SÉRIE D'EXERCICES N° 1 | VERSION ÉLÈVE

1ère Spé Maths

Équations du second degré

Prof. Taher Bouyguir | www.proftaher.com

Organisation de la série

Partie A – Forme canonique et variations (ex. 1 à 5)
Partie B – Résoudre une équation du second degré (ex. 6 à 9)
Partie C – Se ramener au second degré, problèmes (ex. 10 à 15)

A Forme canonique et variations

Exercice 1 : Reconnaître un trinôme

Les fonctions suivantes sont-elles des polynômes du second degré ? Si oui, donner a, b, c.

a) $f(x) = (x-1)(x+3)$
b) $g(x) = 3 - x^2$
c) $h(x) = (x+1)^2 - x^2$
d) $k(x) = x(2x-1)+5$
e) $m(x) = \sqrt{x} + x^2$
f) $p(x) = -\dfrac{x^2}{2} + \pi$

Exercice 2 : Forme canonique avec l'identité

En utilisant $x^2 + 2bx = (x+b)^2 - b^2$, écrire sous forme canonique :

a) $x^2 + 6x + 5$
b) $x^2 - 4x + 1$
c) $x^2 + 5x$
d) $2x^2 - 12x + 7$
e) $-x^2 + 2x + 3$
f) $3x^2 + 6x$

Exercice 3 : Avec les formules de α et β

Déterminer la forme canonique en calculant $\alpha = -\dfrac{b}{2a}$ et $\beta = f(\alpha)$.

a) $f(x) = 3x^2 - 6x + 1$
b) $g(x) = -2x^2 - 8x + 3$
c) $h(x) = x^2 + x + 1$
d) $k(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x$

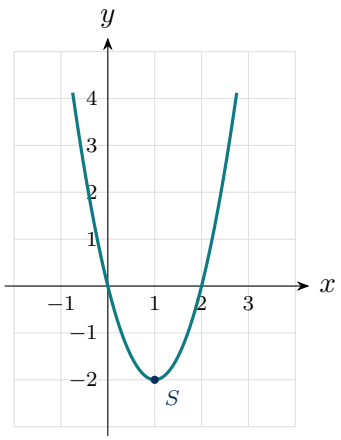
Exercice 4 : Variations et extremum

Pour les fonctions f et g de l'exercice 3 :

1. dresser le tableau de variations ;
2. préciser l'extremum, le sommet et l'axe de symétrie de la parabole.

Exercice 5 : Lecture graphique

On a tracé la parabole représentant une fonction f polynôme du second degré.



1. Lire les coordonnées du sommet S et les racines de f.
2. Écrire $f(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta$ et trouver a grâce au point $O(0\,;0)$.
3. En déduire la forme développée de $f(x)$, puis vérifier les racines.

B Résoudre une équation du second degré

Exercice 6 : Avec le discriminant

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

a) $x^2 - 5x + 6 = 0$
b) $2x^2 - 3x - 2 = 0$
c) $9x^2 - 6x + 1 = 0$
d) $x^2 + x + 1 = 0$
e) $-x^2 + 4x - 1 = 0$
f) $3x^2 + 2x - 8 = 0$

Exercice 7 : Sans discriminant

Résoudre dans $\mathbb{R}$ sans calculer Δ :

a) $3x^2 = 5x$

b) $x^2 - 7 = 0$

c) $(2x-1)^2 = 9$

d) $4x^2 + 1 = 0$

e) $(x+2)(3-x) = 0$

f) $x^2 - 10x + 25 = 0$

Exercice 8 : Racine évidente

Trouver une racine évidente, puis l'autre racine grâce au produit (ou à la somme) des racines.

a) $3x^2 - x - 2$

b) $x^2 + 4x - 21$

c) $5x^2 + 3x - 2$

d) $2x^2 - 7x + 5$

Exercice 9 : Somme et produit

Trouver, s'ils existent, deux réels dont :

a) la somme vaut 10 et le produit 21 ;

b) la somme vaut -1 et le produit -12 ;

c) la somme vaut 4 et le produit 5.

C Se ramener au second degré, problèmes

Exercice 10 : Équations bicarrées

Résoudre dans $\mathbb{R}$ en posant $X = x^2$:

a) $x^4 - 13x^2 + 36 = 0$;

b) $2x^4 + x^2 - 3 = 0$.

Exercice 11 : Autres changements

1 Résoudre dans $[0\,;+\infty[$ l'équation $x - 5\sqrt{x} + 6 = 0$ en posant $X = \sqrt{x}$.

2 Résoudre dans $\mathbb{R}^*$ l'équation $x + \dfrac{2}{x} = 3$.

Exercice 12 : Un paramètre

Déterminer les valeurs du réel m pour lesquelles l'équation $x^2 + mx + 9 = 0$ admet une unique solution. Donner alors cette solution.

Exercice 13 : Rectangle

Un rectangle a une aire de 60 m^2 et un périmètre de 32 m. Déterminer ses dimensions.

Exercice 14 : Le nombre d'or

Déterminer le nombre réel positif φ tel que $\varphi^2 = \varphi + 1$.

Exercice 15 : Lancer d'une balle

Une balle est lancée verticalement ; sa hauteur (en m) au bout de t secondes est $h(t) = -5t^2 + 20t + 1$.

1 Écrire $h(t)$ sous forme canonique. Quelle est la hauteur maximale atteinte ? À quel instant ?

2 Au bout de combien de temps la balle touche-t-elle le sol ? (valeur exacte puis arrondi au centième)