Lycée qualifiant Tariq Ben Zyad Niveau : TCSF	❖ DEVOIR SURVEILLÉ N° 1 ❖ Semestre 1 – Sujet A – Durée : 2 h	Professeur : Bouyguir Taher www.proftaher.com

Exercice 1 : 6 points

1. Soit $n \in \mathbb{N}$ On pose : $x = 2n+7$ et $y = 9n^2+15n+6$

   a) Étudier la parité de x ..... **[0,5 pt]** b) Vérifier que : $y = (3n+2)(3n+3)$ ..... **[0,5 pt]**

   c) En déduire la parité de y. ..... **[0,5 pt]** d) Montrer que $(x-1)\times y$ est un multiple de 6. **[1 pt]**

2. a) Montrer que 107 est un nombre premier ..... **[1 pt]**

   b) En déduire les diviseurs de 107 ..... **[0,5 pt]**

   c) Trouver les entiers naturels n pour que : $\dfrac{107}{n-5} \in \mathbb{N}, \quad n \neq 5$ ..... **[0,5 pt]**

3. Soit $p \in \mathbb{N}$ tel que p est pair, montrer que $p^3+(p+1)^2-1$ est un multiple de 8 ..... **[1,5 pt]**

Exercice 2 : 7 points

1. On considère les nombres $a = 168$ et $b = 180$.

   a) Décomposer a et b en produit de facteurs premiers ..... **[1,5 pt]**

   b) En déduire PGCD(a,b) et PPCM(a,b) ..... **[1 pt]**

   c) Simplifier $\dfrac{a}{b}$, puis montrer que $\sqrt{5\times b}$ est un entier naturel ..... **[1 pt]**

   d) Déterminer le plus petit entier naturel strictement positif m pour que $m \times ab$ soit un carré d'un entier naturel ..... **[1 pt]**

2. Déterminer les entiers naturels x et y, tels que : $xy-x+y-1=3$ ..... **[1,5 pt]**

3. **Problème :** Deux bus partent de la même station à des intervalles différents. Le premier bus part toutes les 15 minutes et le second toutes les 20 minutes. Ils partent ensemble à un instant donné. Après combien de minutes partiront-ils de nouveau ensemble? ..... **[1 pt]**

Exercice 3 : 7 points

1. ABC est un triangle , I le milieu de $[BC]$ et J et K deux points du plan tels que :

$$\overrightarrow{AJ} = \frac{3}{4}\overrightarrow{AB} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{AK} = \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$$

   a) Construire une figure convenable ..... **[1 pt]**

   b) Montrer que : ..... **[1 pt]**

$$\overrightarrow{JK} = \frac{-3}{4}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$$

   c) Montrer que : ..... **[1 pt]**

$$\overrightarrow{IJ} = \frac{1}{4}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$$

   d) En déduire que I, J et K sont alignés. ..... **[0,5 pt]**

   e) Que peut-on dire sur les deux vecteurs : $\overrightarrow{IK}$ et $\overrightarrow{JK}$? ..... **[0,5 pt]**

   f) Construire dans la même figure le vecteur : $\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IK}$ ..... **[1 pt]**

2. Soit $ABCD$ un parallélogramme de centre O et soient M le milieu de $[AB]$ et N le milieu de $[CD]$.

   a) Faire la figure ..... **[1 pt]**

   b) Montrer que O est le milieu du segment $[MN]$ ..... **[1 pt]**

Bon courage! ☺