SÉRIE D'EXERCICES N° 6 | VERSION ÉLÈVE

1ère Spé Maths

Produit scalaire

Prof. Taher Bouyguir | www.proftaher.com

Exercice 1 : Avec la définition

1. $AB = 6$, $AC = 5$ et $\widehat{BAC} = \dfrac{\pi}{6}$. Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.
2. $\|\vec{u}\| = 2$, $\|\vec{v}\| = 3$ et $(\vec{u}, \vec{v}) = \dfrac{2\pi}{3}$. Calculer $\vec{u} \cdot \vec{v}$.
3. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -6$, $\|\vec{u}\| = 3$ et $\|\vec{v}\| = 4$. Déterminer une mesure de l'angle $(\vec{u}, \vec{v})$.

Exercice 2 : Avec des projections

1. ABC est équilatéral de côté 4 et H est le milieu de $[BC]$. Calculer $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AH}$.
2. $ABCD$ est un carré de côté 5 de centre O. Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AO}$ et $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{BD}$.

Exercice 3 : Avec les normes

1. ABC est un triangle tel que $AB = 5$, $AC = 7$ et $BC = 8$. Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$ puis une mesure approchée de $\widehat{BAC}$.
2. $\|\vec{u}\| = 2$, $\|\vec{v}\| = 3$ et $\vec{u} \cdot \vec{v} = -1$. Calculer $\|\vec{u} + \vec{v}\|$ et $\|\vec{u} - \vec{v}\|$.

Exercice 4 : Un triangle en coordonnées

Dans un repère orthonormé, on donne $A(2\,;1)$, $B(5\,;5)$ et $C(-2\,;4)$.

1. Calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$. Que peut-on en déduire ?
2. Calculer AB et AC. Préciser la nature du triangle ABC.

Exercice 5 : Calculer un angle

Dans un repère orthonormé, on donne $\vec{u}\,(1\,;2)$ et $\vec{v}\,(3\,;1)$. Calculer $\vec{u} \cdot \vec{v}$, $\|\vec{u}\|$, $\|\vec{v}\|$, puis la mesure de l'angle $(\vec{u}, \vec{v})$.

Exercice 6 : Orthogonalité et paramètre

1. Déterminer le réel m tel que $\vec{u}\,(m\,;m+1)$ et $\vec{v}\,(2\,;-3)$ soient orthogonaux.
2. Soit $A(1\,;3)$ et $B(4\,;-1)$. Déterminer le point D de l'axe des abscisses tel que le triangle ABD soit rectangle en A.

Exercice 7 : Distance entre deux bateaux

Deux bateaux partent d'un port A. Le premier rejoint le point B à 12 km de A, le second le point C à 9 km de A. L'angle $\widehat{BAC}$ mesure $50°$. Calculer la distance BC, arrondie à $0{,}01$ km.

Exercice 8 : Les angles d'un triangle

Un triangle ABC a pour côtés $BC = 8$, $AC = 7$ et $AB = 6$. Calculer une mesure approchée au dixième de degré de chacun de ses angles.

Exercice 9 : Cercle de diamètre $[AB]$

Dans un repère orthonormé, on donne $A(1\,;-2)$ et $B(5\,;2)$. Soit $\mathcal{C}$ l'ensemble des points M tels que $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$.

1. Déterminer la nature de $\mathcal{C}$, son centre I et son rayon.
2. Les points $F(1\,;2)$, $G(5\,;-2)$ et $O(0\,;0)$ appartiennent-ils à $\mathcal{C}$?

Exercice 10 : Dans un carré

$ABCD$ est un carré de côté 4, I est le milieu de $[AB]$ et J le milieu de $[BC]$. On se place dans le repère orthonormé où $A(0\,;0)$, $B(4\,;0)$ et $D(0\,;4)$.

1. Donner les coordonnées de C, I et J.
2. Démontrer que les droites (DI) et (AJ) sont perpendiculaires.
3. Calculer une mesure approchée de l'angle $\widehat{IDJ}$.