Exercice 1

Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes :

a) $f(x)=\dfrac{\sqrt{4-x}}{x^2+2}$ b) $g(x)=\dfrac{\sqrt{x^2-5x+4}}{|x-1|-2}$ c) $h(x)=\dfrac{\sqrt{|2x-5|+2}}{x^2+3x+8}$

Exercice 2

Soit f la fonction définie par : $f(x)=\dfrac{x^2-4}{|x|-1}$.

1. Déterminer $\mathscr{D}_f$ l'ensemble de définition de f .
2. Montrer que f est paire .
3. Étudions f sur $[0;1[\cup]1;+\infty[$. Soient x et y deux nombres distincts de $[0;1[\cup]1;+\infty[$.
   a) Montrer que le taux de variation de f est : $T=\dfrac{xy-x-y+4}{(x-1)(y-1)}$
   b) Montrer que f est croissante sur $[0;1[$ et sur $]1;+\infty[$
4. En utilisant la parité de f en déduire le tableau de variations de f sur $\mathscr{D}_f$.
5. Résoudre l'équation : $f(x)=4$

Exercice 3

Soit $ABCD$ un parallélogramme, I et J deux points du plan tels que :

$$\overrightarrow{CI}=\tfrac{2}{3}\overrightarrow{CB} \quad \text{et} \quad \overrightarrow{IJ}=\overrightarrow{DC} \quad \text{On pose} \quad \vec{u}=\overrightarrow{AB}$$

1. Construire une figure convenable.
2. Vérifier que $t_{\vec{u}}(I)=J$, $t_{\vec{u}}(A)=B$ et déduire que $t_{\vec{u}}((AI))=(BJ)$
3. a) Soit h une homothétie de rapport non nul, montrer que $h((BA))\parallel(DC)$.
   b) On suppose que $h(B)=C$ montrer que $h((BA))=(DC)$ (remarquer que $B\in(BA)$).
4. Dans la suite de cette partie on suppose que $h(B)=C$ et que I est le centre de h.
   a) Montrer que le rapport de h est $k=-2$.
   b) Soit E l'image de J par h. Montrer que $\overrightarrow{EC}=-2\overrightarrow{JB}$, $\overrightarrow{EI}=2\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AI}=-\dfrac{1}{2}\overrightarrow{CE}$
5. Soit F le point d'intersection des droites (BA) et (ID), montrer que $h(F)=D$.
6. On pose $h(A)=A'$ montrer que les points D,C et A' sont alignés.

Exercice 4

Soit ABC un triangle. On note S_A la symétrie centrale de centre A et $S_{(AC)}$ la symétrie axiale d'axe (AC). Soient B' et C' deux points du plan tels que : $S_A(B)=B'$ et $S_A(C)=C'$. Soient B'' et C'' deux points du plan tels que : $S_{(AC)}(B)=B''$ et $S_{(AC)}(C)=C''$

1) Construire une figure convenable.
2) Montrer que $B'C'=B''C''$.

Bon courage ! ☺