SÉRIE D'EXERCICES N° 7 | VERSION ÉLÈVE

1ère Spé Maths

Variable aléatoire réelle

Prof. Taher Bouyguir | www.proftaher.com

Exercice 1 : Notations et langage

X est le nombre d'enfants d'une famille choisie au hasard dans un village. Sa loi est :

x_i	0	1	2	3	4
$P(X = x_i)$	0,15	0,3	0,35	0,15	0,05

1. Traduire en symboles puis calculer : « au moins deux enfants » ; « au plus un enfant » ; « plus de trois enfants » ; « entre un et trois enfants ».
2. Traduire par une phrase $P(X < 2)$.

Exercice 2 : Loi incomplète

La loi d'une variable aléatoire X est donnée par :

x_i	-1	0	2	5
$P(X = x_i)$	0,3	0,25	p	0,1

1. Calculer p.
2. Calculer $E(X)$ et $P(X > 0)$.

Exercice 3 : La roue de la fête

Une roue est partagée en 8 secteurs identiques : 1 secteur rapporte 10 €, 2 secteurs rapportent 5 € et les autres ne rapportent rien. Une partie coûte 3 €. On note X le gain net du joueur.

1. Déterminer la loi de X.
2. Calculer $E(X)$. Le jeu est-il favorable au joueur ?
3. Quel devrait être le prix d'une partie pour que le jeu soit équitable ?

Exercice 4 : Écart de deux dés

On lance deux dés équilibrés à six faces et on note X l'écart entre les deux numéros (le plus grand moins le plus petit).

1. À l'aide d'un tableau à double entrée, déterminer la loi de X.
2. Calculer $E(X)$.

Exercice 5 : Tirages sans remise

Une urne contient 3 boules rouges et 2 vertes. On tire successivement et **sans remise** deux boules. X est le nombre de boules rouges obtenues.

1. Construire un arbre pondéré.
2. Déterminer la loi de X et calculer $E(X)$.

Exercice 6 : Variance et écart type

La loi de X est : $P(X = 1) = 0{,}1$; $P(X = 2) = 0{,}2$; $P(X = 3) = 0{,}3$; $P(X = 4) = 0{,}4$.
Calculer $E(X)$, $E(X^2)$, puis $V(X)$ et $\sigma(X)$.

Exercice 7 : Degrés Celsius et Fahrenheit

La température X (en °C) à midi dans une ville en juillet a une espérance de 20 et un écart type de 4. La température en degrés Fahrenheit est $F = 1{,}8X + 32$. Calculer $E(F)$, $V(F)$ et $\sigma(F)$.

Exercice 8 : Deux jeux à comparer

Jeu A : on gagne 1 € ou on perd 1 € avec la même probabilité. Jeu B : on gagne 10 € ou on perd 10 € avec la même probabilité.
Calculer l'espérance et l'écart type du gain pour chaque jeu, puis comparer les deux jeux.

Exercice 9 : L'assureur

Un assureur vend un contrat 150 € par an. Chaque année, un client a un petit sinistre avec la probabilité $0{,}1$ (l'assureur paie alors 500 €) et un gros sinistre avec la probabilité $0{,}01$ (l'assureur paie $5\,000$ €). On note X le bénéfice annuel de l'assureur sur un contrat.

1. Déterminer la loi de X.
2. Calculer $E(X)$ et interpréter.
3. Quel est le prix minimal du contrat pour que l'assureur ne perde pas d'argent en moyenne ?