SÉRIE D'EXERCICES N° 4

Les suites numériques

1BAC SHF

Prof. Taher Bouyguir | www.proftaher.com

Exercice 1

On considère $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite arithmétique de raison $r = 3$ telle que $u_0 = \frac{1}{2}$.

1. Calculer u_1 et u_{10}.
2. Écrire u_n en fonction de n.
3. Vérifier que $\frac{301}{2}$ est un terme de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.
4. Calculer la somme : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{50}$.

Exercice 2

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $(\forall n \in \mathbb{N}) : u_n = -3 \times 2^n$.

1. Calculer u_0 et u_{10}.
2. Montrer que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique en déterminant sa raison.
3. Calculer la somme : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{10}$.

Exercice 3

On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par : $(\forall n \in \mathbb{N}) : u_n = -3n + \frac{1}{2}$.

1. Montrer que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite arithmétique en déterminant sa raison et son premier terme.
2. Calculer u_3, u_5 et u_{15}.
3. Calculer la somme $S = u_1 + u_2 + \cdots + u_{15}$.

Exercice 4

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite arithmétique telle que : $u_0 = 5$ et $u_8 + u_{10} = 64$.

1. Déterminer la raison r.
2. Déterminer u_n en fonction de n.
3. Calculer u_1, u_5 et u_{100}.
4. Calculer les sommes : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{10}$ et $S' = u_1 + u_2 + \cdots + u_{15}$.

Exercice 5

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite arithmétique de raison $r = 10$ telle que $u_0 = -100$.

1. Calculer u_1 et u_{20}.
2. Calculer la somme : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{20}$.

Exercice 6

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite arithmétique telle que $u_1 = -2$ et $u_2 = 3$.

1. Vérifier que la raison de cette suite est $r = 5$.
2. Calculer u_0 et vérifier que $u_{17} = 78$.
3. Calculer la somme : $S = u_1 + u_2 + \cdots + u_{17}$.

Exercice 7

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite arithmétique telle que $u_5 = -7$ et $u_8 = 2$, et soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par : $v_n = 25 \times \left(\frac{5}{3}\right)^n$.

1. a) Vérifier que la raison de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est $r = 3$.
   b) Calculer : $S_1 = u_0 + u_1 + \cdots + u_6$.
2. a) Montrer que (v_n) est une suite géométrique de raison $q = \frac{5}{3}$.
   b) Calculer la somme : $S_2 = v_0 + v_1 + \cdots + v_6$.

Exercice 8

Soit $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite arithmétique telle que :

$$\begin{cases} w_6 + w_9 + w_{13} = 192 \\ w_4 + w_{15} = 130 \end{cases}$$

Déterminer sa raison, son premier terme, puis son terme w_{30}.

Exercice 9

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{2}$ et de premier terme $u_0 = 1$.
Calculer les sommes : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{10}$ et $S' = u_5 + u_6 + \cdots + u_{20}$.

Exercice 10

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite arithmétique de raison $r = 4$ et de premier terme $u_0 = 11$.

1. Écrire u_n en fonction de n et vérifier que $u_{50} = 211$.
2. Trouver l'entier naturel n tel que $u_n = 2015$.
3. Calculer la somme : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{50}$.

(Examen régional, Oujda, 2015)

Exercice 11

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par : $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \dfrac{u_n}{3}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$.

1. Calculer u_1 et u_2.
2. Montrer que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique de raison $q = \frac{1}{3}$.
3. Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}) : u_n = \left(\frac{1}{3}\right)^n$.
4. Calculer la somme : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_9$.

(Examen régional, Tanger-Tétouan, 2018)

Exercice 12

1. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite arithmétique de raison $r = 5$ et de premier terme $u_0 = 3$.
   a) Calculer u_1 et u_2.
   b) Calculer la somme : $S = u_0 + u_1 + \cdots + u_{20}$.
2. Soit $(v_n)_{n\geq 1}$ une suite géométrique de raison q et de premier terme $v_1 = 4$, telle que $v_2 = 24$.
   a) Montrer que $q = 6$.
   b) Écrire v_n en fonction de n.

(Examen régional, Tanger-Tétouan, 2017)