1ére Bac Sciences expérimentales — Lycée qualifiant Elmaarifa

Dans tous ces exercices, on considère que le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$

Exercice 1 :

On considère les points : $A(1;-3), B(3;7)$ et $C(-3;1)$.

1) Montrer que le triangle ABC est rectangle en C.

2) Calculer la surface du triangle ABC.

Exercice 2 :

On considère les points : $A(-1;3), B\left(3;\sqrt{5}\right)$ et $C(2;-3)$.

1) Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CB}$.

2) Quelle est la nature de triangle ABC ?

Exercice 3 :

Soient $\vec{u}(-1;-1)$ et $\vec{v}(2;0)$ deux vecteurs du plan.

1) Calculer $\cos(\vec{u};\vec{v})$ et $\sin(\vec{u};\vec{v})$.

2) En déduire une mesure de l'angle orienté $(\widehat{\vec{u};\vec{v}})$.

Exercice 4 :

Soient $A(3;3), B(1;1)$ et $C(1;3)$ trois points du plan.

1) Déterminer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

2) Calculer $\cos\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$ et $\sin\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$

3) En déduire une mesure de l'angle orienté $\left(\widehat{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}}\right)$.

Exercice 5 :

Donner les coordonnées d'un vecteur normal à la droite (D) dans chacun des cas suivants :

$(D): 2x-y+8=0$; $(D): 5y+9=0$; $(D): -3x-6y=7$; $(D): x=0$

Exercice 6 :

Déterminer une équation cartésienne de la droite (D) qui passe par $A(0;1)$ et qui admet $\vec{n}(2;1)$ comme vecteur normal.

Exercice 7 :

Etudier la position relative de (D) et (D'), sachant que : $(D): 2x+3y-1=0$ et $(D'): \frac{3}{2}x-y+4=0$.

Exercice 8 :

On considère les points : $A(-2;0), B(4;2)$ et $C(0;4)$.

1) Déterminer une équation cartésienne de la droite (D) perpendiculaire à la droite (AB) passant par C.

2) Montrer que la droite (D) est la médiatrice du segment $[AB]$.

3) Déterminer une équation cartésienne de la droite (Δ) parallèle à la droite (AB) passant par C.

Exercice 9 :

On considère les points : $A(-1;0), B(3;2)$ et $C(4;5)$.

1) Montrer que : $2x+y-3=0$ est une équation cartésienne de la droite (D) la médiatrice de $[AB]$.

2) Montrer que : $x+y-5=0$ est une équation cartésienne de la droite de (Δ) la hauteur du triangle ABC qui passe par B.

3) Soit H la projection de C sur (D), calculer la distance CH.

Exercice 10 :

On considère les points : $A(1;2), B(3;4)$ et $C(0;3)$.

1) Déterminer une équation cartésienne de la droite (D) médiatrice du segment $[AB]$.

2) Déterminer une équation cartésienne de la droite (Δ) la hauteur du triangle ABC passant par A.

Exercice 11 :

Soient $A(-1;-3)$ et $B(3;2)$ deux points du plan.

1) Montrer que : $5x-4y-7=0$ est une équation cartésienne de la droite (AB).

2) Calculer la distance de O à (AB).

3) En déduire la surface du triangle OAB.

4) Déterminer les coordonnées de H la projection orthogonale de O sur (AB).

Exercice 12 :

On considère les points : $A(1;1), B(-1;3)$ et $M(x;y)$.

1) Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB}$ en fonction de x et y.

2) Soit (D) l'ensemble des points $M(x;y)$ du plan vérifiant : $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB} = 2$.

a- Montrer que l'ensemble (D) est une droite d'équation cartésienne : $x - y + 5 = 0$.

b- Montrer que les droites (D) et (AB) sont orthogonales.

Exercice 13 :

On considère les points : $A(-2;2), B\left(4;\frac{1}{2}\right)$ et $C(3;5)$.

1) a- Calculer AB, AC et BC.

b- Calculer $\cos\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$ et $\sin\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$ puis en déduire une mesure de l'angle orienté $\left(\widehat{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}}\right)$.

2) Déterminer une équation cartésienne de la droite (Δ) passant par C et perpendiculaire à la droite (AB).

3) Calculer la distance de C à la droite (Δ).

4) Soit H la projection orthogonale de C sur (AB). Montrer que : $AH = d\big(C;(\Delta)\big)$.

Exercice 14 :

On considère les points : $A(1;3), B(-2;1)$ et $C(3;0)$.

1) Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CB}$ puis en déduire la nature de triangle ABC.

2) Montrer que $\begin{cases} x = 3 - 5t \\ y = t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ est une représentation paramétrique de la droite (BC).

3) Soit (D) la droite passant par A et perpendiculaire à la droite (BC).

a- Montrer que : $5x - y - 2 = 0$ une équation cartésienne de la droite (D).

b- Montrer que le couple de coordonnées du point H, intersection des droites (D) et (BC) est $\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$.

c- En déduire la distance $d\big(A;(BC)\big)$.

4) Calculer par deux façons différentes l'aire du triangle ABC.

Exercice 15 :

1) Déterminer une équation cartésienne du cercle $(\mathcal{C}_1)$ de centre $\Omega(1;3)$ et de rayon $r = 3$.

2) Déterminer une équation cartésienne du cercle $(\mathcal{C}_2)$ de centre $\Omega(-2;1)$ et passe par $A(1;4)$.

3) Déterminer une équation cartésienne du cercle $(\mathcal{C}_3)$ de diamètre $[AB]$ avec $A(1;2)$ et $B(-3;1)$.

Exercice 16 :

Déterminer par deux méthodes une équation cartésienne du cercle de diamètre $[AB]$ avec $A(1;1)$ et $B(1;3)$.

Exercice 17 :

Déterminer une représentation paramétrique du cercle $(\mathcal{C})$ de centre $\Omega(1;-2)$ et de rayon $r = \sqrt{2}$.

Exercice 18 :

Déterminer l'ensemble $(\mathcal{C})$ des points $M(x;y)$ du plan tel que : $\begin{cases} x = 3 + \sqrt{3}\cos\theta \\ y = 1 + \sqrt{3}\cos\theta \end{cases}$ avec $\theta \in \mathbb{R}$.

Exercice 19 :

Déterminer dans chaque cas la nature de l'ensemble $(\mathcal{E})$ des points $M(x;y)$ vérifiant :

$(\mathcal{E}) : x^2 + y^2 - 2x - 6y + 6 = 0$

$(\mathcal{E}) : x^2 + y^2 - 6x + 2y + 10 = 0$

$(\mathcal{E}) : x^2 + y^2 - x + 3y - 4 = 0$

$(\mathcal{E}) : x^2 + y^2 - 4x - 2y + 7 = 0$

$(\mathcal{E}) : x^2 + y^2 - 9 = 0$

$(\mathcal{E}) : x^2 + y^2 - 4x + 5 = 0$

Exercice 20 :

Soit $(\mathcal{C})$ le cercle d'équation cartésienne : $x^2 + y^2 + 4x + 4y - 2 = 0$

et (D) la droite d'équation : $x + 3y - 2 = 0$

1) Déterminer le centre et le rayon de $(\mathcal{C})$.

2) Montrer que (D) est une droite tangente à $(\mathcal{C})$.

3) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de $(\mathcal{C})$ et (D).

Exercice 21 :

Soit $(\mathcal{C})$ le cercle de centre $\Omega(1;2)$ et de rayon $r=2$.

Etudier la position relative du cercle $(\mathcal{C})$ et la droite (D) dans chacun des cas suivants :

$(D_1): x+y+2=0$; $(D_2): x-y+3=0$; $(D_3): y=4$

Exercice 22 :

Soit $(\mathcal{C})$ l'ensemble des points $M(x;y)$ du plan vérifiant : $x^2+y^2-2x+4y+1=0$.

1) Montrer que l'ensemble $(\mathcal{C})$ est un cercle dont on déterminera le centre et le rayon.

2) Montrer que l'axe des abscisses est tangent au cercle $(\mathcal{C})$, et déterminer leur point de contact.

Exercice 23 :

Soit $(\mathcal{C})$ le cercle d'équation : $x^2+y^2-4x-2y+1=0$

1) Vérifier que : $A(0;1)\in(\mathcal{C})$.

2) Déterminer une équation de la tangente au cercle $(\mathcal{C})$ en A.

Exercice 24 :

On considère le point $A(4;-2)$ et le cercle $(\mathcal{C})$: $x^2+y^2-6x-4y-3=0$ et la droite $(\Delta): x-3y-5=0$.

1) a- Déterminera le centre Ω et le rayon r de $(\mathcal{C})$.

b- Montrer que A est à l'extérieur de $(\mathcal{C})$.

2) a- Etudier la position relative du cercle $(\mathcal{C})$ et la droite (Δ).

b- Déterminer les coordonnées de B et C les points l'intersection de (Δ) et $(\mathcal{C})$ avec $y_C<0$.

3) a- Montrer que les droites (AB) et (AC) sont orthogonales.

b- Montrer que les droites (AB) et (AC) sont tangentes au cercle $(\mathcal{C})$.

Exercice 25 :

Soit $(\mathcal{C})$ le cercle de centre $\Omega(-3;1)$ et passant par le point $A(0;2)$, et soit (D) la droite d'équation : $y=x$.

1) Déterminer une équation cartésienne du cercle $(\mathcal{C})$.

2) Déterminer l'intersection de la droite (D) et le cercle $(\mathcal{C})$.

3) Déterminer une équation cartésienne de la droite (Δ) passant par Ω et perpendiculaire à la droite (D).

4) Résoudre graphiquement le système : $\begin{cases} x^2+y^2+6x-2y\leq 0 \\ x-y<0 \\ x+y+2>0 \end{cases}$

Exercice 26 :

Soit $(\mathcal{C})$ l'ensemble des points $M(x;y)$ du plan vérifiant : $x^2+y^2+4x-2y=0$.

1) Montrer que l'ensemble $(\mathcal{C})$ est un cercle dont on déterminera le centre Ω et le rayon r.

2) On considère le point $A(-1;-1)$.

a- Vérifier que : $A\in(\mathcal{C})$.

b- Déterminer une équation cartésienne de la droite (Δ) tangente au cercle $(\mathcal{C})$ en A.

3) Soit (D) la droite d'équation : $2x+y+3=0$.

a- Etudier la position relative du cercle $(\mathcal{C})$ et la droite (D).

b- Déterminer les points l'intersection de la droite (D) et le cercle $(\mathcal{C})$.

4) Résoudre graphiquement le système : $\begin{cases} x^2+y^2+4x-2y<0 \\ 2x+y+3\geq 0 \end{cases}$

Exercice 27 :

On considère les points : $A(1;1), B(-2;2)$ et $C(0;3)$.

1) a- Calculer CA, CB et $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}$.

b- Quelle est la nature du triangle ABC ?

c- Calculer $\cos\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$ et $\sin\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right)$; en déduire une mesure de l'angle orienté $\left(\widehat{\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}}\right)$.

d- Calculer l'aire du triangle ABC.

2) Soit $(\mathcal{C})$ le cercle de centre $\Omega\left(-\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$ et de rayon $\frac{\sqrt{10}}{2}$.

a- Déterminer une équation cartésienne du cercle $(\mathcal{C})$.

b- Montrer que $(\mathcal{C})$ est le cercle circonscrit au triangle ABC.

c- Déterminer une équation cartésienne de la tangente (Δ) au le cercle $(\mathcal{C})$ au point $A(1;1)$.

3) On considère la droite (D) d'équation : $3x - y + m = 0$ où m est un paramètre réel.

Déterminer les valeurs de m, sachant que (D) est tangente au le cercle $(\mathcal{C})$.

4) Résoudre graphiquement le système : $\begin{cases} x^2 + y^2 + x - 3y < 0 \\ 3x - y + 3 < 0 \\ x + y > 0 \end{cases}$

Exercice 28 :

Considérons les points : $A(7;0)$, $B(2;5)$, $C(3;3)$ et $D(1;1)$

1) Montrer que les droites (AB) et (CD) sont orthogonales.

2) a- Déterminer les coordonnées du point I milieu du segment $[AB]$.

b- Déterminer les coordonnées du point J milieu du segment $[CD]$.

3) a- Déterminer une équation cartésienne de la droite (Δ) médiatrice du $[AB]$.

b- Déterminer une équation cartésienne du cercle $(\mathcal{C})$ de diamètre $[CD]$ de deux façons différentes.

4) a- Montrer que la droite (Δ) est tangente à $(\mathcal{C})$.

b- Déterminer les coordonnées du point H point de tangence entre (Δ) et $(\mathcal{C})$.

5) Construire les points A, B, C et D, la droite (Δ) et le cercle $(\mathcal{C})$.

Exercice 29 :

Considérons le triangle ABC où $A(2;1)$, $B(5;0)$ et $C(7;6)$.

1) a- Montrer que le triangle ABC est rectangle en B.

b- En déduire les coordonnées du point Ω le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.

2) Déterminer les coordonnées du point G centre de gravité de ABC.

3) Déterminer les coordonnées du point H, orthocentre du triangle ABC.

4) Vérifier que les points Ω, G et H sont alignés.

Exercice 30 :

On considère les points : $A(2;0)$, $B(2+\sqrt{3};1)$ et $C(\sqrt{3};1)$, et le cercle $(\mathcal{C})$ de centre O et de rayon $r = 2$.

1) a- Vérifier que les points A et C appartiennent au cercle $(\mathcal{C})$.

b- Montrer que les segments $[OB]$ et $[AC]$ ont le même milieu.

c- En déduire que le quadrilatère $OABC$ est un losange.

2) a- Vérifier que $\frac{\pi}{6}$ est une mesure de l'angle orienté $\left(\widehat{\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OC}}\right)$.

b- Déterminer une mesure de l'angle $\left(\widehat{\overrightarrow{OA};\overrightarrow{OB}}\right)$.

c- En déduire que : $\cos\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{2+\sqrt{3}}}{2}$ et $\sin\frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{2-\sqrt{3}}}{2}$.

Exercice 31 :

On considère les points : $A\left(\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{1}{2}\right)$, $B\left(\frac{1}{2};-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ et $C\left(\frac{1+\sqrt{3}}{2};\frac{1-\sqrt{3}}{2}\right)$.

1) Vérifier que les points A et B appartiennent au cercle trigonométrique.

2) a- Montrer que les segments $[OC]$ et $[AB]$ ont le même milieu.

b- Calculer $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}$ et $\overrightarrow{OC}.\overrightarrow{AB}$.

c- Montrer que le quadrilatère $OACB$ est un carré.

3) a- Vérifier que $\frac{\pi}{6}$ est une mesure de l'angle orienté $\left(\vec{\imath};\widehat{\overrightarrow{OA}}\right)$.

b- Déterminer une mesure de l'angle $\left(\widehat{\overrightarrow{OC};\vec{\imath}}\right)$.

c- En déduire la valeur de : $\cos\frac{\pi}{12}$ et $\sin\frac{\pi}{12}$.