}(1;\sqrt{3})$
3. $\vec{u}(-2;1)$ et $\vec{v}(-4;-3)$

Exercice 5

Donner un vecteur normal à la droite (D) dans chacun des cas suivants :

a) $(D) : 3x-5y=8$ b) $(D) : 4x-7=0$

c) $(D) : y+11=0$ d) $(D) : \sqrt{2}x-\sqrt{3}y=x$

Exercice 6

Déterminer une équation cartésienne de la droite (D) passant par le point A et de vecteur normal $\vec{n}$, dans les cas suivants :

1. $A(3;-2)$ et $\vec{n}(2;1)$
2. $A(-1;1)$ et $\vec{n}(5;-2)$
3. $A(0;4)$ et $\vec{n}(-2;1)$

Exercice 7

Étudier la perpendicularité des deux droite (D) et (D') dans chacun des cas suivants :

1. (D):$x-2y+3=0$ et $(D') : 6x+3y-4=0$
2. (D):$2x-y+5=0$ et $(D') : x-2y+1=0$
3. (D):$2y-3=0$ et $(D') : x+4=0$

Exercice 8

Calculer la distance du point A à la droite (D) dans chacun des cas suiavnts :

1. $A(-2;3)$ et $(D) : x-2y+4=0$
2. $A(1;-4)$ et $(D) : 2x+1=0$
3. $A(-5;-3)$ et $(D) : y=5$

Exercice 9

Donner une équation cartésienne du cercle (C) de centre Ω et de rayon R dans chacun des cas :

a) $\Omega(-1;2)$ et $R=\sqrt{3}$ b) $\Omega(3;0)$ et $R=2$

c) $\Omega(0;2)$ et $R=\sqrt{2}$ d) $\Omega(-3;-2)$ et $R=1$

Exercice 10

Donner une équation cartésienne du cercle (C) de centre Ω et passant par le point A dans chacun des cas :

a) $\Omega(-1;2)$ et $A(3;-2)$ b) $\Omega(3;0)$ et $A(1;3)$

c) $\Omega(0;2)$ et $A(-1;-1)$ d) $\Omega(-3;-2)$ et $A(0;1)$

Exercice 11

Donner une équation cartésienne du cercle (C) de diamètre $[AB]$ dans chacun des cas :

a) $A(-1;2)$ et $B(3;-2)$ b) $A(3;0)$ et $B(1;3)$

c) $A(0;2)$ et $B(-1;-1)$ d) $A(-3;-2)$ et $B(0;1)$

Exercice 12

Donner une représentation paramétrique du cercle $C(\Omega;R)$ dans chacun des cas suivants :

a) $\Omega(-1;2)$ et $R=\sqrt{3}$ b) $\Omega(3;0)$ et $R=2$

c) $\Omega(0;2)$ et $R=\sqrt{2}$ d) $\Omega(-3;-2)$ et $R=1$

Exercice 13

Déterminer la nature de (E) l'ensemble des ponts $M(x;y)$ qui vérifient :

1. (E) : $x^2+y^2-2x+4y=0$
2. (E) : $x^2+y^2+6x+2y+10=0$
3. (E) : $x^2+y^2+4x-2y+8=0$
4. (E) : $x^2+y^2-2x-2y-2\geq 0$
5. (E) : $x^2+y^2+4x-6y+4<0$

Exercice 14

Étudier la position relative du cercle (C) de centre $\Omega(1;2)$ et de rayon 2 et la droite (D) dans chacun des cas :

1. (D) : $x+y+2=0$
2. (D) : $\sqrt{3}x+y+2-\sqrt{3}=0$
3. (D) : $x-y+2=0$

Exercice 15

Soit (C) le cercle de centre $\Omega(2;-1)$ et de rayon $R=\sqrt{17}$.

1. Vérifier que le point $A(1;3)$ appartient au cercle (C).
2. Déterminer une équation cartésienne de la droite (D) tangente au cercle (C) en A.

Exercices d'entrainement

Exercice 16

Calculer $\vec{u}.\vec{v}$, $\|\vec{u}\|$ et $\|\vec{v}\|$ dans les cas suivants :

1. $\vec{u}=3\vec{i}-\vec{j}$ et $\vec{v}=2\vec{i}+5\vec{j}$
2. $\vec{u}=\vec{i}$ et $\vec{v}=\vec{i}-2\vec{j}$
3. $\vec{u}=-\vec{j}$ et $\vec{v}=-3\vec{i}$

Exercice 17

Dans chacun des cas suivants, déterminer le réel k pour que les deux vecteur $\vec{u}$ et $\vec{v}$ soient orthogonaux.

1. $\vec{u}(3-k;2)$ et $\vec{v}(1;-2k)$
2. $\vec{u}(-2;1+k)$ et $\vec{v}(k;-3)$
3. $\vec{u}=-\vec{i}+2\vec{j}$ et $\vec{v}=2\vec{i}+\left(k-\frac{1}{2}\right)\vec{j}$

Exercice 18

Déterminer $cos(\vec{u},\vec{v})$ et $sin(\vec{u},\vec{v})$ dans chacun des cas suivants :

1. $\vec{u}=2\vec{i}-\vec{j}$ et $\vec{v}=\vec{i}+2\vec{j}$
2. $\vec{u}=2\vec{i}+2\sqrt{3}\vec{j}$ et $\vec{v}=\vec{j}$

Exercice 19

On considère les points $A(-1;2)$, $B(-3;6)$ et $C(-7;-1)$.

1. Montrer que le triangle ABC est rectangle en A.
2. Calculer AB , AC et BC.

Exercice 20

On considère les points $A(0;\sqrt{3})$, $B(1;2\sqrt{3})$ et $C(1;0)$.

1. Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$
2. Déterminer $cos(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$ et $sin(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$

Exercice 21

Déterminer une équation cartésienne de la droite (D) passant par le point A et de vecteur normal $\vec{n}$ dans chacun des cas suivants :

1. $A(-1;2)$ et $\vec{n}=3\vec{i}-\vec{j}$
2. $A(3;1)$ et $\vec{n}=-\vec{i}+2\vec{j}$

Exercice 22

Déterminer une équation cartésienne de la médiatrice du segment $[AB]$, dans chacun des cas suivants :

a) $A(0;-2)$ et $B(4;-1)$ b) $A(-1;1)$ et $B(3;3)$

Exercice 23

On considère les points $A(2;-3)$, $B(6;-5)$ et $C(4;0)$.

1. Soit (D) la hauteur du triangle ABC passant par B. Déterminer une équation cartésienne de (D).
2. Déterminer les coordonnées du point H, qui représente la projection orthogonale de B sur la droite (AC).
3. Calculer l'aire du triangle ABC en unité d'aire

Exercice 24

On considère les points $B(1;3)$ et $C(-1;-5)$. Est-ce que les points $A(-8;1)$, $D(2;-1)$ et $E(-4;0)$ appartiennent-ils à la médiatrice du segment $[BC]$?

Exercice 25

Soient (D) et (D') deux droite dont les équations cartésiennes sont : (D) : $2x+3y+4=0$ et (D') : $(2m-1)x+(1-m)y-1=0$ Déterminer le réel m pour que les deux droites (D) et (D') soient perpendiculaires.

Exercice 26

Déterminer une équation cartésienne de la droite $(\triangle)$ perpendiculaire à la droite (D) dans chacun des cas suivants :

1. (D) a pour équation cartésienne : $x-2y+3=0$ et $A(2;3) \in (\triangle)$.
2. (D) a pour représentation paramétrique : $\begin{cases} x=1-2t \\ y=3+5t \end{cases}$, $(t \in \mathbb{R})$ et $A(5;-1) \in (\triangle)$.

Exercice 27

On considère les points $A(-4;1)$, $B(-1;2)$ et $C(1;-4)$. Soit H le projeté orthogonal de B sur la droite (AC).

1. Calculer $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$.
2. En déduire la nature du triangle ABC.
3. Déterminer une équation cartésienne de la droite (AC).
4. Calculer la distance BH.

Exercice 28

Donner une équation cartésienne du cercle (C) dans chacun des cas suivants :

1. (C) de centre $\Omega(-3;2)$ et de rayon $R=\sqrt{5}$.
2. (C) de centre $\Omega(4;-1)$ et passe par $A(1;5)$.
3. (C) de diamètre $[AB]$ tels que $A(0;-2)$ et $B(-1;4)$.
4. (C) de centre $\Omega(-1;3)$ et tangent à la droite (D) : $3x-4y=0$

Exercice 29

Donner une représentation paramétrique du cercle (C) dans chacun des cas suivants :

1. $x^2+y^2+4x-6y+11=0$
2. $x^2+y^2-8x+6y+16=0$

Exercice 30

Déterminer une équation cartésienne du cercle (C) qui passe par deux points $A(-1;1)$ et $B(2;-1)$ et son centre appartient à la droite (D) d'équation $2x+y-6=0$

Exercice 31

Soit (C) le cercle dont l'équation cartésienne est :

$$x^2+y^2+4x+2y+3=0$$

1. Déterminer le centre et le rayon du cercle (C)
2. Vérifier que le point $A(-1;-2)$ appartient à (C)
3. Donner l'équation cartésienne de la droite (D) tangente au cercle (C) au point A.

Exercice 32

On considère le cercle (C) d'équation cartésienne :

$$x^2+y^2+x-2y=10$$

et la droite (D) d'équation $2x+y=0$

1. Déterminer le centre Ω et le rayon du cercle (C).
2. Calculer la distance $d(\Omega,(D))$ et en déduire la position relative de la droite (D) et le cercle (C)
3. Déterminer les points d'intersection de (D) et (C).
4. Résoudre graphiquement le système

$$\begin{cases} x^2+y^2+x-2y-10 \leq 0 \\ 2x+y>0 \end{cases}$$

Exercice 33

Soient $A(3;-2)$ et $B(1;2)$ deux points du plan.

1. Donner une équation cartésienne du cercle (C) de centre A et passant par B.
2. Déterminer les points d'intersection du cercle (C) et l'axe des abscisses.
3. Donner une représentation paramétrique et une équation cartésienne de la droite (D) passant par le point B et de vecteur normal $\vec{n}(2;1)$
4. Déterminer les points d'intersection de (D) et (C).
5. Résoudre graphiquement le système

$$\begin{cases} x^2+y^2-6x+4y-7<0 \\ 2x+y-4\leq 0 \end{cases}$$

Exercice 34

On considère les points $A\left(1;\frac{5}{2}\right)$, $B\left(1;\frac{-3}{2}\right)$ et $C\left(-1;\frac{1}{2}\right)$.

1. Montrer que le triangle ABC est rectangle en C.
2. Déterminer une équation cartésienne du cercle circonscrit au triangle ABC.
3. Montrer que le centre du cercle (C) est $\Omega\left(1;\frac{1}{2}\right)$ et son rayon est 2.
4. On considère la droite (D) d'équation cartésienne $x+2y=0$.
   (a) Étudier la position relative de la droite (D) et du cercle (C).
   (b) Déterminer les points d'intersection de (D) et (C).
5. Résoudre graphiquement le système

$$\begin{cases} x^2+y^2-2x-y-\frac{11}{4}\leq 0 \\ x+2y-4\leq 0 \end{cases}$$