SÉRIE D'EXERCICES N° 8

Étude des fonctions

1BAC SHF

Prof. Taher Bouyguir | www.proftaher.com

Exercice 1

Soit f la fonction définie par : $f(x) = x^2 + 2x - 3$.

1. Déterminer D_f et calculer les limites de f aux bornes de D_f.
2. Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variations de f.
3. Déterminer les extremums éventuels de f.
4. Déterminer les équations des tangentes (T) et (T') à $(\mathcal{C}_f)$ aux points d'abscisses respectives -1 et 1.
5. Déterminer les points d'intersection de $(\mathcal{C}_f)$ avec les axes du repère.
6. Construire $(\mathcal{C}_f)$ dans un repère orthonormé.

Exercice 2

Reprendre les questions de l'exercice 1 avec la fonction $f(x) = -2x^2 + x + 1$.

Exercice 3

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 4x^2 - 4x - 3$.

1. Calculer $f(0)$, $f\left(\frac{1}{2}\right)$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
2. a) Vérifier que : $(\forall x \in \mathbb{R}) : f'(x) = 4(2x - 1)$.
   b) Étudier le signe de $f'(x)$ et dresser le tableau de variations de f.
3. Déterminer les points d'intersection de $(\mathcal{C}_f)$ avec l'axe des abscisses.
4. Construire la courbe $(\mathcal{C}_f)$.

(Examen régional, Oujda, 2015)

Exercice 4

Soit f la fonction définie par : $f(x) = x^3 - 3x^2$.

1. Déterminer D_f et calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
2. Vérifier que : $(\forall x \in D_f) : f'(x) = 3x(x - 2)$.
3. Étudier le signe de $f'(x)$, puis dresser le tableau de variations de f.
4. Calculer $f(3)$, $f(1)$ et $f(-1)$.
5. Déterminer l'équation de la tangente à $(\mathcal{C}_f)$ au point d'abscisse 2.
6. Construire $(\mathcal{C}_f)$.

Exercice 5

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 3x^2 + 9x + 7$ et $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative.

1. Calculer $f(0)$ et $f(-3)$.
2. Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
3. Vérifier que : $(\forall x \in \mathbb{R}) : f'(x) = (x + 3)^2$.
4. Dresser le tableau de variations de f sur $\mathbb{R}$.
5. Déterminer l'équation de la tangente à $(\mathcal{C}_f)$ au point d'abscisse -1.

Exercice 6

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$.

1. Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
2. a) Vérifier que : $(\forall x \in \mathbb{R}) : f'(x) = 6x(x - 1)$.
   b) Étudier le signe de $x(x - 1)$ et dresser le tableau de variations de f.
   c) Vérifier que : $(\forall x \in \mathbb{R}) : f(x) = (x - 1)^2(2x + 1)$.
   d) Déterminer les points d'intersection de $(\mathcal{C}_f)$ avec l'axe des abscisses.
3. Construire la courbe $(\mathcal{C}_f)$.

(Examen régional, Tanger-Tétouan, 2018)

Exercice 7

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \dfrac{2x + 1}{x - 1}$.

1. Déterminer D_f.
2. Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to1^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)$.
3. Montrer que : $(\forall x \in D_f) : f'(x) = \dfrac{-3}{(x - 1)^2}$.
4. Dresser le tableau de variations de f sur D_f.
5. Déterminer les points d'intersection de $(\mathcal{C}_f)$

avec les axes du repère.

6 Montrer que l'équation de la tangente à $(\mathcal{C}_f)$ au point d'abscisse 2 est : $(T) : y = -3x + 11$.

7 Construire $(\mathcal{C}_f)$.

Exercice 8

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $f(x) = \dfrac{2x+2}{x}$.

1 Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to0^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$.

2 a) Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}^*) : f'(x) = \dfrac{-2}{x^2}$, et étudier les variations de f.

b) Déterminer les points d'intersection de $(\mathcal{C}_f)$ avec les axes du repère.

c) Construire $(\mathcal{C}_f)$.

Exercice 9

Soit f la fonction définie sur $]-\infty;2[\cup]2;+\infty[$ par : $f(x) = \dfrac{2x-1}{x-2}$.

1 Calculer $f(0)$, $f(3)$ et $f\left(\frac{1}{2}\right)$.

2 Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to2^-} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to2^+} f(x)$.

3 a) Montrer que : $f'(x) = \dfrac{-3}{(x-2)^2}$.

b) Dresser le tableau de variations de f.

4 a) Montrer que l'équation de la tangente à $(\mathcal{C}_f)$ au point $A(3;5)$ est : $(T) : y = -3x + 14$.

b) Construire $(\mathcal{C}_f)$ dans un repère orthonormé.

c) Résoudre graphiquement l'inéquation : $\dfrac{2x-1}{x-2} \geq 5$.

(Examen régional, Tanger-Tétouan, 2017)

Exercice 10

Soient $f(x) = x^3 - 2x^2 - x + 2$ et $g(x) = x^3 - 3x^2 + 2$ deux fonctions dont les courbes $(\mathcal{C}_f)$ et $(\mathcal{C}_g)$ sont représentées ci-dessous. En utilisant ces graphes, résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et les inéquations suivantes :

$$x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0 \; ; \quad x^3 - 2x^2 - x + 2 \geq -x - 1 \; ; \quad x^3 - 3x^2 + 2 = 0 \; ; \quad x^3 - 3x^2 + 2 \leq 2.$$



